

GALM EN GELUIDSABSORPTIE

3/7 '26

GALM EN GELUIDSABSORPTIE

PROEFSCHRIFT TER VERKRIJGING
VAN DEN GRAAD VAN DOCTOR IN
DE TECHNISCHE WETENSCHAP AAN
DE TECHNISCHE HOOGESCHOOL TE
DELFT OP GEZAG VAN DEN WAAR-
NEMEND RECTOR MAGNIFICUS, PROF.
IR J. A. GRUTTERINK, HOOGLEERAAR
IN DE AFDEELING DER MIJNBOW-
KUNDE, VOOR EEN COMMISSIE UIT
DEN SENAAT TE VERDEDIGEN OP
DINSdag 9 JULI 1946, DES NAMID-
DAGS VAN 2 TOT 3 UUR, DOOR

JAN JOHANNES GELUK

GEBOREN TE BAARLE NASSAU

NATUURKUNDIG INGENIEUR



1012. 2613.

GEDRUKT BIJ DRUKKERIJ WALTMAN (A. J. MULDER) TE DELFT

Dit proefschrift is goedgekeurd door den promotor Prof. Dr C. ZWIKKER.

Bij het verschijnen van dit proefschrift gevoel ik de behoefte een hartelijk woord van dank te richten tot al degenen, die hebben medegewerkt, om deze dissertatie mogelijk te maken.

In het bijzonder is een woord van groote erkentelijkheid verschuldigd aan de Technische Directie van de Radio-Omroep in Nederland, die mij de gelegenheid bood het experimenteele gedeelte te doen uitvoeren, alsmede aan de assistenten van hun Laboratorium.

Inleiding.

Het onderwerp van dit proefschrift is het verband tusschen de twee physische verschijnselen galm en geluidabsorptie, waarbij men elk van beide tot „oorzaak” en het overige tot „gevolg” zou kunnen benoemen. Daardoor is het dan ook mogelijk om geluidabsorptie te bepalen uit galmverschijnselen en omgekeerd een bepaalde galm in te stellen door de vereischte hoeveelheid geluidabsorptie aan te brengen. Door W. C. SABINE werd in 1892 een eerste globale relatie gegeven tusschen geluidabsorptie en de z.g. „nagalmartijd” en eveneens werden toen practische metingen op dit gebied verricht. Gedurende de laatste tientallen jaren is speciaal de meettechniek met behulp van de radiobuizen, microfoon's e.d. sterk vooruitgegaan en verbeterd, en afwijkingen van de eenvoudige nagalmwet van SABINE traden aan het licht. Theoretisch werd dientengevolge de zaalacoustiek verder ontwikkeld, maar een practisch geval kan men ook thans nog niet in alle details hiermee berekenen. Aldus is men in de zaalacoustiek veelal aangewezen tot experimenteren en meten; het feit dat juist dit soort metingen zoo moeilijk zijn maakt deze tak van wetenschap tot een interessante, maar geeft anderzijds aanleiding tot ver uiteenlopende resultaten van onderzoekers op dit gebied.

Het doel van dit werk is nu om enkele aanwijzingen te geven om tot betere meetvoorwaarden en meetresultaten te komen met betrekking tot beide verschijnselen.

In de eerste plaats zal een methode worden besproken om de geluidabsorptiecoëfficiënt van een materiaal te bepalen zonder gebruikmaking van een groote ruimte of galkamer doch met een zeer korte „acoustische interferometer”. Hierin wordt direct het quotiënt bepaald (naar phase en amplitudo) van de geluidsdruk en de lichtsnelheid. Een speciaal ingerichte apparatuur maakt het mogelijk om voor acoustische frequentie's tot 1000 Hz continue deze z.g. specifieke acoustische impedantie op het scherm van een kathodestraalbuis in een polair diagram zichtbaar te maken. Uit deze laatste grootheid kan men zoowel de absorptiecoëfficiënt van het beschouwde materiaal als de phasesprong tusschen de invallende en de teruggekaatste geluidsgolf bepalen.

Vervolgens zal in hoofdstuk II een nadere berekening worden gegeven over nagalmverschijnselen optredend met een ruischband, ter verkrijging van een goede middeling van de energiedichtheid door de ruimte, en wel speciaal met betrekking tot de breedte van dit continue spectrum.

Hiervoor is een ruischgenerator en een z.g. selectieve versterker ontwikkeld ter verkrijging van deze ruischband.

Met de apparatuur zooals in hoofdstuk I beschreven zal worden, is het

ook nog mogelijk om de nagalmtijd te bepalen uit de z.g. acoustische „ruimte-impedantie” en bovendien kan hiermee de correlatie tusschen ingalm en nagalm duidelijk worden aangetoond.

In hoofdstuk III zal een beschouwing gegeven worden over geluid-absorptie van elastische materialen en voorwerpen in verband met de nagalmtijd. Het zal dan blijken dat onder bepaalde omstandigheden een schijnbaar negatieve absorptie-coëfficiënt kan optreden, daar de nagalmtijd door het aanbrengen van het materiaal een verlenging kan ondergaan.

Omgekeerd zal bij de bepaling van de absorptie eigenschappen van een poreus materiaal met behulp van de „nagalmmethode”, rekening moeten worden gehouden met dit effect; de absorbeerende eigenschap van het poreuze materiaal, aangebracht in een willekeurige ruimte, zal niet ondubbelzinnig zijn aan te geven.

HOOFDSTUK I.

Het bepalen van den absorptie-coëfficiënt aan kleine monsters.

§ 1. Theoretische inleiding.

Het bepalen van de absorptie-coëfficiënt van acoustische materialen met behulp van slechts kleine monsters heeft geleid tot de z.g. interferentie-kokermethode. Hierbij wordt een vlakke geluidsgolf op het monster gericht, waarna een minder sterke en in phase verschoven geluidsgolf terugkeert. Hiervan wordt weer een gedeelte door de geluidsbron gereflecteerd enz. Is de stationnaire toestand ingetreden dan kan men zich één naar rechts loopende en één naar links loopende golf voorstellen.

In de complexe schrijfwijze is de opvallende loopende golf:

$$p_i = \hat{p}_i \cdot e^{j\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)}.$$

De gereflecteerde golf is dan:

$$p_r = \hat{p}_r \cdot e^{j\left[\omega\left(t + \frac{x}{c}\right) + \Delta\right]}.$$

Hierin is:

$\hat{p}_i$ = amplitudo van p_i .

ω = hoekfrequentie.

c = geluidssnelheid.

t = tijd.

x = plaats in den koker, gemeten vanaf het monster.

Δ = phasesprong bij reflectie.

Er resulteert dan een quasi-staande golf waarvan de geluidsdruk kan worden voorgesteld door:

$$p = p_i + p_r.$$

Verschillende onderzoekers meten in dit geluidsveld de drukmaxima en drukminima zoowel naar grootte als naar plaats en hieruit volgen dan de grootheden a_0 en Δ_1 (a_0 = absorptiecoëfficiënt bij loodrechten inval) uit de betrekkingen:

$$\Delta = -\frac{2\omega x_1}{c};$$

x_1 = plaats van het 1e maximum

$$q = \frac{1 + \sqrt{1 - a_0}}{1 - \sqrt{1 - a_0}};$$

q = verhouding van drukmaximum tot drukminimum.

Later heeft men deze grootheden gecombineerd teruggevonden in de z.g. specifieke acoustische impedantie z .¹⁾ (Voor normale geluidsinval z_0). In het ideale geval, dat de koker zelf geen geluid absorbeert en inderdaad vlakke golven optreden, kan men schrijven:

$$\frac{p_i}{v_i} = \rho c; \quad \frac{p_r}{v_r} = \rho c.$$

(v_i en v_r hebben tegengesteld aangenomen positieve richting).

De resulterende geluidsdruk p en snelheid v zijn dan:

$$p = p_i + p_r; \\ v = v_i - v_r; \quad \rho c \cdot v = p_i - p_r$$

De grootheden p_i en p_r kunnen als volgt geschreven worden:

$$p_i = \left(1 + \frac{\rho c}{z_0}\right) \frac{p_0}{2}$$

p_0 = geluidsdruk ter plaatse $x = 0$

$$p_r = \left(1 - \frac{\rho c}{z_0}\right) \frac{p_0}{2}.$$

De reflectiecoëfficiënt r_0 volgt uit de definitie:

$$r_0 = \left| \frac{p_r}{p_i} \right|^2 = \left| \frac{1 - \frac{\rho c}{z_0}}{1 + \frac{\rho c}{z_0}} \right|^2.$$

Men kan nog invoeren een z.g. gereduceerde impedantie:

$$\frac{z_0}{\rho c} = \beta_0$$

en een gereduceerde admittantie:

$$\frac{\rho c}{z_0} = y_0.$$

De reflectiecoëfficiënt en de absorptiecoëfficiënt $a_0 = 1 - r_0$ worden met behulp van deze grootheden:

$$r_0 = \left| \frac{\beta_0 - 1}{\beta_0 + 1} \right|^2 \quad \text{of} \quad r_0 = \left| \frac{1 - y_0}{1 + y_0} \right|^2. \\ a_0 = 1 - \left| \frac{\beta_0 - 1}{\beta_0 + 1} \right|^2 \quad \text{of} \quad a_0 = 1 - \left| \frac{1 - y_0}{1 + y_0} \right|^2.$$

Uit beide laatste betrekkingen hebben reeds meerdere onderzoekers²⁾ in een complex z_0 vlak lijnen van constante absorptie coëfficiënt en constante phasehoek Δ geconstrueerd, welke orthogonale cirkels blijken te zijn. Is men

¹⁾ Morse, Vibration and Sound.

²⁾ o.a. C. W. Kosten. Over de elastische eigenschappen van ge vulcaniseerde rubber.

Diss. Delft 1942.

C. Zwicker. Ak. Z. 8. 1943 H1 Zur Deutung der Ortskurven schallschluckender Stoffe.

in staat de grootheid z_0 of $\tilde{y}_0$ direct te bepalen dan kunnen hieruit omgekeerd de grootheden a_0 en Δ worden afgelezen. Een mogelijkheid hiertoe, is het quotient $\frac{p}{v}$ ter plaatse van het monster te bepalen, hetgeen neerkomt op een meting van p , en een bepaling van v . Speciaal de laatste grootheid laat zich practisch niet bepalen ter plaatse van het monster, en zelfs in lucht geeft een juiste meting van v , naar grootte en phase groote moeilijkheden. ¹⁾ Daarom is overgegaan tot een meting van v ter plaatse van de geluidsbron, terwijl tevens daar de geluidsdruk p wordt bepaald. Het quotiënt $\frac{p}{v}$ beantwoordt nu niet meer aan dat, ter plaatse van het monster, zoodat een nadere berekening noodzakelijk wordt. De interferentiekoker werd practisch zoo klein mogelijk gemaakt en we zullen een zoo juist mogelijke correctie opstellen om uit het gemeten quotient $\frac{p}{v}$ of wel $\frac{v}{p}$ het corresponderende te halen ter plaatse van het monster.

Hiervoor kan geheel gebruik gemaakt worden van de theorie van de lange electrische kabel ²⁾ indien we hierin de verschillende grootheden als volgt invoeren: ³⁾

De electrische capaciteit C komt overeen met $\frac{1}{s}$ waarin s de acoustische stijfheid per lengte eenheid beteekent. Deze grootheid is juist de adiabatische elasticiteitsmodulus $\kappa \cdot P_0$, (κ is de verhouding tusschen de soortelijke warmte bij constante druk en die bij constant volume, terwijl P_0 de atmosfeer druk voorstelt).

Aldus moet men C vervangen door $\frac{1}{\kappa P_0}$ of wel $\frac{1}{\varrho c^2}$.

De electrische zelfinductie L komt voor golven zonder extincties overeen met de massa per lengteenheid (en per oppervlakteeenheid) dus met ϱ . Neemt men echter ook nog de inwendige wrijving en de warmtegeleiding in lucht in aanmerking dan wordt de werkzame dichtheid schijnbaar vergroot. Aldus moet L vervangen worden door:

$$\varrho \left[1 + \frac{1}{r} \sqrt{\frac{2\mu}{\omega \varrho}} \right].$$

Hierin stellen voor:

r = straal van de koker.

μ = inwendige wrijvingscoëfficiënt.

De weerstand R beteekent in het acoustische probleem:

$$\frac{1}{r} \sqrt{2\mu \cdot (\omega \varrho)}.$$

¹⁾ C. W. Clapp, F. A. Firestone, The Acoustic Wattmeter, an Instrument for Measuring Sound Energy Flow. J.A.S.A. October 1941 (V 13).

²⁾ G. J. Elias, Theorie der wisselstroomen.

³⁾ F. T. rendelenburg, Einführung in die Akustik (S. 170).

Denken we ons de leiding zonder afleiding dan vindt men de voortplantingsconstante γ uit:

$$\gamma^2 = -\omega^2 LC + j\omega RC.$$

$$\gamma^2 = -\frac{\omega^2}{c^2} \left[\left(1 + \frac{1}{r} \sqrt{\frac{2\mu}{\omega \varrho}} \right) - j \frac{1}{r} \sqrt{\frac{2\mu}{\omega \varrho}} \right].$$

De golfweerstand w volgt uit de relatie:

$$w = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{j\omega C}} = \varrho c \sqrt{1 + \frac{1}{r} \sqrt{\frac{2\mu}{\omega \varrho}} - j \frac{1}{r} \sqrt{\frac{2\mu}{\omega \varrho}}}.$$

Het gevolg van de laatste relatie's is een iets verkleinde voortplantings-snelheid in de koker en een golfweerstand welke eenigszins verschilt van ϱc .

In de practisché uitvoering is $r \approx 13$ cm genomen zoodat de correctieterm

$$\frac{1}{r} \sqrt{\frac{2\mu}{\omega \varrho}}$$

met de bekende waarde ¹⁾ van μ ongeveer gaat bedragen:

$$\frac{0,028}{\sqrt{f}} \quad (f = \text{frequentie}).$$

Dit is voor alle practische waarden van f (grooter dan 10 Hz) zeker te verwaarloozen, zoodat de golfweerstand met goede benadering wordt:

$$w = \varrho c.$$

Voor de ingangsimpedantie van de lange leiding vindt men:

$$z_i = \frac{z \cosh \gamma l + w \sinh \gamma l}{w \cosh \gamma l + z \sinh \gamma l} w.$$

waarin z de afsluitimpedantie en l de lengte van de interferentie-koker voorstelt. Omgekeerd kan z uitgedrukt worden in z_i :

$$z = \frac{z_i \cosh \gamma l - w \sinh \gamma l}{w \cosh \gamma l - z_i \sinh \gamma l} w.$$

Sluit men de leiding eerst af met een oneindig hooge impedantie, dus met een acoustisch volkomen hard monster dan vindt men:

$$z_\infty = w \cotgh \gamma l.$$

Na eenig omschrijven kan men de ingangsimpedantie z_i uitdrukken in

$$z, w \text{ en } z_\infty$$

$$z_i = \frac{z \cdot z_\infty + w^2}{z_\infty + z}.$$

Gaat men over tot invoering van de gereduceerde admittantie's dan is deze

¹⁾ F. Trendelenburg, Einführung in die Akustik.

grootheid van het te beproeven monster uit te drukken in de twee te meten relatieve grootheden y_i en y_∞

$$y = \frac{y_i - y_\infty}{1 - y_i \cdot y_\infty}.$$

(Al deze grootheden hebben betrekking op loodrechten geluidinval).

Beschouwt men de noemer van deze laatste uitdrukking als een correctie dan kan men de schakelgrootheden, overeenkomende met resp. y_i en y_∞ parallel geschakeld denken. Daarvoor is noodig om $|y_\infty|$ klein te houden t.o.v. 1 voor alle acoustische frequentie's, hetgeen bereikt wordt met een korte interferentiekoker.

Het voordeel van deze verschilmeting t.o.v. de normale druk maxima- en minimameting in een lange interferentiekoker is dus gelegen in het feit dat beter rekening wordt gehouden met de parasitaire absorptie van het meet-systeem.

§ 2. *Het meten van acoustische admittantie's en impedantie's.*

Dit gebeurt nu door het absoluut meten van de geluidsdruk en de lichtsnelheid. Inplaats van deze laatste grootheid wordt de snelheid van de geluidsbron zelf bepaald en tegelijk met de geluidsdruk ter plaatse van de geluidsbron gemeten.

Voor het meten van de geluidsdruk werd een condensatormicrofoon gebruikt, welke met bijbehorende schakelapparatuur absoluut geijkt moet kunnen worden. De geluidsbronsnelheid werd gemeten aan een electro-dynamische luidspreker (Philips 9801) door de conus electrisch geleidend te maken en een vaste, doorboorde, z.g. anti-conus aan te brengen op betrekkelijk geringe afstand van het luidsprekermembraan. De wisselende capaciteit tusschen conus en anti-conus kan in dezelfde electrische apparatuur zooals voor de drukmeting is vermeld, worden omgezet in een electrische spanning. Deze laatste spanning zal dan evenredig zijn met de gemiddelde uitwijking ξ van de geluidsbron. Electrisch wordt van deze spanning een andere spanning afgeleid welke met een factor $j\omega$ is vermenigvuldigd. Deze afgeleide spanning is dan evenredig met de gemiddelde snelheid van de conus, zoolang voor ieder punt van het bewegende systeem geldt, dat:

$$\xi = A(\varrho, \theta) \cdot e^{j\omega t}$$

waarin ϱ en θ de plaatsbepalende coördinaten op het membraan-oppervlak voorstellen.

Een beschrijving en een berekening van het apparaat dat de bovengenoemde capaciteitsvariatie's omzet in electrische spanningen volgt op blz. 21 onder de titel: „Het microfoon-ijkapparaat”.

Met bovengenoemde hulpmiddelen is het nu reeds mogelijk om naar modulus de gereduceerde admittantie of impedantie in het vlak van de geluids-

bron te bepalen, doch om ook naar phase dit quotiënt aan te geven werd een speciale meetmethode gebruikt. Deze zal nu in principe worden besproken terwijl de afzonderlijke apparatuur verder aan het eind van dit hoofdstuk (§ 4) in beschouwing komt.

Duiden we het te meten quotiënt aan als $Q = \frac{T(\text{eller})}{N(\text{noemer})}$ dan wordt door automatische regeling van de luidsprekerspanning de noemer op een constante waarde voor een bepaald frequentiegebied ingesteld; de waarde van het quotiënt zal dan, op een constante na, bepaald zijn door het gedrag van T in dat frequentiegebied. De grootheid T is door middel van de elektrische apparatuur tot een wisselspanning geworden zoodat b.v.

$$T = \hat{T} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}.$$

Van deze spanning wordt nu met behulp van een phasedraaiënde schakeling een spanning afgeleid, die over een hoek van $-\frac{\pi}{2}$ radialen is verschoven; dit is ook weer verwezenlijkt over het geheele bovenbedoelde frequentiegebied. Aldus ontstaat:

$$T' = \hat{T} \cdot e^{j(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2})}$$

De spanningen T en T' worden vervolgens toegevoerd aan resp. het verticale- en horizontale platenpaar van een kathodestraalbuis, hetgeen dus een cirkelfiguur op het fluoresceerend scherm te weeg brengt, waarvan de straal evenredig is met de maximale waarde van T en dus ook de modulus van het te meten quotiënt Q aangeeft.

Om nu de phasehoek φ te markeren wordt aan de „Wehnelt-cylinder” van de kathode-straalbuis een spanning van bijzonderen vorm toegevoerd, welke afgeleid wordt van de spanning $N = \hat{N} \cdot e^{j\omega t}$; deze bijzondere spanning is steeds nul, behalve op het tijdstip waarop de wisselspanning N in positieven zin door nul gaat en vertoont dan een scherpe piekspanning van impuls karakter met een totalen tijdsduur van ongeveer 10^{-5} sec.

De gelijkspanning van de Wehneltcylinder van de kathodestraalbuis kan verder zoo worden ingesteld dat de cirkelfiguur op het scherm, afgeleid van de spanningen T en T' , geheel onzichtbaar wordt, doch op het tijdstip van de impuls spanning (dus van nuldoorgang van de spanning N) juist wordt gemarkeerd. Aldus ontstaat op het scherm een punt dat naar phase en amplitude het quotiënt Q voorstelt.

§ 3. Enkele metingen van admittantie's en impedantie's.

Met de bovenbeschreven apparatuur kunnen de admittantie's van acoustische materialen worden bepaald, en hieruit volgen de absorptiecoëfficiënt en de phasesprong van het monster. De korte interferentiekoker is gereduceerd

tot de ruimte, omhuld door de conus van de gebruikte luidspreker en het voorvlak. Voor lage frequentie's verwachten we dus een acoustische schakelgrootheid die bestaat uit een stijfheid (luchtvolume) in serie geschakeld met de impedantie van het monster. Deze schakelwijze maakt het gemakkelijker om in dat geval admittantie's te meten en gebruik te maken van de uitdrukking (6):

$$y = (y_i - y_\infty) \frac{1}{1 - y_i y_\infty}.$$

Als bijkomstigheid is het interessant op te merken dat wanneer de luidspreker niet met een monster afgesloten wordt, de stralingsadmittantie of -impedantie te meten is. Met een zeer groote schermplaat en in de vrije ruimte beantwoordt dit dus aan de stralingswet van RAYLEIGH¹⁾; als benadering gaven VAN URK en VERMEULEN²⁾ hiervoor een vervangingsbeeld dat uit de elektrische parallelschakeling van een weerstand ρc en een zelf-inductie m bestond indien men de geluidsdruk laat corresponderen met de elektrische spanning en de snelheid met de stroomsterkte.

Dan kan de totale stralingsadmittantie worden geschreven als:

$$y_{str} = \frac{1}{\rho c} - j \frac{1}{\omega m}.$$

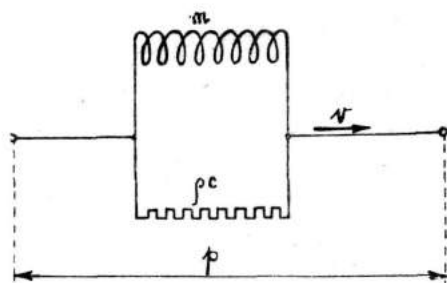


Fig. 1. Electricisch vervangingsbeeld van de stralingsimpedantie van een ronde opening in een oneindig groote schermplaat.

Aldus kan met deze meting met behulp van het reële gedeelte $\frac{1}{\rho c}$ 'e contrôle worden uitgevoerd op de ijkings van de geluidsdruk en snelheid.

In het schema zijn de hoogfrequente-versterkerapparaten (h. f. app.) de reeds eerder vermelde microfoon-ijkapparaten; de vermenigvuldiging van de spanning, afgeleid van de gemiddelde uitwijking van de conus, is met „ $\times j \omega$ ” aangegeven. De extra uitgang van de kathodestraalbuisversterker is gekoppeld met de stand van de toongeneratorknop en is aangegeven met „ $\times - j$ ”.

¹⁾ Rayleigh, Theory of Sound II, 162 (1926).

²⁾ A. Th. van Urk en R. Vermeulen, Philips Techn. Tijdschr. 4, 225, 1939.

Principe-opstelling van de meting:

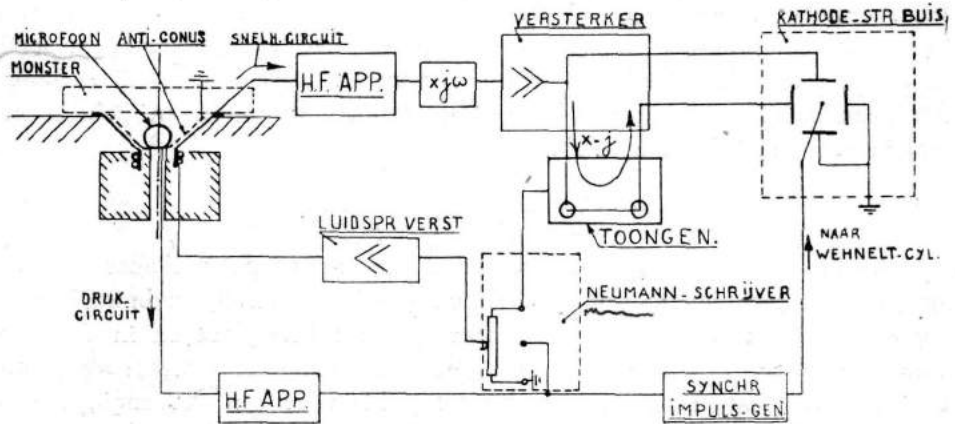


Fig. 2. Principeopstelling voor de meting van acoustische admittantie's.

a) *Meetresultaten:*

- 1) Toestel admittantie y_{∞} (fig. 4).
- 2) Gereduceerde impedantie's van:
 Laticel (19 mm niet afgedicht) (fig. 5).
 Laticel (30 mm, afgedicht) (fig. 6).
 Board (12 mm) (fig. 7).
 Acousti-Celotex (fig. 8).
- 3) Stralingsimpedantie's van een opening in een groote en in een kleine schermplaat (fig. 9).

b) *Vergelijking van de gemeten absorptiecoëfficiënt a_0 en de absorptiecoëfficiënt welke volgt uit een galmmeting.*

In een galmkamer zal bij juiste opstelling van het te beproeven materiaal en de geluidsbron het geluid met een even sterke intensiteit over alle richtingen invallen. Het is dus noodig de gemeten waarde van a_0 te kunnen omrekenen tot een, over alle richtingen gemiddelde, waarde. Valt het geluid in onder een hoek α met de normaal op het oppervlak dan is de acoustische impedantie z analoog gedefinieerd door:

$$z = \frac{p}{v_n}$$

waarin v_n de normale component van de lichtsnelheid beteekent. De absorptiecoëfficiënt a in deze richting is dan bepaald door de bekende betrekking:

$$a = 1 - \left| \frac{z \cos \alpha - \rho c}{z \cos \alpha + \rho c} \right|^2$$

waarbij de hoek van uitval klein is verondersteld ($\cos \beta \approx 1$)

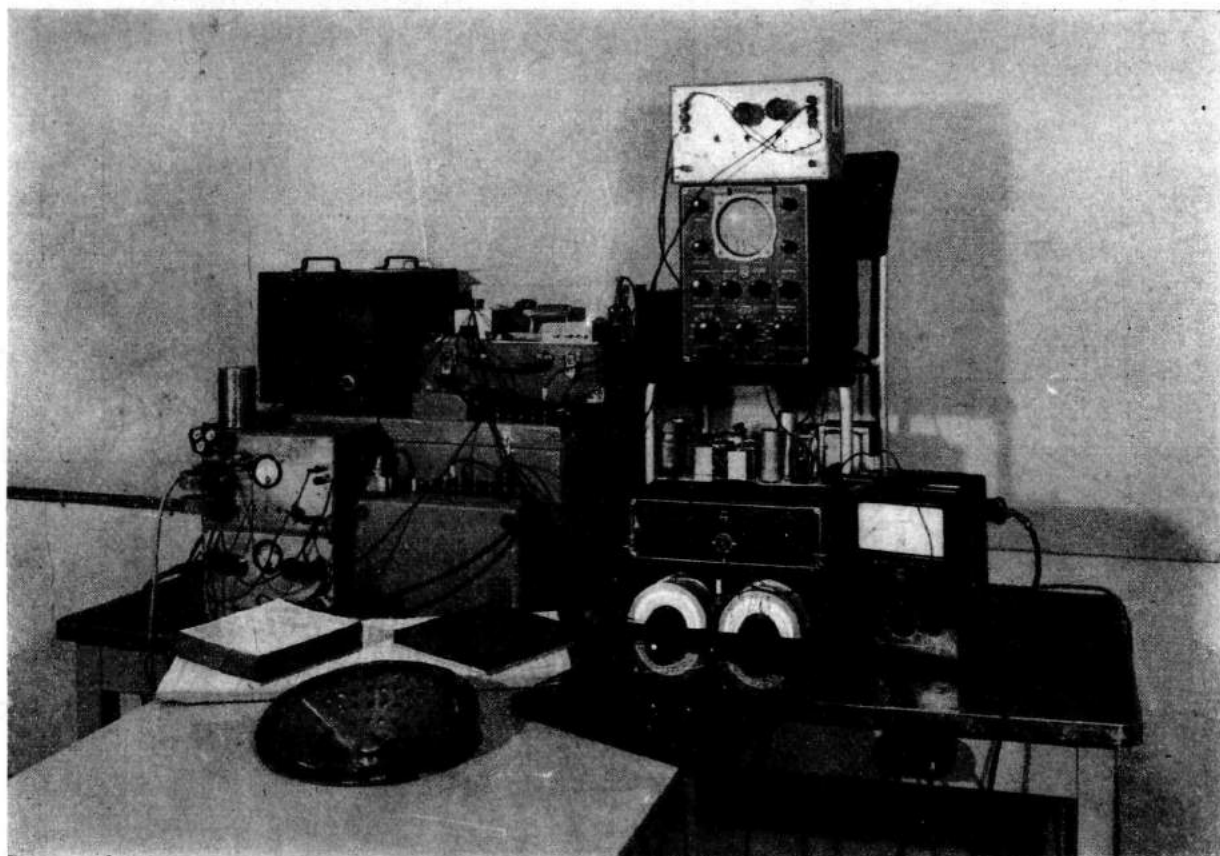


Fig. 3. Overzicht van de opstelling voor de bepaling van acoustische impedantie's en admittantie's.

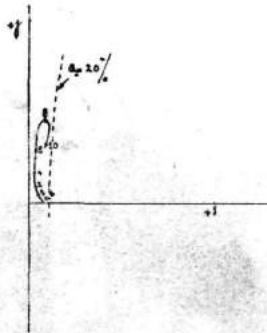


Fig. 4. Gereduceerde „nul” admittantie. Luidspreker met marmeren plaat afgesloten. (Frequentie's in honderdtallen bij de meetpunten).

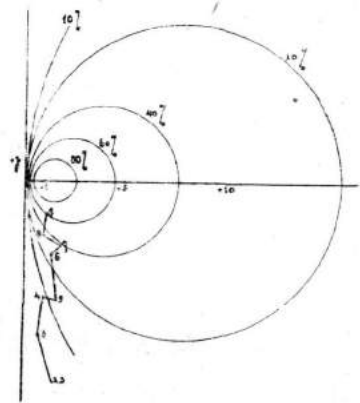


Fig. 5. Gereduceerde impedantie van een Laticel monster. (19 mm, niet afgedicht).

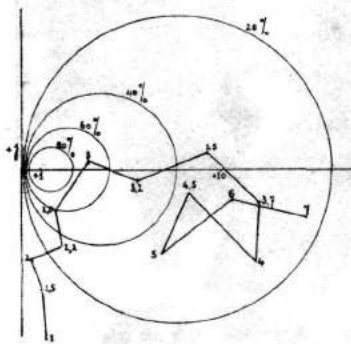
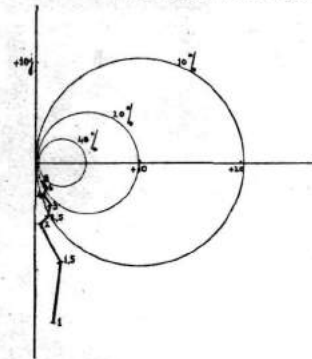


Fig. 6. Gereduceerde impedantie van een Laticel monster. (30 mm, afgedicht).



Voeren we weer de gereduceerde admittantie- en -impedantie in, dan ontstaan:

$$a = 1 - \left| \frac{\beta \cos \alpha - 1}{\beta \cos \alpha + 1} \right|^2 \quad \text{of} \quad a = 1 - \left| \frac{1 - \frac{y}{\cos \alpha}}{1 + \frac{y}{\cos \alpha}} \right|^2.$$

De grootte z hangt in 't algemeen nog af van de hoek α , maar zal voor een eerste vergelijking van de meetmethoden gelijk aan z_0 worden gekozen. In dat geval is a een vrij eenvoudige functie van α en kan direct in hetzelfde admittantiediagram worden afgelezen door vervanging van y_0 door $y_0/\cos \alpha$.

Voor de gemiddelde waarde van a over alle hoeken α moeten we de uitdrukking berekenen:

$$\bar{a} = \int_0^{\pi/2} a \sin 2\alpha \, d\alpha.$$

Noemen we het reële gedeelte van z_0 nu r_0 en het imaginaire gedeelte x_0 dan wordt deze gemiddelde absorptiecoëfficiënt

$$\bar{a} = 8 \frac{r_0}{r_0^2 + x_0^2} - 8 \left(\frac{r_0}{r_0^2 + x_0^2} \right)^2 \lg [r_0^2 + x_0^2 + 1 + 2r_0] + \\ + 8 \frac{r_0}{x_0} \left(\frac{x_0}{r_0^2 + x_0^2} \right)^2 \left(\frac{r_0^2}{x_0^2} - 1 \right) \text{bg tg} \frac{x_0}{1 + r_0}.$$

Overgaande tot de reële- en imaginaire component van de gereduceerde admittantie $y_0 = u_0 + j v_0$ wordt dit:

$$\bar{a} = 8 u_0 \left[1 + \frac{u_0^2 - v_0^2}{v_0} \text{bg tg} \frac{v_0}{u_0 + |y_0|^2} - u_0 \lg \left\{ \frac{1 + 2u_0}{|y_0|^2} + 1 \right\} \right].$$

Voor het bijzondere geval dat v_0 nul is en y_0 dus reëel gaat deze relatie over in een ook door BLACK en FIRESTONE ¹⁾ afgeleide betrekking:

$$\bar{a} = 8 u_0 \left[\frac{2u_0 + 1}{u_0 + 1} - 2 u_0 \lg \frac{u_0 + 1}{u_0} \right].$$

De lijnen $a = \text{constant}$ in het complexe y_0 -vlak vormen analoge figuren als de lijnen $a_0 = \text{constant}$.

¹⁾ C. W. Kosten en C. Zwikker, Physica 8 (1941), 251.

C. W. Clapp en F. A. Firestone, J.A.S.A., Oct. 1941., Vol. 13.

De verkregen meetresultaten zijn voor enkele monsters uitgewerkt en geteekend in de figuren 10, 11, 12 en 13.

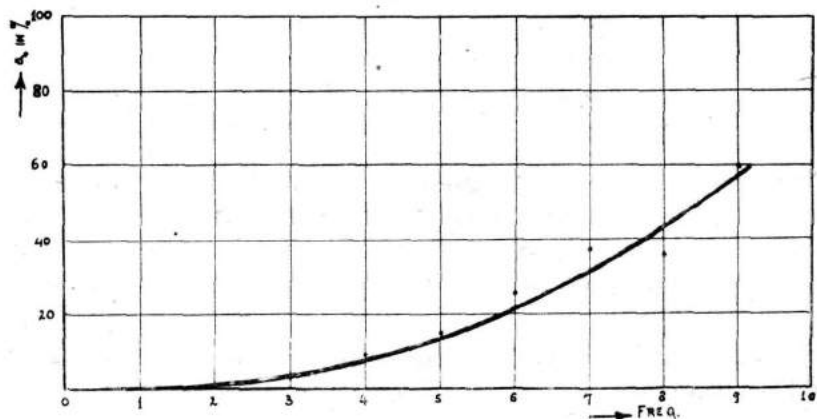


Fig. 10. Absorptiecoëfficiënt als functie van de frequentie van Laticel (19 mm, niet afgedicht opp.) (Voor loodrechten inval). (Frequentie in honderdtallen).

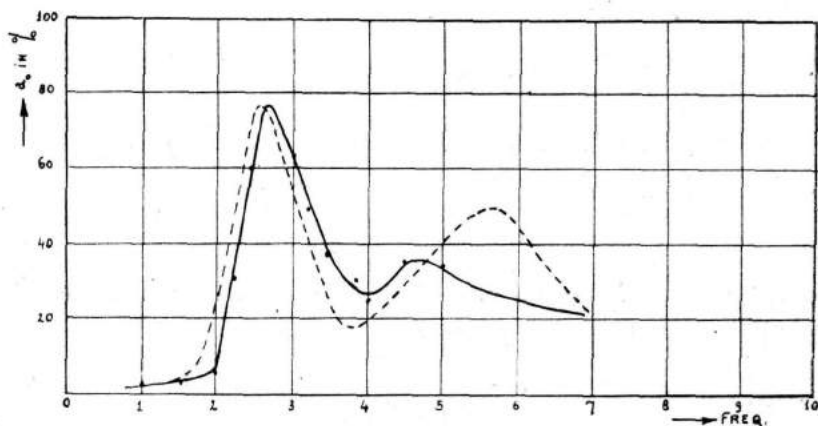


Fig. 11. Absorptiecoëfficiënt als functie van de frequentie voor Laticel (30 mm, afgedicht opp.). (Gestippeld aangegeven is een meting van C. W. Kosten). (Freq. in honderdtallen).

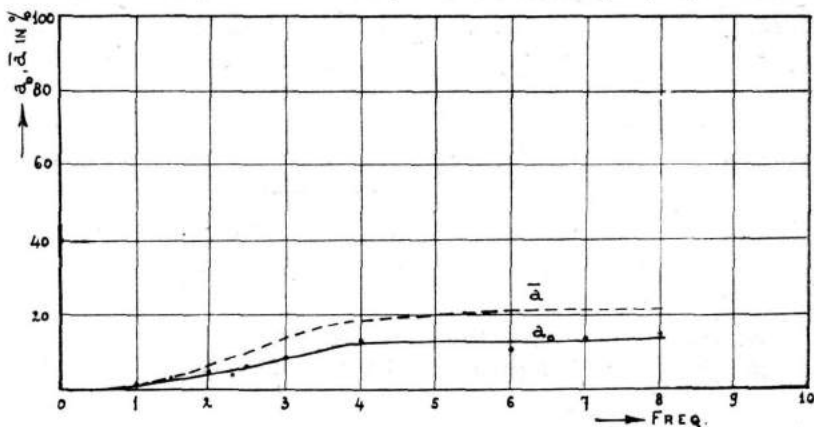


Fig. 12. Absorptiecoëfficiënt van Board als functie van de frequentie (voor loodrechten inval en gemiddeld over alle invalsrichtingen). (Frequentie in honderdtallen).

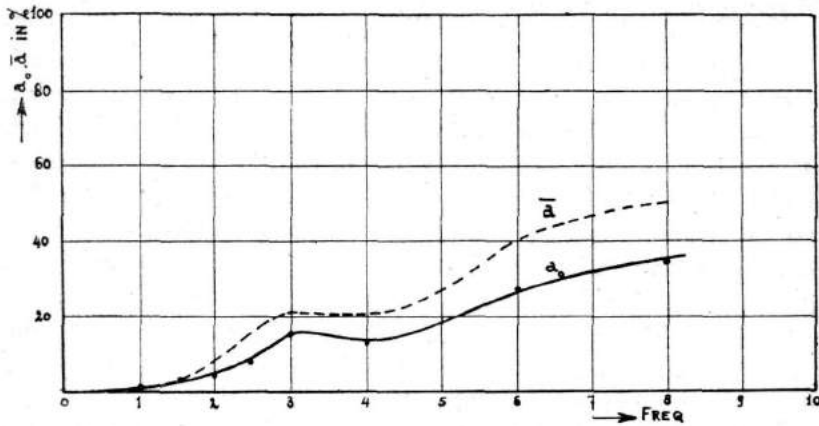


Fig. 13. Absorptiecoëfficiënt van Acousti-Celotex als functie van de frequentie. (Voor loodrechten inval en over alle richtingen gemiddeld). Freq. in honderdtallen.

§ 4. Beschrijving van de onderdeelen der meetapparatuur ter bepaling van de acoustische admittantie's en impedantie's.

1e). Het microfoon-ijkapparaat voor de absolute meting van v en p .

Naar aanleiding van een publicatie van ZAKARIAS ¹⁾ werd een apparaat geconstrueerd, waarmee het mogelijk is normale condensatormicrofoons, zowel relatief als absoluut te ijken. In principe is het een uitwijkmeter; bij de microfoon kan deze uitwijking veroorzaakt worden door de geluidsdruk of ook door krachten van elektrische oorsprong. Daartoe worden ijkmicrofoon's dikwijls uitgevoerd met een geïsoleerd z.g. voorrooster om hieraan een gelijkspanning en een wisselspanning toe te voeren die een vervanging beteekenen van de geluidsdruk. Voor de ijking van condensator-microfoon's zonder voorrooster gaf RIEGGER ²⁾ een methode aan, waarbij in een hoogfrequentie trillingskring het condensator-kapsel was opgenomen. De omzetting in de toonfrequentie geschiedde met behulp van de z.g. halve resonantiekromme. De vervorming kan hierbij vrij groot worden; maar vooral het feit dat de frequentie-afhankelijkheid van deze omzetting moeilijk kan worden aangegeven, maakte deze methode voor ons doel minder geschikt.

De gebruikte schakeling bevat ook een h.f. trillingskring met als capaciteit het bewegende systeem, doch de omzetting in l.f. spanning geschiedt hier zeer eenvoudig, terwijl een bepaalde uitgangsspanning direct correspondeert met een zekere relatieve uitwijking. Voor de geluidsdrukmeting kunnen in de h.f. trillingskring de gelijk- en l.f. wisselspanning worden opgenomen, ter vervanging van de geluidsdruk.

¹⁾ Zakarias, Techn. Mitteilungen-Tungsram 1938—1939. blz. 103.

²⁾ H. Riegger, Wiss. Veröff. Siemens-Werk 3/2, 67, (1924).

waarin:

$\hat{u}_1$ = amplitude van de h.f. spanning.

ω_o = h.f. cirkelfrequentie.

μ = l.f. cirkelfrequentie.

$\omega_o + \Delta \omega \cos \mu t$ = frequentie op bepaald moment.

De frequentie op een bepaald moment $\omega(t)$, wordt bepaald door de kringgrootheden L_1 (zelfinductie) en C_1 (totale kringcapaciteit), zoodat geldt:

$$\omega(t) = \frac{1}{\sqrt{L_1 \cdot C_1}} \quad \omega_o = \frac{1}{\sqrt{L_1 \cdot C_{10}}}.$$

Met een variatie ΔC in C_{10} correspondeert dan een $\Delta \omega$, die volgt uit:

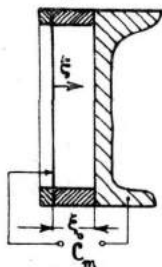
$$\frac{\Delta \omega}{\omega_o} = -\frac{1}{2} \frac{\Delta C}{C_{10}}.$$

De capaciteitsverandering ontstaat, doordat een groot gedeelte van C_1 onze meetcapaciteit vormt (C_m). Noemt men de evenwichtscapaciteit hiervan C_{m0} dan geldt bij cosinusvormige uitwijking:

$$C_m = C_{m0} \left(1 + \frac{\Delta C}{C_{m0}} \cos \mu t \right).$$

De uitwijking ξ moet daartoe steeds klein zijn t.o.v. de evenwichtsafstand van de meetcapaciteit ξ_o . Bovendien is dan:

$$\Delta C = \frac{\hat{s}_{tr}}{\xi_o} C_{m0}$$



De totale relatieve capaciteitsvariatie wordt dus:

$$\frac{\Delta C}{C_{10}} = \frac{\hat{s}_{tr}}{\xi_o} \cdot \frac{C_{m0}}{C_{10}}.$$

De verhouding tusschen C_{m0} en C_{10} kan apart bepaald worden evenals de grootheid ξ_o .

De plaatstroom van de AK2 bepaalt nu $\frac{\Delta C}{C_{10}}$ en hieruit volgt dus $\hat{\xi}$.

De spanning u_1 kan ontleed worden in componenten met de cirkelfre-

quantities $\omega_i = \omega_0 + i\mu$ ($i < +\infty$); ¹⁾ voor de aangenomen vorm van u_1 wordt dit:

$$u_1 = \hat{u}_1 [J_0 \cdot \cos \omega_0 t + J_1 \cdot \cos(\omega_0 + \mu)t + J_{-1} \cdot \cos(\omega_0 - \mu)t + J_2 \cdot \cos(\omega_0 + 2\mu)t + J_{-2} \cdot \cos(\omega_0 - 2\mu)t + \dots]$$

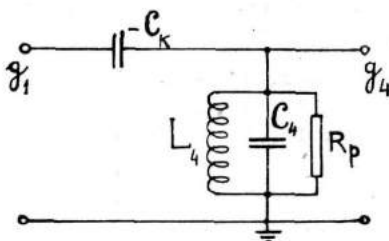
of

$$u_1 = \hat{u}_1 \cdot \sum_{-\infty}^{+\infty} J_i \cdot \cos(\omega_0 + i\mu)t$$

waarin J_1, J_2, J_3 enz. de Besselfunctie's van de resp. 1e, 2e, 3e enz. orde voorstellen met het argument $\frac{A\omega}{\mu}$. Voor negatieve waarden van i geldt:

$$J_i = (-1)^i \cdot J_{-i} (i < 0)$$

De elektronenkoppeling, die een spanning aan het vierde rooster veroorzaakt, kan worden geschematiseerd door de volgende schakeling:



Het koppellement is een negatieve kleine capaciteit, welke nagenoeg éénzijdig (van 1e rooster naar 4e rooster) werkt.

Noemen we de impedantie in het vierde rooster Z_i voor de frequentie $\omega_i = \omega_0 + i\mu$ dan wordt voor de desbetreffende component:

$$(u_4)_i = (u_1)_i \frac{Z_i}{Z_i - \frac{1}{j\omega_i C_k}} = (u_1)_i \cdot \chi_i$$

De overdrachtsfactor χ_i is in 't algemeen complex en kan dus worden voorgesteld door:

$$\chi_i = A_i \cdot e^{j\varphi_i}$$

De totale spanning aan het 4e rooster wordt dan:

$$u_4 = \hat{u}_1 \cdot \sum_{-\infty}^{+\infty} A_i \cdot J_i \cos \{(\omega_0 + i\mu)t + \varphi_i\}$$

De plaatsstroom i_a van de menglamp is de som van de ruststroom (i_{a0}) en de stroom ten gevolge van de conversiewerking, zoodat:

$$i_a = i_{a0} + a \cdot u_1 \cdot u_4 = i_{a0} + a \hat{u}_1^2 \left[\sum_{-\infty}^{+\infty} J_i \cos(\omega_0 + i\mu)t \right] \cdot \left[\sum_{-\infty}^{+\infty} A_i \cdot J_i \cos \{(\omega_0 + i\mu)t + \varphi_i\} \right]$$

¹⁾ O. Henkler en R. Otto. S. en H. Veröff. aus dem Gebiete der Nachrichtentechnik. 11 (1941) 1e deel.

B. v. d. Pol, Frequency Modulation, Proc. I.R.E. Vol. 18, p. 1194, July 1930.

Afgezien van de hoogfrequente componenten wordt dit voor de l.f. plaatstroom:

$$(i_a)_{l.f.} = i_{a0} + \frac{1}{2} a \hat{u}_1^2 \left[\sum_{-\infty}^{+\infty} i A_i J_i^2 \cos \varphi_i + \sum_{1}^{\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} i J_{i-n} \cdot A_i \cdot J_i \cdot \cos (n \mu t + \varphi_i) + \sum_{1}^{\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} i J_{i+n} \cdot A_i J_i \cos (n \mu t - \varphi_i) \right],$$

of met de complexe schrijfwijze:

$$(i_a)_{l.f.} = i_{a0} + \frac{1}{2} a \hat{u}_1^2 \operatorname{Re}' \left[\sum_{-\infty}^{+\infty} i J_i^2 \cdot \chi_i + \sum_{1}^{\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} \{ J_{i-n} J_i \chi_i + J_{i+n} J_i \bar{\chi}_i \} e^{j n \mu t} \right]$$

waarin $\bar{\chi}_i$ toegevoegd complex is aan χ_i .

De grootheid χ_i kan eenvoudig worden geschreven, indien voor de impedantie Z_i de schrijfwijze wordt gebruikt:

$$Z_i = \frac{R_p}{1 + j v_i Q}$$

waarin:

R_p = paralleldempingsweerstand

$$v_i = \text{verstemming} = \frac{\omega_i}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega_i} \approx 2 \frac{\omega_i - \omega_r}{\omega_r} \approx 2 \frac{\omega_0 - \omega_r}{\omega_r} + 2 \frac{i \mu}{\omega_r}$$

$$Q = \text{kringkwaliteit} = R_p \sqrt{\frac{C_4}{L_4}} = \frac{\omega_r}{\omega_{br}}$$

ω_{br} = resonantiebreedte.

Noemt men nog $2 \frac{\omega_0 - \omega_r}{\omega_r} = v_0$ en $\frac{2 \mu}{\omega_{br}} = \beta$ dan wordt:

$$\chi_i = \frac{j \omega_i C_k R_p}{j \omega_i C_k R_p - (1 + j v_0 Q + j i \beta)}$$

Bij benadering is dus nu:

$$\chi_i = \frac{-j \omega_0 C_k R_p}{1 + j (v_0 Q - \omega_0 C_k R_p + i \beta)}$$

De instelling van ω_r wordt nu zóó gekozen dat:

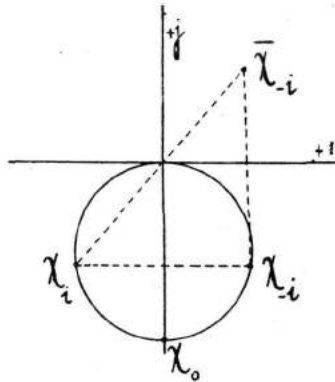
$$v_0 Q - \omega_0 C_k R_p = 0 \quad \text{d.w.z.} \quad \omega_0 - \omega_r \approx \omega_0 C_k R_p \cdot \frac{\omega_{br}}{2}.$$

In dat geval is dus χ_i een symmetrische functie voor de linker en rechter zijbanden van het frequentie gemoduleerde signaal en is:

$$\chi_i = \frac{-j \omega_0 C_k R_p}{1 + j i \beta} = \frac{\chi_0}{1 + j i \beta}.$$

De afwijking van ω_r t.o.v. ω_0 is in 't algemeen zeer klein aangezien R_p

klein is t.o.v. $\frac{1}{\omega_o C_k}$ ($C_k \approx 1 \text{ pF}$, $\omega_o \approx 10^3$); voor deze instelling is klaarblijkelijk: $\chi_i = -\bar{\chi}_{-i}$.



De symmetrische instelling wordt verkregen door bij ongemoduleerde draaggolf de plaatgelijkstroom op een bepaalde waarde in te stellen.

In dat geval is n.l. $J_o = 1$; $J_i = 0$ ($i \neq 0$)

$$(i_a)_{\text{t.t.}} = i_{a0} + \frac{1}{2} a \hat{u}_1^2 \operatorname{Re}' \sum_{-\infty}^{+\infty} J_i^2 \cdot \chi_i = i_{a0} + \frac{1}{2} a \hat{u}_1^2 \operatorname{Re}' (\chi_o).$$

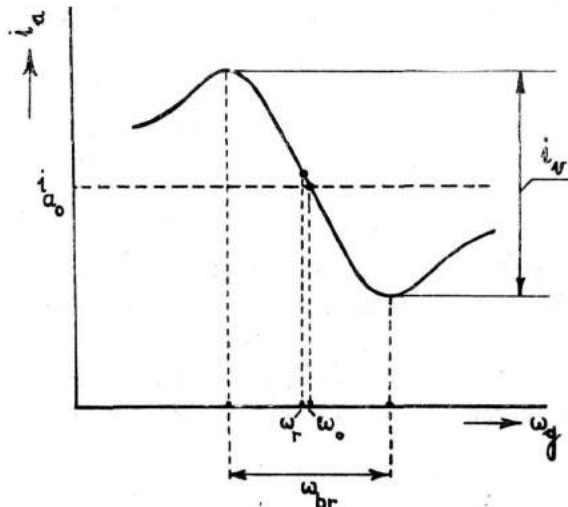
Dit reële gedeelte van χ_o kan positief en negatief zijn, en geeft zodoende aanleiding tot verhoging of verlaging van de normale plaatgelijkstroom. Hoogstens kan deze afwijking bedragen:

$$\frac{1}{2} a \hat{u}_1^2 \cdot \frac{1}{2} \omega_o C_k R_p = \frac{1}{4} a \hat{u}_1 \hat{u}_4.$$

($\hat{u}_4$ = amplitude bij juiste instelling aan 4e rooster).

Het verschil tusschen maximale en minimale plaatgelijkstroom bedraagt dus $i_{a_{\max}} - i_{a_{\min}} = i_v = \frac{1}{2} a \hat{u}_1 \hat{u}_4$ en is direct afleesbaar bij de instelling en blijkt voor de absolute ijking noodig.

Het verloop van i_a met het veranderen van de draaggolfrequentie op het 1e rooster (ω_g) is dan als volgt:



Wordt nu bij de juiste instelling gemoduleerd dan wordt de plaatgelijkstroom:

$$(i_a)_{\text{geëlijkt.}} = i_{a0} + \frac{1}{2} a \hat{u}_1^2 \operatorname{Re}' \sum_{-\infty}^{+\infty} J_i^2 \cdot \chi_i = \\ i_{a0} + \frac{1}{2} a \hat{u}_1^2 \operatorname{Re}' [J_0^2 \cdot \chi_0 + \sum_1^{\infty} J_i^2 (\chi_i + \chi_{-i})].$$

Aangezien voor iedere zijband geldt dat $\operatorname{Re}'(\chi_i) = -\operatorname{Re}'(\chi_{-i})$ blijft dus bij moduleeren dezelfde gelijkstroom vloeien, hetgeen analoog is aan de lineaire instelling van een radiobuis voor normale versterking.

De l.f. componenten van i_a worden nu gevonden uit de betrekking:

$$(i_a)_{\text{l.f.}} = \frac{1}{2} a \hat{u}_1^2 \operatorname{Re}' \left[\sum_1^{\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} (J_{i-n} \cdot J_i \chi_i + J_{i+n} \cdot J_i \bar{\chi}_i) \varepsilon^{jn\mu t} \right], \\ = \frac{1}{2} a \hat{u}_1^2 \operatorname{Re}' \left[\sum_1^{\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} \left(J_{i-n} \cdot J_i \frac{\chi_0}{1 + j i \beta} - J_{i+n} \cdot J_i \cdot \chi_{-i} \right) \varepsilon^{jn\mu t} \right].$$

Vervangt men in het tweede lid van de sommatie $i + n$ door i dan ontstaat:

$$(i_a)_{\text{l.f.}} = \frac{1}{2} a \hat{u}_1^2 \operatorname{Re}' \left[\chi_0 \sum_1^{\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} J_i \cdot J_{i-n} \left(\frac{1}{1 + j i \beta} - \frac{1}{1 - j(i-n)\beta} \right) \varepsilon^{jn\mu t} \right], \\ = \frac{1}{2} a \hat{u}_1^2 \operatorname{Re}' \left[\chi_0 \sum_1^{\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} J_i \cdot J_{i-n} \left(\frac{-j(i+i-n)\beta}{1 + i(i-n)\beta^2 + j n \beta} \right) \varepsilon^{jn\mu t} \right].$$

De sommatie over i kan nog gesplitst worden in de volgende gedeeltelijke sommatie's indien $n = \text{even}$

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} i = \sum_{-\infty}^0 i + \sum_n^{+\infty} i + \sum_{1}^{n-1} i = \sum_{-\infty}^0 i + \sum_n^{+\infty} i + \sum_{1}^{\frac{n}{2}-1} i + \sum_{\frac{n}{2}+1}^{n-1} i + \text{middenterm} \left(i = \frac{n}{2} \right).$$

Vervangt men in de tweede sommatie $\sum_n^{+\infty} i$ de index i door $n - i = - (i - n)$

dan wordt deze sommatie:

$$\sum_n^{+\infty} i = \sum_0^{-\infty} J_{-(i-n)} \cdot J_{-i} \frac{-j - j(i+i-n)\beta}{1 + i(i-n)\beta^2 + j n \beta} \varepsilon^{jn\mu t}.$$

Deze kan dus gecombineerd worden met $\sum_0^{-\infty} i$, de eerste deelsommatie.

Evenzoo kan $\sum_1^{\frac{n}{2}-1} i$ teruggebracht worden tot:

$$\sum_1^{\frac{n}{2}-1} i = \sum_1^{\frac{n}{2}-1} J_{-(i-n)} \cdot J_{-i} \frac{-j - j(i+i-n)\beta}{1 + i(i-n)\beta^2 + j n \beta} \varepsilon^{jn\mu t}.$$

Voor *even* harmonischen wordt de plaatstroom totaal:

$$(i_a)_{l.f. (even)} = \frac{1}{2} a \hat{u}_1^2 \operatorname{Re} \left[\sum_{\substack{n=2,4,6 \\ \dots \\ \frac{n}{2}-1}}^{\infty} \sum_{i=-\infty}^{\infty} (J_i \cdot J_{i-n} - J_{-i} J_{-(i-n)}) \frac{-j(i+i-n)\beta}{1+i(i-n)\beta^2 + jn\beta} e^{jn\mu t} \right. \\ \left. + J_{\frac{n}{2}} \cdot J_{-\frac{n}{2}} \frac{-j\left(\frac{n}{2} - \frac{n}{2}\right)\beta}{1 - \frac{n}{2} \cdot \frac{n}{2} \beta^2 + jn\beta} e^{jn\mu t} \right] = 0.$$

Nu is voor de sommatie over i steeds $J_i \cdot J_{i-n}$ gelijk aan $J_{-i} \cdot J_{-(i-n)}$, onverschillig of i even, dan wel oneven wordt genomen ($n = \text{even}$).

Vervorming door *even* harmonischen treedt dus in de gebruikte schakeling niet op.

Voor *oneven* harmonischen wordt de uitdrukking analoog omgevormd door de sommatie over i te splitsen in:

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} i = \underbrace{\sum_0^{-\infty} i}_{n} + \underbrace{\sum_1^{\infty} i}_{\frac{n-1}{2}} + \underbrace{\sum_1^{\frac{n-1}{2}} i}_{\frac{n-1}{2}} + \underbrace{\sum_{\frac{n+1}{2}}^{\infty} i}_{\frac{n+1}{2}}$$

De tweede en vierde deelsommatie kunnen resp. teruggebracht worden tot $\sum_0^{-\infty} i$ en $\sum_1^{\frac{n-1}{2}} i$ door $i - n$ te vervangen door $-i$.

Aldus wordt:

$$(i_a)_{l.f.} = \frac{1}{2} a \hat{u}_1^2 \operatorname{Re} \left[\chi_0 \sum_{\substack{n=1,3,5, \dots \\ \dots \\ \frac{n-1}{2}}}^{\infty} \sum_{i=-\infty}^{\infty} (J_i J_{i-n} - J_{-i} J_{-(i-n)}) \frac{-j\beta(i+i-n)}{1+i(i-n)\beta^2 + jn\beta} e^{jn\mu t} \right].$$

Voor iedere waarde van i is nu ($n = \text{oneven}$): $J_i J_{i-n} = -J_{-i} J_{-(i-n)}$ zoodat:

$$\sum_{\frac{n-1}{2}}^{-\infty} i = 2j\beta \sum_{\frac{n-1}{2}}^{-\infty} J_{-i} J_{-(i-n)} \frac{i+i-n}{1+i(i-n)\beta^2 + jn\beta} \cdot e^{jn\mu t}$$

Vervangt men tenslotte in deze sommatie i door $n-i$ en voert men in:

$$-2j\beta\chi_0 = -2j\beta \cdot (-j\omega_0 C_k R_p) = -2\omega_0 C_k R_p \beta = -2 \frac{\hat{u}_4}{\hat{u}_1} \beta$$

dan wordt:

$$(i_a)_{l.f.} = -a \hat{u}_1 \hat{u}_4 \beta \operatorname{Re} \left[\sum_{\substack{n=1,3,5, \dots \\ \dots \\ \frac{n+1}{2}}}^{\infty} \sum_{i=-\infty}^{\infty} J_i \cdot J_{i-n} \frac{i+i-n}{1+i(i-n)\beta^2 + jn\beta} e^{jn\mu t} \right].$$

Uit deze uitdrukking kunnen we eerst de grondtoon berekenen en daarna de vervorming aan oneven harmonischen bepalen.

$$(i_a)_1 = -a \hat{u}_1 \hat{u}_4 \beta \operatorname{Re}' \sum_1^{\infty} J_i J_{i-1} \frac{2i-1}{1+i(i-1)\beta^2 + j\beta} e^{jn\mu t}.$$

Voor de Besselfunctie's kan men invoeren:

$$J_i \left(\frac{\Delta \omega}{\mu} \right) = \sum_0^{\infty} k \frac{(-1)^k}{k! (k+i)!} \left(\frac{\Delta \omega}{2\mu} \right)^{i+2k}$$

Rangschikking naar machten van $\left(\frac{\Delta \omega}{2\mu} \right)$ levert op:

$$(i_a)_1 = -a \hat{u}_1 \hat{u}_4 \cdot \beta \operatorname{Re}' \left[a_1 \cdot \left(\frac{\Delta \omega}{2\mu} \right) + a_3 \left(\frac{\Delta \omega}{2\mu} \right)^3 + a_5 \left(\frac{\Delta \omega}{2\mu} \right)^5 + \dots \right] e^{j\mu t}$$

$$\text{waarin } a_1 = \frac{1}{1+j\beta}, a_3 = \frac{-3\beta^2}{(1+j\beta)(1+2\beta^2+j\beta)}, \text{ enz.}$$

Het blijkt dat alle coëfficiënten a_{2m+1} in de teller slechts één term bevatten van de vorm β^{2m} , hetgeen fysisch verklaard kan worden uit het feit dat voor een naar nul naderende frequentie ($\mu \rightarrow 0$) de plaatwisselstroom, noch onbepaald toeneemt, noch nul wordt. In dat geval toch wordt $\beta = \frac{2\mu}{\omega_{br}}$ zeer klein, terwijl $\frac{\Delta \omega}{2\mu}$ onbepaald toeneemt. Indien dus iedere term eindig wil blijven, moeten de coëfficiënten a_{2m+1} slechts β^{2m} bevatten en geen lagere machten van deze grootheid (hoogere machten van β zijn wiskundig uitgesloten).

We kunnen dus stellen:

$$a_{2m+1} = \frac{b_{2m+1}}{1 + f_{2m+1}(\beta)} \beta^{2m}$$

waarbij $f_{2m+1}(\beta)$ de eigenschap heeft dat $f_{2m+1}(0) = 0$.

Aldus wordt:

$$(i_a)_1 = -a \hat{u}_1 \hat{u}_4 \operatorname{Re}' \left[\frac{1}{1+j\beta} \left(\frac{\Delta \omega}{\omega_{br}} \right) - \frac{3}{(1+j\beta)(1+2\beta^2+j\beta)} \left(\frac{\Delta \omega}{\omega_{br}} \right)^3 + \dots \right] e^{j\mu t}$$

Er ontstaat een machtreeks met argument $\left(\frac{\Delta \omega}{\omega_{br}} \right)$, welke grootheid bij de toepassingen steeds zeer klein t.o.v. 1 gesteld kan worden ($\approx 5 \cdot 10^{-3}$).

Met goede benadering geldt dus voor alle acoustische frequentie's:

$$(i_a)_1 = -a \hat{u}_1 \cdot \hat{u}_4 \cdot \frac{\Delta \omega}{\omega_{br}} \operatorname{Re}' \frac{e^{j\mu t}}{1+j\beta}.$$

Vervangt men ω_{br} door $\frac{\omega_r}{Q}$ en schrijft men voor $\frac{\Delta \omega}{\omega_o}$ de waarde $-\frac{1}{2} \frac{\Delta C}{C_{10}}$ dan wordt:

$$(i_a)_1 = \frac{1}{2} a \hat{u}_1 \hat{u}_4 \frac{\omega_o}{\omega_r} Q \cdot \frac{\Delta C}{C_{10}} \operatorname{Re}' \frac{e^{j\mu t}}{1+j\beta}.$$

Aangezien $\frac{\omega_o}{\omega_r} = 1 + \frac{\omega_o C_k R_p}{2Q} \approx 1$ en $\frac{1}{2} a \hat{u}_1 \hat{u}_4$ juist het plaatgelijkstroomverschil is tusschen het maximum en minimum ($= i_v$) wordt de uit-

drukking tenslotte:

$$(i_a)_1 = i_v \cdot Q \frac{\Delta C}{C_{10}} \operatorname{Re}' \frac{\varepsilon^{j\mu t}}{1 + j\beta}.$$

Het kiezen van een hooge kringkwaliteit Q leidt weliswaar tot een gevoeliger apparaat, maar kan een grotere frequentie-afhankelijkheid mede brengen. Een zeer hooge oscillator-frequentie zou dit effect weer kunnen verminderen, doch al te hoog kan men om praktische redenen niet gaan. De maximale frequentieafwijking $\Delta \omega = -\frac{1}{2} \frac{\Delta C}{C_{10}} \cdot \omega_0$ zou dan groot kunnen worden t.o.v. ω_{br} en de uitdrukking voor $(i_a)_1$ zal niet meer altijd gelden. Bovendien zullen dan zeer kleine capaciteitsvariatie's t.g.v. tocht, stooten e.d., de instelling geheel doen verloren gaan. ($\omega_0 \approx 900$ k.c.). Om tot hooge frequentie's geen amplitude- en phasecorrecties toe te behoeven passen werd $Q = 50$ gekozen.

De grootheid $\frac{\Delta C}{C_{10}}$ is bij bepaalde i_v en Q direct te bepalen uit een meting van $(i_a)_1$, of van een spanning die hieruit is afgeleid; de uitwijking $\hat{\xi}$ kan dan bepaald worden uit de betrekking:

$$\frac{\Delta C}{C_{10}} = \frac{\xi_0}{\xi_0} \frac{C_{m0}}{C_{10}}$$

waarbij ξ_0 weer uit een capaciteitsmeting (C_{m0}) kan worden berekend.

Vervorming door oneven harmonischen.

De vervormingsfactor k_n volgt uit de relatie:

$$k_n = \frac{\left| -a \hat{u}_1 \hat{u}_4 \beta \cdot \frac{\sum_{n+1}^{\infty} i J_i \cdot J_{i-n}}{2} \frac{2i-n}{1 + i(i-n) \beta^2 + j n \beta} \right|}{\left| -a \hat{u}_1 \hat{u}_4 \beta \cdot \frac{\sum_1^{\infty} i J_i \cdot J_{i-1}}{1} \frac{2i-1}{1 + i(i-1) \beta^2 + j \beta} \right|}.$$

De noemer van deze breuk werd reeds naar machten van $\frac{\Delta \omega}{2\mu}$ gerangschikt, terwijl ook rangschikking naar machten van $\frac{\Delta \omega}{\omega_{br}}$ mogelijk bleek. Ook voor de teller kan een dergelijke reeksontwikkeling worden opgesteld en wel:

$$\beta \frac{\sum_{n+1}^{\infty} i J_i \cdot J_{i-n}}{2} \frac{2i-n}{1 + i(i-n) \beta^2 + j n \beta} = \beta \left[a_n \left(\frac{\Delta \omega}{2\mu} \right)^n + a_{n+2} \left(\frac{\Delta \omega}{2\mu} \right)^{n+2} + \dots \right].$$

De coëfficiënten $a_n + \varepsilon_m$ zijn breuken waarvan de tellers β bevatten tot ten hoogste een macht $n + 2m - 1$.

Op fysische gronden kan men nu ook weer besluiten dat deze tellers geen lagere machten van β kunnen bevatten, daar anders bij naar nul naderende frequentie onbepaald toenemende termen zouden optreden.

Aldus wordt:

$$k_n = \left| \frac{\frac{b_n}{1 + f_n(\beta)} \left(\frac{\Delta \omega}{\omega_{br}} \right)^n + \frac{b_{n+2}}{1 + f_{n+2}(\beta)} \left(\frac{\Delta \omega}{\omega_{br}} \right)^{n+2} + \dots}{\frac{b_1}{1 + f_1(\beta)} \left(\frac{\Delta \omega}{\omega_{br}} \right) + \frac{b_3}{1 + f_3(\beta)} \left(\frac{\Delta \omega}{\omega_{br}} \right)^3 + \dots} \right|$$

Voor alle frequentie's kunnen we ons beperken tot een enkele term in teller en noemer, zoodat:

$$k_n \approx \left| \frac{b_n}{b_1} \frac{1 + f_1(\beta)}{1 + f_n(\beta)} \right| \left(\frac{\Delta \omega}{\omega_{br}} \right)^{n-1}$$

Bij berekening blijkt algemeen dat de absolute waarde van de coëfficiënt b_n steeds 1 is, terwijl:

$$1 + f_n(\beta) = (1 + j n \beta) \{ 1 + j n \beta - (n-1) \beta^2 \} \\ \{ 1 + j n \beta - (n-2) \cdot 2 \beta^2 \} \dots \{ 1 + j n \beta - \frac{n-1}{2} \cdot \frac{n+1}{2} \beta^2 \}.$$

of

$$1 + f_n(\beta) = \prod_{l=0}^{n-1} [1 + j n \beta - (n-l) \cdot l \beta^2].$$

De vervormingsfactor k_n wordt dus:

$$k_n = \left| \frac{1 + j \beta}{\prod_{l=0}^{n-1} [1 + j n \beta - (n-l) \cdot l \beta^2]} \right| \left(\frac{\Delta \omega}{\omega_{br}} \right)^{n-1}$$

of

$$k_n = \sqrt{\frac{1 + \beta^2}{\prod_{l=0}^{n-1} [1 + (n-l)^2 l^2 \beta^4 + \{ (n-l)^2 + l^2 \} \beta^2]}} \left(\frac{\Delta \omega}{\omega_{br}} \right)^{n-1}$$

Voor kleine waarden van β (≤ 0.1) en voor niet te hooge waarden van n (≤ 7) kan het product in de noemer vereenvoudigd worden door de termen met β^4 te verwaarloozen. Dan ontstaat de betrekking:

$$k_n \approx \sqrt{\frac{1 + \beta^2}{1 + \sum_{l=0}^n l^2 \cdot \beta^2}} \left(\frac{\Delta \omega}{\omega_{br}} \right)^{n-1}$$

De vervorming is dus in dit gebied steeds kleiner dan de waarde van $\left(\frac{\Delta \omega}{\omega_{br}} \right)^{n-1}$, hetgeen bij gebruik als microfoonversterker altijd kleiner dan 0,01 % blijft.

Voor willekeurig groote waarden van β en n kan men het product in de noemer vervangen door een ander product waarvan de factoren kleiner dan die van het werkelijke product zijn. De factoren zijn steeds groter dan

1, en we vervangen deze door de factoren 1, behalve de eerste factor ($l=0$), die we behouden.

De vervormingsfactor k_n is dan zeker kleiner dan:

$$\sqrt{\frac{1+\beta^2}{1+n^2\beta^2}} \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_{br}}\right)^{n-1}$$

Voor alle waarden van β en n blijft dus gelden:

$$k_n < \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_{br}}\right)^{n-1}$$

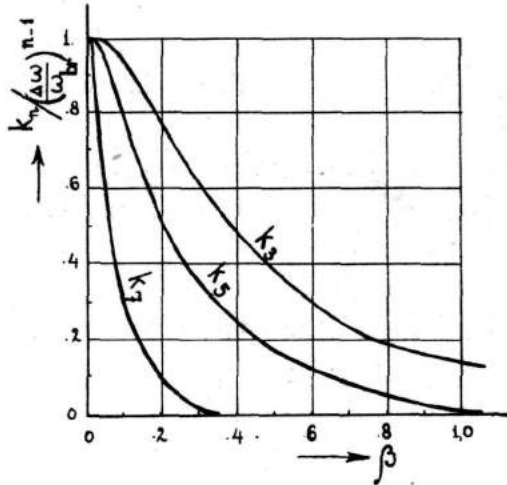


Fig. 15. Verloop van de vervormingsfactoren van de 3e-, 5e- en 7e-harmonischen als functie van $\beta \left(\frac{2\mu}{\omega_{br}}\right)$

Voor alle frequentie's werkt het apparaat bijna geheel zonder niet-lineaire vervorming; de lineaire vervorming blijft onbelangrijk zoolang β^2 maar klein t.o.v. 1 blijft, of wel als de toonfrequentie kleiner is dan de halve resonantiebreedte van de h.f. kring in het vierde rooster-circuit.

Opmerking 1.

De reeksen van producten van Besselfunctie's, die hier ter sprake komen, kunnen naar machten van het argument $\frac{\Delta\omega}{2\mu}$ worden gerangschikt; de bijbehorende coëfficiënten zijn breuken waarvan de tellers uit fysisch oogpunt een bepaalde gedaante moeten hebben. Denkt men zich de grootheid β onafhankelijk van het argument van de Besselfunctie's dan blijft de reeksontwikkeling dezelfde.

$$\sum_{n+1}^{\infty} i J_i(x) J_{i-n}(x) \cdot \frac{2i-n}{1+i(i-n)\beta^2+jn\beta} = a_n \left(\frac{x}{2}\right)^n + a_{n+2} \left(\frac{x}{2}\right)^{n+2} + \dots$$

waarin:

$$a_{n+2m} = \frac{b_{n+2m} \cdot \beta^{n+2m-1}}{1+f_{n+2m}(\beta)} \text{ en } f_{n+2m}(0) = 0.$$

Kiest men een naar nul naderende waarde voor β , terwijl x eindig blijft, dan naderen alle coëfficiënten tot nul, uitgezonderd a_1 ($n=1, m=0$), die tot 1 nadert.

Zoodoende ontstaan de volgende uitkomsten:

$$\sum_1^{\infty} i J_i(x) \cdot J_{i-1}(x) \cdot (2i-1) = \frac{x}{2}$$

$$\sum_{\frac{n+1}{2}}^{\infty} i J_i(x) \cdot J_{i-n}(x) \cdot (2i-n) = 0 \text{ waarbij } \begin{cases} n > 1, \text{ oneven.} \\ J_{-k}(x) = (-1)^k \cdot J_k(x); k > 0. \end{cases}$$

Het moet blijken of deze overgang mathematisch gerechtvaardigd is, hetgeen is aangetoond door Dr. B. v. D. POL en Dr. N. G. DE BRUYN.

Opmerking 2.

De aangenomen vorm voor de geoscilleerde h.f. spanning aan het eerste rooster van de mengbuis $u_1 = \hat{u}_1 \cos \left(\omega_0 t + \frac{\Delta \omega}{\mu} \sin \mu t \right)$ is geenszins algemeen; juister zou het geweest zijn om te schrijven:

$$u_1 = \hat{u}_1 \cos \left[\omega_0 t + \frac{\Delta \omega}{\mu} \sin(\mu t + \alpha) \right].$$

Stelt men de functie $\mu t + \alpha$ als een tijdfunctie, $\mu'(t)$, voor, dan wordt de reeksontwikkeling voor u_1 :

$$u_1 = \hat{u}_1 \sum_{-\infty}^{+\infty} i J_i \left(\frac{\Delta \omega}{\mu} \right) \cdot \cos(\omega_0 t + i \cdot \mu'(t))$$

De berekening van de l.f. plaatstroom $(i_a)_{l.f.}$ van de mengbuis kan dan geheel worden gehandhaafd, indien men in de resultaten $\mu \cdot t$ vervangt door $\mu'(t) = \mu t + \alpha$. (De argumenten van de Besselfunctie's blijven dezelfde).

Het resultaat is dus dat de grootheid $(i_a)_1$ eveneens een fasehoek α gaat bevatten, terwijl de vervorming aan even en oneven harmonischen even klein blijft, doch dat deze (laatste) componenten een verandering van $i \alpha$ in de fasehoek ondergaan.

c) *Ijking als geluidsdrukmeter.*

Als variabele capaciteit is in dat geval een condensator-microfoonkapsel opgenomen in de h.f. trillingskring van het eerste rooster.

Bovendien wordt ook een gelijkspanning (100 V) in de kring toegevoerd, die geheel tusschen de elektroden van het kapsel komt te staan; over een weerstand, overbrugt door een condensator, wordt een l.f. spanning aangelegd (zie fig. no. 14).

Op het eerste rooster van de menglamp komt geen l.f. spanning, aangezien L_1 deze nagenoeg kortsluit. Op het kapsel werken nu krachten, afkomstig van de totale elektrische veldsterkte F ; per oppervlakte-eenheid is dan:

$$K = \frac{F^2}{8\pi} = k(V_o - \hat{V}_1 \cos \mu t)^2 \approx k[V_o^2 - 2 V_o \hat{V}_1 \cos \mu t]. \quad (\hat{V}_1 \ll V_o)$$

waarin k = evenredigheidsfactor.

V_o = gelijkspanning.

$\hat{V}_1$ = piekwaarde v. d. wisselspanning.

μ = l.f. cirkelfrequentie.

De wisselkracht is afkomstig van $-2 k V_o \hat{V}_1 \cos \mu t$ en is een aequivalent van de geluidsdruk p .

Voor de *relatieve ijking* kan men $\hat{V}_1$ constant houden bij variabele frequentie μ , en de uitgangsspanning als functie van μ beantwoordt dan aan de frequentie-amplitude karakteristiek van de drukmeting in zijn geheel, mits de omtrek van de microfoon klein is t.o.v. de golflengte van de geluidsgolf. De frequentie-amplitude karakteristiek van het kapsel *alleen*, verkrijgt men door alle correctie's (t.g.v. β , h.f. ontkoppeling en l.f. versterker) in rekening te brengen. De amplitude- en fasekarakteristiek van de microfoonapparatuur kan ook weer direct zichtbaar worden gemaakt op het scherm van een kathode-straalbuis; de spanning $\hat{V}_1 \cos \mu t$ synchroniseert dan het impulsapparaat terwijl van de uitgangsspanning een 90° verschoven, evengroote spanning wordt afgeleid. De beide laatste spanningen geven weer aanleiding tot een cirkel op het beeldscherm, welke alleen zichtbaar wordt op het moment dat $\hat{V}_1 \cos \mu t$ in positieven zin door nul gaat. Aldus kan men correctie toepassen op een meting van de geluidsdruk naar phase en amplitude.

Voor een kapsel met hoge resonantie-frequentie en een groote breedte van de h.f. kring in het vierde rooster is deze correctie tot 1000 Hz, wat de amplitude betreft te verwaarlozen ($< 1\%$), en is de phasevariatie klein ($\approx 10^\circ$). Deze laatste is te verminderen door over het geheele systeem tegenkoppeling toe te passen, hetgeen hier mogelijk is door de uitgangsspanning weer als kracht op het microfoon-membraan te doen werken. Het blijkt dat dit verbetering geeft voor de lagere frequentie's (tot ongeveer $\frac{1}{2}$ resonantie-freq.), maar voor hogere frequentie's bij te sterke „tegenschakeling” aanleiding geeft tot genereren.

Ter illustratie is in fig. 16 het verloop van de uitwijking (ξ) naar phase en amplitude als functie van de frequentie μ in een polair-diagram uitgezet. Voor de mechanische impedantie van een microfoonmembraan kan men bij benadering schrijven:

$$Z_{\text{mech}} = r + j\mu m + \frac{s}{j\mu}.$$

waarin:

r = dempingsweerstand.

m = aequivalente massa van het membraan

s = stijfheid van het bewegende systeem.

De resonantie frequentie μ_r is bepaald door de betrekking:

$$\mu_r = \sqrt{\frac{s}{m}}.$$

De uitwijking ξ wordt dus bij een uitwendige Kracht (K), welke een cosinusvormige tijdfunctie is, gegeven door:

$$\xi = \frac{K}{s - \mu^2 m + j \mu r}.$$

Noemt men de modulus en het argument van ξ/K resp. q en θ , dan leidt dit tot de vergelijking:

$$s \cdot q^2 - q \cos \theta - \frac{q^2}{s} \sin^2 \theta = 0.$$

waarin q de mechanische „kwaliteit” voorstelt $\left(q = \frac{1}{r} \sqrt{m \cdot s} \right)$.

Aldus wordt de vergelijking tusschen q en θ :

$$q = \frac{\cos \theta}{2s} \pm \sqrt{\left(\frac{\cos \theta}{2s} \right)^2 + \left(\frac{2q}{2s} \sin \theta \right)^2}.$$

De constructie volgt verder met behulp van de twee hulpcircels uit figuur no. 16. De hoek α is bovendien een maat voor de verhouding μ/μ_r , en wel is $\tan \alpha = \mu/\mu_r$.

De voorstelling van de plaatwisselstroom kan men in dezelfde figuur teekenen, door de grootheid ξ te vermenigvuldigen met $\frac{1}{1 + j\beta}$ $\left(\beta = \frac{2\mu}{\omega_{br}} \right)$. In figuur 16 is hiertoe de resonantiefrequentie μ_r , gelijk gekozen aan de halve resonantiebreedte ω_{br} van de h.f. kring in het vierde roostercircuit van de mengbuis. Aldus treedt bij deze frequentie een extra draaiing op van 45° , terwijl de amplitude t.o.v. de frequentie $\mu = 0$ extra met een factor $\sqrt{2}$ is afgenomen.

Bij deze onderstellingen is het reeds duidelijk dat bij tegenschakeling voor de lage frequentie's $\left(\frac{\mu}{\mu_r} < 0,6 \right)$ dit voor de hogere frequentie's een positieve terugkoppeling beteekent.

Voor de absolute ijking is het noodzakelijk de factor k te bepalen; daartoe wordt V_1 nul gekozen en de gelijkdruk $k V_o^2$ vervangen door een statische evengroote „lucht”druk (p_o) Met behulp van een drukkamer, met een micro-manometer als drukmeter kon aldus het verband worden opgenomen tusschen V_o en p_o , hetgeen grafisch ongeveer een parabool zal worden. (fig. 17).

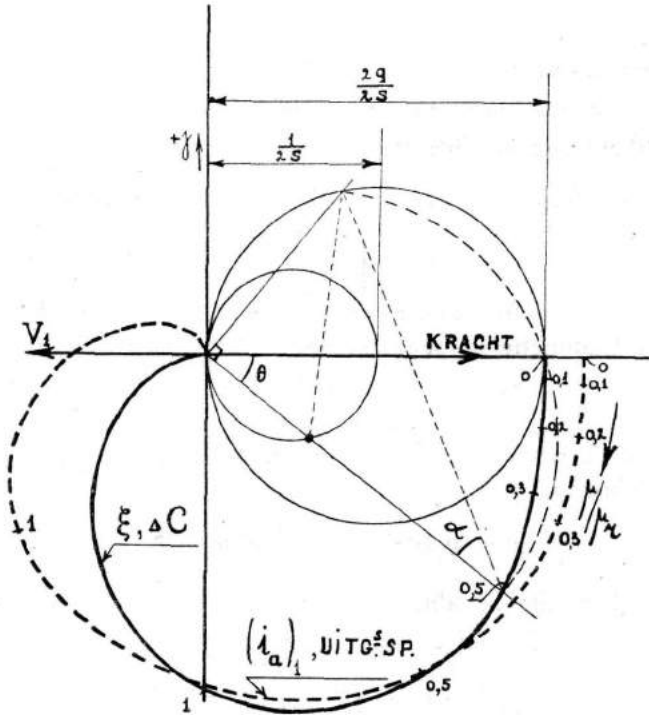


Fig. 16 Verloop van de uitwijking ξ en de plaatstroom $(i_a)_1$ als functie van de frequentie.

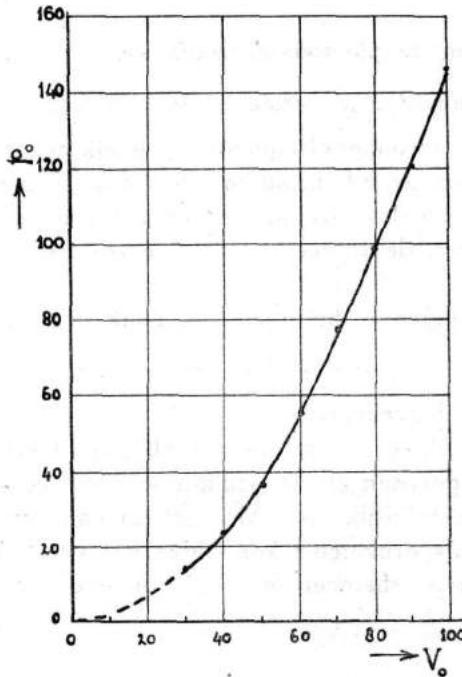


Fig. 17. Verband tusschen de gelijkdruk (P_0) en de gelijkspanning (V_0) op een microfoonmembraan voor een gelijke afwijking ξ . P_0 in dyne's/cm², V_0 in Volts).

Het kenmerk van gelijkheid der drukken wordt gegeven door de gelijke capaciteit in beide gevallen van het microfoonkapsel, en dus gelijke geoscilleerde frequentie (ω_g). In het vierde rooster van de menglamp wordt nu een spanning met een constante frequentie van b.v. $\omega_g + 1000 \cdot 2\pi$ aangebracht, afgeleid van een goede meetzender, (Marconi-Ecko). De spanning aan de uitgang van het apparaat zal dan een frequentie van 1000 Hz bevatten; deze wordt hoorbaar gemaakt en met behulp van het zwevingskenmerk gelijk gemaakt aan een toon afgeleid van een constante toongenerator (zie fig. 18).

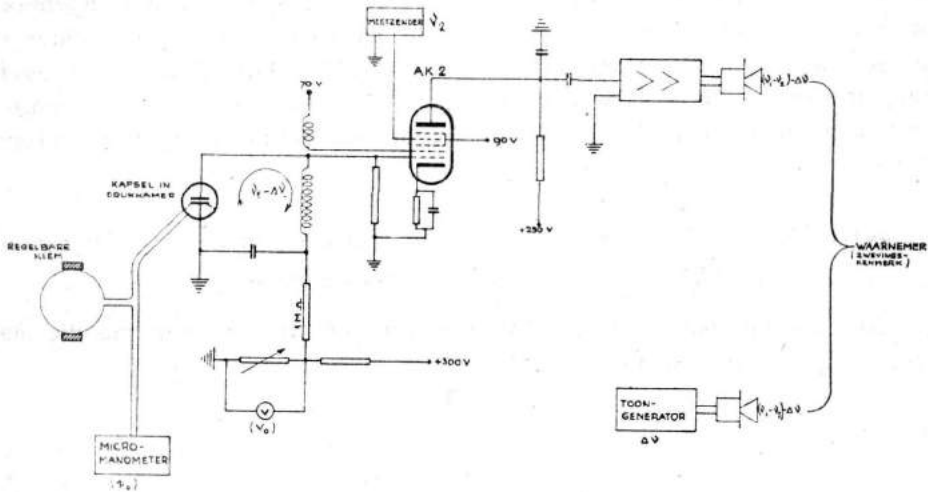


Fig. 18. Absolute ijking van een condensatormicrofoon (Schematisch).

In beide gevallen (met V_o of p_o) stelt men in op de toonhoogte die de toongenerator aangeeft.

Men vindt dan

$$k = \frac{P_o}{V_o^2}.$$

Een geluidsdruk p correspondeert vervolgens met een wisselspanning van bekende grootte:

$$\hat{p} = 2 k V_o \hat{V}_1; \quad \hat{p} = 2 p_o \frac{\hat{V}_1}{V_o}.$$

2e). Het constant houden van de noemer van het te meten quotiënt.

Om één der grootheden p of v naar amplitude constant te houden kan met voordeel de z.g. Neumann-schrijver worden gebruikt ¹⁾. In principe werkt deze schrijver als een versterker, waarbij de uitgangsspanning een potentiometerarm regelen kan en hierop juist geen krachten uitoefent indien de ingangsspanning een bepaalde waarde heeft (≈ 10 mV). Wijkt de ingangs-

¹⁾ G. C. Reitsma, Registreerende decibelmeters.

spanning hiervan af, dan treedt een zoodanige regeling op, dat (indien mogelijk) de ingangsspanning wel deze waarde verkrijgt.

De spanning, afgeleid van de noemer van het te meten quotiënt, wordt nu direct met de ingang van de Neumann-schrijver verbonden, terwijl aan de potentiometer een l.f. spanning wordt aangelegd. De gedeelde spanning wordt dan verder toegevoerd aan de geluidsbron (via een luidsprekerversterker) (zie fig. 2). Nu wordt dus de noemer constant gehouden, daar regeling van het potentiometercontact inderdaad verandering hiervan medebrengt. Men is dan bovendien onafhankelijk van de frequentie-afhankelijkheden van toongenerator, luidsprekerversterker en geluidsbron; de nauwkeurigheid hangt echter af van de stappen waarin de potentiometer is verdeeld (50 db potentiometer heeft stappen van 0,5 db, zoodat maximaal 3 % fout kan optreden). Bij nauwkeurige metingen kan deze afwijking, door een handregeling nog worden vermeden.

3e). De omzetting van een spanning, afgeleid van de uitwijking ξ , in een spanning, die correspondeert met de snelheid $\dot{\xi}$.

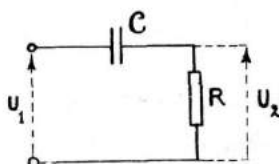
Met behulp van het h.f. apparaat verkrijgen we een spanning die met goede benadering te schrijven is, als:

$$u_{\xi} = A \cdot \xi$$

en dus:

$$u_{\dot{\xi}} = j \omega u_{\xi} = A \cdot \dot{\xi}$$

De spanning $u_{\dot{\xi}}$ moet dus vermenigvuldigd worden met $j \omega$, hetgeen met de volgende schakeling is geschied:



Immers dan is:

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{R}{R + \frac{1}{j \omega C}} = \frac{j \omega RC}{1 + j \omega RC}$$

Voor $\omega RC \ll 1$ is dus $\frac{u_2}{u_1} \approx j \omega RC$.

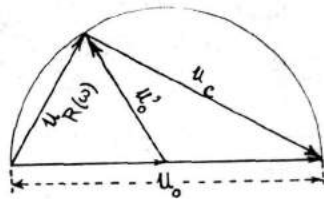
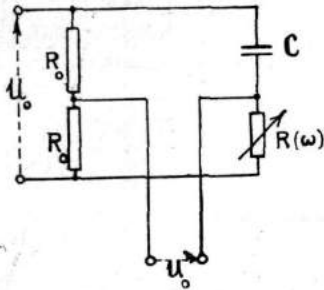
• Het product RC werd 10^{-5} gekozen ($C = 10^3 \text{ pF}$, $R = 10^4 \Omega$) zoodat bij 1000 Hz de afwijkingen bedragen:

1e) naar amplitude: 0,2 %.

2e) naar phase: $10^{-2} \cdot 2 \pi$ radialen = $3,6^\circ$.

4e). De phasedraaier van 90° , onafhankelijk van de frequentie.

Van de teller van het te meten quotiënt moet een spanning afgeleid worden met dezelfde amplitude en voor iedere frequentie over $\frac{\pi}{2}$ radialen verschoven; er zijn voor dit doel diverse schakelingen bekend ¹⁾, doch allen hebben het nadeel zeer ingewikkeld en frequentieafhankelijk te zijn. Daarom is hiervoor een technische oplossing gekozen, die ook als phasedraaier voor een bepaalde vaste frequentie (b.v. 50 Hz) veel wordt toegepast ²⁾.



Uit het phase-digram volgt direct dat de spanning u_0' wat amplitude betreft steeds gelijk is aan $\frac{1}{2} u_0$, terwijl alle phaseverschillen tusschen 0 en π zijn in te stellen; wordt $R(\omega)$ juist gelijk gekozen aan $\frac{1}{\omega C}$ dan is dit phaseverschil $\frac{\pi}{2}$ radialen. Hiertoe zijn op de twee assen van een toongenerator (Philips GM 2307) draadgewonden weerstanden aangebracht, welke met de frequentie worden medegeregeld; uit praktische overwegingen is de waarde van C in twee trappen omschakelbaar. De spanning u_0' wordt dan vervolgens in een buischakeling weer tweemaal versterkt.

5e). De synchroon-impulsgenerator.

Voor het opwekken van de impulsvormige spanning, welke dient om het phaseverschil tusschen twee sinusvormige spanningen op het scherm van een kathode-straalbuis aan te geven, op de manier aangegeven in § 2, kan gebruik worden gemaakt van een gasgevulde triode. Het moment waarop deze buis periodiek „doorslaat”, moet gesynchroniseerd worden met een wisselspanning, en moet verder op een vast tijdstip gedurende de periode van deze wisselspanning optreden. Voor dit laatste tijdstip werd het moment gekozen, waarop de wisselspanning in positieve zin door nul gaat.

¹⁾ R. Vilbig, Lehrbuch der Hochfrequenztechn.

²⁾ W. Neyenhuis, Ph. Techn. Tijdsch. 5. 7 (1940).

Meting van phasehoeken met behulp van de kathodestraalbuis.

Bijgaande afbeeldingen (fig. 20) geven een indruk van de uitgangsspanning bij verschillende frequentie's van de ingaande wisselspanning (100—1000 en 10000 Hz). Bovendien zijn enkele opnamen bijgevoegd die de werking verduidelijken, indien men de impulsspanning benut om van een periodische cirkelbeweging op het scherm van een kathode-straalbuis een enkel tijdstip te markeren; de cirkelfiguur is hierbij eveneens opgenomen, doch deze kan geheel onderdrukt worden.

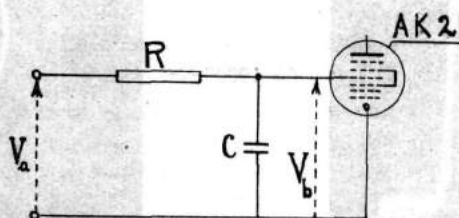
§. Correctie-mogelijkheid.

Hoewel alle apparaten, benodigd voor het meten van acoustische impedantie's en admittantie's, zooveel mogelijk voor alle frequentie's een zelfde werking is gegeven, zullen toch de totale phasedraaiingen nog een belangrijke afwijking kunnen geven bij de lage frequentie's. Hiervoor kan echter een volledige correctie worden toegepast; men vervangt daartoe de geluidsdruk door een aequivalente wisselspanning V_a van de beschouwde frequentie, en verkrijgt aldus in het „druk-circuit” dezelfde spanningen als bij de geluidsdrukmeting. Ook de uitwijking ξ kan men vervangen door een wisselspanning afgeleid van de spanning V_a . Deze spanning geven we den vorm:

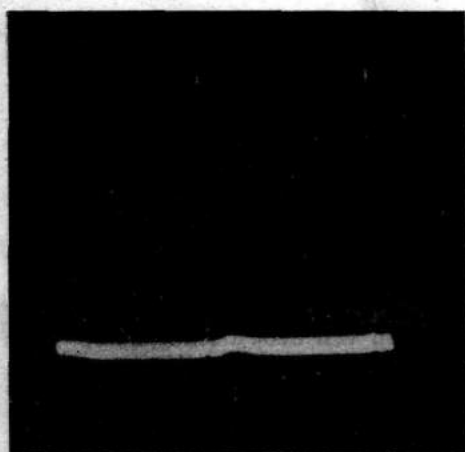
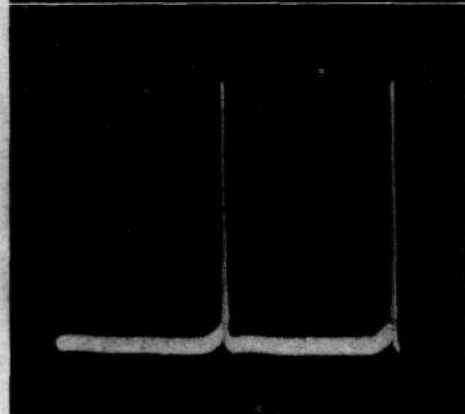
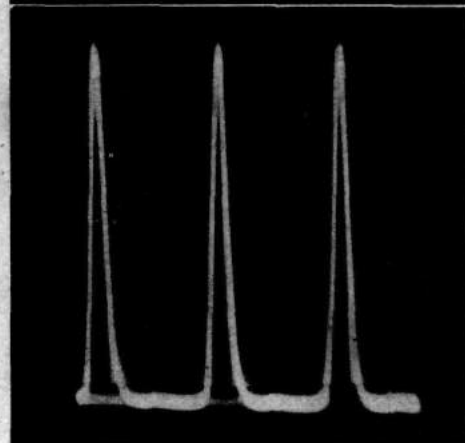
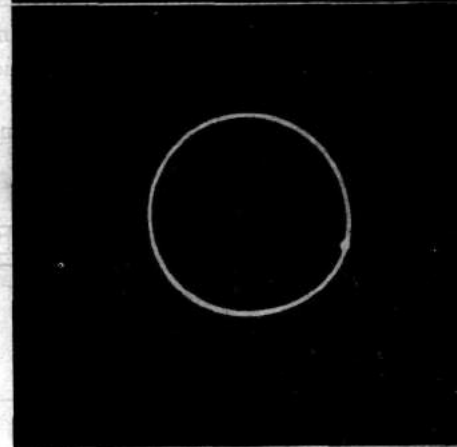
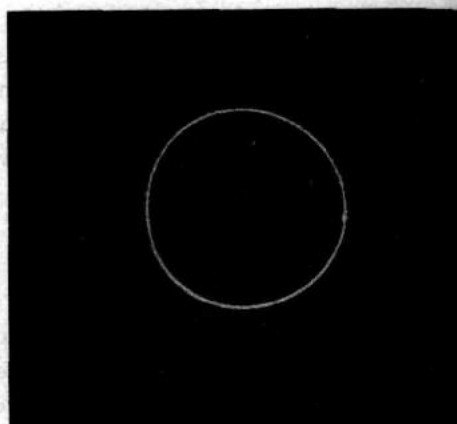
$$V_b = \frac{V_a}{1 + j\beta}$$

waarin $\beta = \frac{2\mu}{\omega_{br}}$ en ω_{br} = de resonantiebreedte van de h.f. kring in het vierde roostercircuit van het bijbehorende h.f. apparaat. De spanning V_b voeren we dan direct toe aan dit vierde rooster, waarbij de h.f. kring wordt verwijderd. De plaatstroom zal dan dezelfde waarde, wat phase betreft, aannemen als wanneer een uitwijking ξ , in phase met V_a , deze l.f. plaatstroom zou veroorzaken. Aangezien zich verder in het snelheidscircuit nog een phasedraaiend lid ($\times j\omega$) bevindt, zal aldus de stand van de imaginaire as kunnen worden geverifieerd.

Het afleiden van de spanning V_b uit V_a geschiedde met de volgende schakeling.



Kiest men $RC = \frac{2}{\omega_{br}}$ dan wordt $V_b = \frac{V_a}{1 + j\beta}$.


 $f = 100 \text{ Hz}$

 $f = 1000 \text{ Hz}$

 $f = 10000 \text{ Hz}$


Impulsspanningen, verkregen uit de
synchroon impulsgenerator.

Fig. 20.

Het gebruik van een piekspanning ter
verkrijging van een punt op het scherm.
(De cirkel kan op een stip na geheel
onderdrukt worden).

HOOFDSTUK II.

Bepaling van geluidsabsorptie volgens de nagalmmethode.

§ 1. Inleiding.

Voor de bepaling van de geluidsabsorptie volgens deze methode is het noodzakelijk zoo nauwkeurig mogelijk nagalmmetingen te verrichten en bij het aanbrengen van het absorbeerende materiaal de noodige voorzorgen te nemen. Verschillende onderzoekers *) hebben reeds het verband onderzocht tusschen de verkregen absorptie-coëfficiënt, de aangebrachte oppervlakte en het volume van de galmruimte en zijn hierbij steeds tot de conclusie gekomen, dat dit verband niet algemeen is aan te geven.

De groote verschillen in gemeten absorptie-coëfficiënt moeten dan ook voornamelijk gezocht worden in de nog betrekkelijk onnauwkeurige nagalmmeting; één van de belangrijkste oorzaken hiervan is wel het feit, dat de geluidsdruk tijdens de nagalm niet volgens een exponentiële functie daalt.

Alleen de totale geluidsenergie neemt exponentiël af, en hieruit is de nagalmtijd te definiëren:

$$W = W_0 \cdot e^{-2kt}$$

De nagalmtijd τ vindt men dan, indien $\frac{W}{W_0} = 10^{-6}$, zoodat:

$$k = \frac{6.9}{\tau}.$$

Men heeft voor een betere middeling speciale bewegende opstellingen van de geluidsbron en microfoon ontworpen, alsmede gebruik gemaakt van bijzondere toonmengsels. Bewegende drukmicrofoons geven echter een gemiddelde waarde van de geluidsdruk en niet van de geluidsdichtheid. Ook nagalmmetingen met frequentie-gemoduleerde toonen kunnen nog groote afwijkingen van de exponentiële nagalm op een bepaalde plaats in de ruimte geven, veroorzaakt door het frequentie-spectrum van een dergelijk signaal **).

Een betere methode ontstaat, indien men een energiedichtheid D tot stand brengt, die meer onafhankelijk is van de plaats (x, y, z) in de ruimte; tijdens de nagalm zal dan deze dichtheid verlopen als:

$$D = D_0 \cdot e^{-2k \cdot t}$$

terwijl de geluidsdruk p , in de veronderstelling dat deze steeds evenredig is met $\sqrt{D}$, zich zal gedragen als:

$$p = p_0 \cdot e^{-k \cdot t}$$

*) b.v. R. M. Morris, G. M. Nixon and J. S. Parkinson (J. A. S. A. 1948 p. 234).

**) W. L. Barrow, J. A. S. A. 3, 562 (1932).

Reeds Thiede *) heeft in 1936 het gebruik van een z.g. ruischspectrum voor nagalmmetingen benut, terwijl later o.a. Freygang **) deze methode gebruikt heeft voor luidsprekermetingen. Inderdaad kan een dergelijk ruischspectrum een meer gelijkmatige energieverdeling veroorzaken, zoodat hiermee een nagalmverschijnsel zal ontstaan, dat beter voor metingen geschikt is en dat niet meer afhankelijk is van den toevalligen stand van de geluidsbron en microfoon.

Aan den anderen kant ontstaan hierdoor typische andere moeilijkheden, zooals b.v. het meten van een ruischspanning en het feit dat men niet bij iedere frequentie den nagalmtijd en de absorptie-coëfficiënt kan bepalen.

Hoe groot de breedte van het ruischspectrum minstens moet zijn, om eenigszins een goede energieverdeling tot stand te brengen, hangt af van de gemiddelde frequentie, den nagalmtijd en het zaalvolume.

§ 2. Theoretische grondslagen.

Uitgaande van de partiële differentiaalvergelijking:

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -q \frac{\partial q}{\partial t}$$

welke voor de beschouwde ruimte geldt en waarin voorstellen:

p = geluidsdruk

Δ = operator van Laplace

c = voortplantingssnelheid

q = normale dichtheid

q = „Volume-displacement” per volume-eenheid $\left[\frac{\text{snelheid} \times \text{opp.}}{\text{volume}} \right]$

t = tijd

kan men de „stationnaire” oplossing $p(x, y, z, t)$ bij sinusvormige $q(t)$ vinden met behulp van eigenfunctie's $\Psi_n(x, y, z)$.

Stelt men n.l. de grootheid $q = 0$, onafhankelijk van t , dan kan men de oplossing van:

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$

gelijkstellen aan een sommatie van particuliere oplossingen p_n , welke voldoen aan de randvoorwaarden en de verg.:

$$\Delta p_n - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p_n}{\partial t^2} = 0.$$

Een dergelijke particuliere oplossing kan worden geschreven als:

$$p_n = \Psi_n \cdot \varepsilon^{j\omega_n^* \cdot t}$$

waarin ω_n^* de, in het algemeen complexe, eigenfrequenties voorstellen. Zij zijn geheel bepaald door den vorm en bekleeding van de wanden en onaf-

*) H. Thiede, Elektr. Nachr. Techn. 13, 84 (1936)

**) H. G. Freygang, Ak. Z. 3, 80 (1938).

hankelijk van de plaats in de ruimte. De functies Ψ_n zijn eveneens functies, die geheel gegeven zijn voor een bepaalde ruimte, doch welke afhangen van de coördinaten.

Voor Ψ_n geldt de vergelijking:

$$\Delta \Psi_n + \left[\frac{\omega_n^*}{c} \right]^2 \cdot \Psi_n = 0.$$

Deze functies Ψ_n zijn onder bepaalde voorwaarden orthogonaal; men kan immers schrijven:

$$\Delta \Psi_m + \left[\frac{\omega_m^*}{c} \right]^2 \cdot \Psi_m = 0 \quad (\times \Psi_n),$$

$$\Delta \Psi_n + \left[\frac{\omega_n^*}{c} \right]^2 \cdot \Psi_n = 0 \quad (\times \Psi_m).$$

$$\Psi_m \cdot \Delta \Psi_n - \Psi_n \cdot \Delta \Psi_m = \left[\left(\frac{\omega_m^*}{c} \right)^2 - \left(\frac{\omega_n^*}{c} \right)^2 \right] \Psi_m \cdot \Psi_n.$$

Integratie over het volume V , levert op:

$$\int_V [\Psi_m \cdot \Delta \Psi_n - \Psi_n \cdot \Delta \Psi_m] dV = \lambda \int_V \Psi_m \cdot \Psi_n dV$$

waarin λ een constante voorstelt, welke slechts nul wordt, indien $n = m$.

Toepassing van de stelling van Green geeft:

$$\int_{\sigma} \left[\Psi_n \cdot \frac{\partial \Psi_m}{\partial n} - \Psi_m \cdot \frac{\partial \Psi_n}{\partial n} \right] d\sigma = \lambda \int_V \Psi_m \cdot \Psi_n dV; \quad \begin{matrix} (\sigma = \text{wandoppervlakte}) \\ (n = \text{normaal}) \end{matrix}$$

Voor het geval dat $n \neq m$ zal de volume-integraal nul opleveren indien overal op σ geldt: $\Psi_n = \Psi_m = 0$ of ook $\frac{\partial \Psi_m}{\partial n} = \frac{\partial \Psi_n}{\partial n} = 0$. Eveneens indien daar geldt dat $\frac{\partial \Psi_n}{\partial n} = K \cdot \Psi_n$ ($K = \text{constante}$, onafhankelijk van de index n) blijft de orthogonaliteit bewaart en is

$$\int_V \Psi_n \cdot \Psi_m dV = 0. \quad (n \neq m).$$

De voorwaarden voor de orthogonaliteitsbetrekking zijn dus de volgende:

1e) p_n overal op σ nul.

of

$$2e) \quad \frac{\partial p_n}{\partial n} = 0$$

of

$$3e) \quad \frac{\partial p_n}{\partial n} = K \cdot p_n.$$

Stelt men de specifieke acoustische impedantie van de wand voor door $z = \frac{p}{v}$ dan geldt dus:

$$-\text{grad } p_n = j \omega_n^* \cdot q \cdot \dot{\xi}_n$$

(krachtvergelijking; $\dot{\xi}_n$ = snelheid in normaalrichting)

of

$$-\frac{\partial p_n}{\partial n} = \frac{j \omega_n^* q}{z} p_n$$

De wandimpedantie moet dus bij benadering voldoen aan de voorwaarde:

$$z = A \cdot \omega^*; (\omega^* = \omega + j k)$$

waarin A een complexe constante voorstelt. Voor de waarden $A = 0$ en $A = \infty$ ontstaan hieruit de beide eerste voorwaarden.

Voor het geval dat twee zelfde eigenfuncties Ψ_n worden vermenigvuldigd en geïntegreerd, moet de uitdrukking $\int_V \Psi_n^2 dV$ worden berekend.

De constante van de eigenfuncties neemt men meestal zoodanig, dat deze integraal de waarde 1 oplevert. Voor waarden van de index n , welke met de drie dimensie's gekoppeld zijn beteekent dit een factor $\sqrt{\frac{8}{V}}$, met twee dimensie's $\sqrt{\frac{4}{V}}$ en met slechts één dimensie een factor $\sqrt{\frac{2}{V}}$.

De oplossing van de diff. verg. voor de gedwongen sinusvormige trilling kan worden gevonden, indien men stelt:

$$q \cdot \frac{\partial q}{\partial t} = j \omega_0 q \cdot q(x, y, z) \cdot e^{j \omega_0 t}$$

(ω_0 = hoekfrequentie van de geluidsbronnen)

en

$$q(x, y, z) = \sum_1^n A_n \cdot \Psi_n$$

De coëfficiënten volgen uit de orthogonaliteit en de normering van de functies Ψ_n :

$$A_n = \int_V q(x, y, z) \cdot \Psi_n \cdot dV.$$

De functie $q(x, y, z)$ is practisch op alle plaatsen nul, behalve op de plaatsen van de geluidsbronnen. Bij benadering is dus:

$$A_n = \Psi_n(1) \cdot \int_V q(1) dV + \Psi_n(2) \int_V q(2) dV + \dots + \Psi_n(k) \int_V q(k) dV.$$

waarin de cijfers 1, 2... k de plaatsen aanduiden van de geluidsbronnen. De integraal $\int_V q(k) dV = Q_k$ stelt juist het „volume-displacement” voor van de k^e geluidsbron (= sterkte van de geluidsbron).

$$A_n = \sum_1^k \Psi_n(i) \cdot Q_i$$

De stationnaire oplossing p stelt men nu:

$$p = p(x, y, z) \cdot e^{j \omega_0 t}$$

waarin

$$p(x, y, z) = \sum_1^n B_n \cdot \Psi_n.$$

Ingevuld in de diff. verg. moet dan gelden:

$$\sum_1^{\infty} B_n \left[\Delta \Psi_n + \left(\frac{\omega_0^2}{c} \right)^2 \cdot \Psi_n \right] = -j \omega_0 \varrho \sum_1^{\infty} A_n \cdot \Psi_n$$

Met behulp van de vergelijking voor Ψ_n vinden we:

$$\sum_1^{\infty} B_n \left[\left(\frac{\omega_0}{c} \right)^2 - \left(\frac{\omega_n^*}{c} \right)^2 \right] \cdot \Psi_n = -j \omega_0 \varrho \sum_1^{\infty} A_n \cdot \Psi_n$$

zoodat:

$$B_n = \frac{-j \omega_0 \varrho c^2}{\omega_0^2 - \omega_n^{*2}} \cdot A_n.$$

De geluidsdruk p wordt uiteindelijk:

$$p = -j \omega_0 \varrho c^2 \sum_1^{\infty} \frac{\sum_1^k \Psi_n(i) \cdot Q_i}{\omega_0^2 - \omega_n^{*2}} \Psi_n \cdot e^{j\omega_0 t}$$

Voor het geval van een enkele geluidsbron met een sterkte Q_0 reduceert zich deze uitdrukking tot:

$$p(x, y, z, t) = -j \omega_0 \varrho c^2 Q_0 e^{j\omega_0 t} \sum_1^{\infty} \frac{\Psi_n(x, y, z) \cdot \Psi_n(\text{luidspreker})}{\omega_0^2 - \omega_n^{*2}}$$

Stelt men $\omega_n^* = \omega_n + j k_n$ dan is ongeveer:

$$\omega_0^2 - \omega_n^{*2} \approx \frac{\omega_0}{j} \left[\frac{2 \omega_n k_n}{\omega_0} + j \left(\omega_0 - \frac{\omega_n^2}{\omega_0} \right) \right] = \frac{\omega_0}{j} Z_n.$$

Z_n noemt Morse *) de impedantie voor de n^{de} eigentrilling en hiermee kan de geluidsdruk worden geschreven tot:

$$p(x, y, z, t) = \varrho c^2 Q_0 \cdot e^{j\omega_0 t} \sum_1^{\infty} \frac{\Psi_n(x, y, z) \cdot \Psi_n(\text{luidspreker})}{Z_n}$$

In het complexe vlak stelt Z_n een hyperbooltak voor, indien men ω_n^* een bepaalde waarde geeft (zie fig. 21).

Voor de waarde van $\sqrt{|p|^2}$ vindt men bij willekeurige verdeling van fasehoeken van de termen onder het sommatie teken:

$$\sqrt{|p|^2} = \varrho c^2 Q_0 \sqrt{\sum_1^{\infty} \frac{\Psi_n^2(x, y, z) \cdot \Psi_n^2(\text{luidspreker})}{|Z_n|^2}}$$

In het geval dat de functie Ψ_n niet geheel reëel zou zijn, is in de laatste uitdrukking de modulus van deze functie bedoeld.

Om de gemiddelde energiedichtheid D_{gem} te vinden, bepalen we de uitdrukking:

$$D_{gem} = \frac{1}{V} \int_V \frac{|p|^2}{2 \varrho c^2} dV.$$

Termsgewijze integratie geeft dan:

$$D_{gem} = \frac{1}{2} \varrho c^2 Q_0^2 \frac{1}{V} \sum_1^{\infty} \frac{\Psi_n^2(\text{luidspr.})}{|Z_n|^2} \int_V \Psi_n^2(x, y, z) dV$$

*) P. M. Morse Vibration and Sound.

Aangezien nu:

$$\int_V \Psi_n^2(x, y, z) dV = 1$$

wordt dus:

$$D_{gem} = \frac{\varrho c^2 Q_0^2}{2V} \sum_n \frac{\Psi_n^2 \text{ (luidspr.)}}{|Z_n|^2}.$$

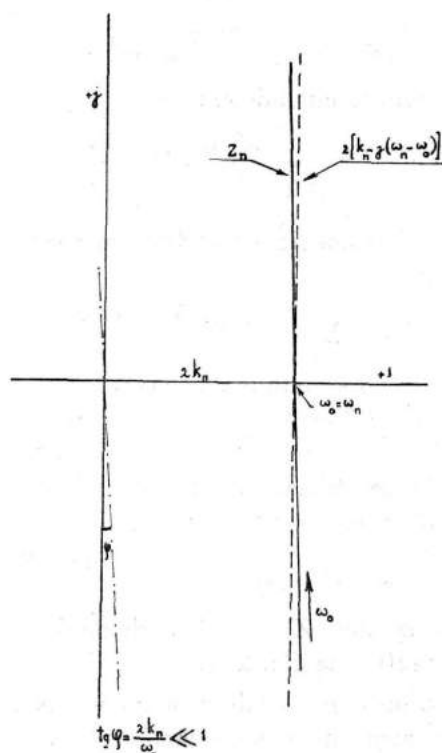


Fig. 21. Voorstelling van de impedantie (Z_n) voor de eigentrilling ω_n^* als functie van ω_0 . Gestippeld is de benadering van Z_n aangegeven.

De energiedichtheid ter plaatse (x, y, z) wordt op analoge wijze:

$$D(x, y, z) = \frac{\varrho c^2 Q_0^2}{2} \sum_n \frac{\Psi_n^2 \text{ (luidspr.)}}{|Z_n|^2} \Psi_n^2(x, y, z).$$

Deze beide laatste energiedichtheden naderen tot eenzelfde asymptotische waarde indien zeer vele termen onder het sommatieteekeken belangrijk zijn. Dit treedt b.v. op indien ω_0 zeer groot is t.o.v. de laagste eigenfrequentie ω_1 , doch ook als men een spreiding $\delta\nu$ in het geluid aanbrengt. In een interval $d\omega$ dat nog groot is t.o.v. de afstand $2\pi\Delta\nu$ van de eigenfrequentie's, zijn dan nog vele termen aanwezig en kan de waarde van de sommatie berekend

worden door een integratie (zie fig. 22). Z_n wordt een continue functie van ω_n voor het geval dat de geluidsbronfrequentie $\omega_0 = 2 \pi \nu_0$ zeer groot t.o.v. ω_1 is.

$$Z(\omega) = 2 \frac{\omega \cdot k}{\omega_0} + j \left(\omega_0 - \frac{\omega^2}{\omega_0} \right).$$

Met een breede ruischband zouden alle waarden van Z_n binnen deze band even groot zijn en daarbuiten geleidelijk tot onbepaald hoge waarden aangroeien; practisch kiest men nu voor de ruischband een doorlaatkromme van de vorm:

$$Q_0(\omega) = \frac{Q_0(\omega_0)}{\sqrt{1 + (v m')^2}} = \frac{Q_0(\omega_0)}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega - \omega_0}{k'} \right)^2}}.$$

waarin $v \approx 2 \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}$ en, m' = „kringkwaliteit” en $k' = \frac{\omega_0}{2 m'}$.

Het verloop van het quotiënt van $Q_0(\omega)$ en de, in dit geval nagenoeg constante, waarde van $Z = 2k$ is dan analoog aan dat van $\frac{1}{|Z(\omega)|}$, indien met een zuivere toon de stationnaire toestand wordt bereikt bij hoge waarden van ω_0 . Want dan is in de omgeving van ω_0 ongeveer:

$$Z(\omega) \approx 2 [k - j(\omega - \omega_0)]; |Z(\omega)| \approx 2k \sqrt{1 + \left(\frac{\omega - \omega_0}{k} \right)^2} \approx 2k \sqrt{1 + (v m)^2}.$$

De „kringkwaliteit” is dus nu $m = \frac{\omega_0}{2k}$ terwijl de bandbreedte ν_{br} waarbij de modulus van $Z(\omega)$ met een factor $\sqrt{2}$ vergroot is, bepaald wordt door:

$$v_{br} \cdot m = \pm 1; \nu_{br} = \frac{k}{\pi}.$$

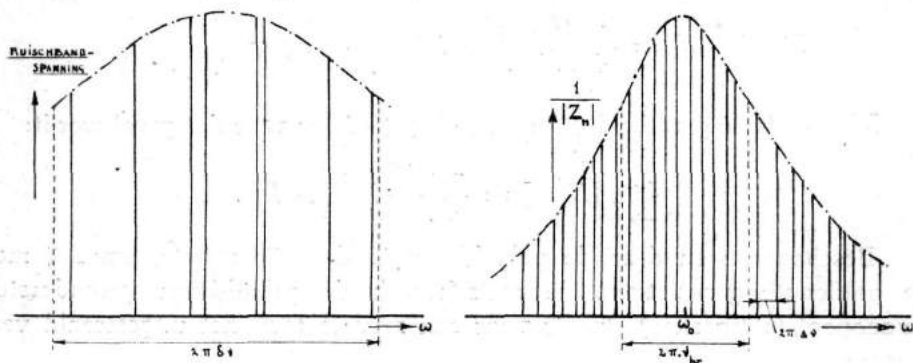


Fig. 22. Verloop van de amplitude van de termen der eigen frequenties, door resp. een ruischband en een zuivere toon veroorzaakt.

Zijn vele termen (N) van de reeks belangrijk, dan kan de energiedichtheid voor beide gevallen in integraalvorm geschreven worden, indien men nog het aantal termen dZ in een interval $d\omega$ in rekening brengt (zie § 3).

$$\frac{dZ}{d\nu} = \frac{4\pi V}{c^3} \nu^2 \quad \text{of} \quad dZ = \frac{V}{2\pi^2 \cdot c^3} \omega^2 \cdot d\omega.$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} [D_{gem}] = \frac{\varrho c^2 Q_o^2}{2V \cdot 4k^2} \frac{V}{2\pi^2 \cdot c^3} \int_0^\infty \frac{\omega^2 d\omega}{1 + \left(\frac{\omega - \omega_o}{k^{(r)}}\right)^2} \cdot \Psi_n^2 \text{ (luidspreker)}.$$

waarin $k^{(r)}$ beteekent, dat k of k' moet worden genomen, afhankelijk van het feit of N groot wordt gemaakt door ω_o groot te kiezen dan wel door dat een ruischband wordt gebruikt.

Neemt men voor de waarde van Ψ_n^2 (luidspreker) een over de ruimte gemiddelde waarde, dan is:

$$\frac{1}{V} \int_V \Psi_n^2(x, y, z) dV = \frac{1}{V} = [\Psi_n^2 \text{ (luidspreker)}]_{gem}.$$

aldus wordt:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} [D_{gem}] = \frac{\varrho Q_o^2}{16\pi^2 c \cdot k^2 \cdot V} \int_0^\infty \frac{\omega^2 d\omega}{1 + \left(\frac{\omega - \omega_o}{k^{(r)}}\right)^2}.$$

De integraal wordt slechts groot voor $\omega \approx \omega_o$, zoodat in de teller ω^2 vervangen kan worden door ω_o^2 . Stelt men nog $\frac{\omega - \omega_o}{k^{(r)}} = x$ dan wordt de uitdrukking:

$$\frac{\varrho \cdot Q_o^2 \omega_o^2}{16\pi^2 c \cdot k^2 \cdot V} k^{(r)} \int_{-\frac{\omega_o}{k^{(r)}}}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \frac{\varrho \cdot Q_o^2 \cdot \nu_o^2}{4c \cdot k^2 \cdot V} k^{(r)} \text{bg tg } x \Big|_{-\frac{\omega_o}{k^{(r)}}}^{\infty}.$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} [D_{gem}] = \frac{\varrho \cdot (Q_o \cdot \nu)^2}{4c \cdot k^2 \cdot V} k^{(r)} \left[\frac{\pi}{2} - \text{bg tg} \left(-\frac{\omega_o}{k^{(r)}} \right) \right].$$

Meestal is de grootheid $\frac{\omega_o}{k^{(r)}} = 2m^{(r)} \gg 1$, en voor dat geval wordt:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} [D_{gem}] = \frac{\pi \varrho (Q_o \cdot \nu_o)^2}{4 \cdot c \cdot k^2 \cdot V} k^{(r)}.$$

Beschouwt men dezelfde geluidsbron in de vrije ruimte, waarbij men de golflengte groot t.o.v. de omtrek van de geluidsbron veronderstelt (monopool luidspreker) dan is voor een zuivere toon het uitgestraald vermogen:

$$P_o = \frac{\pi \varrho (Q_o \nu_o)^2}{2c}.$$

De gemiddelde dichtheid nadert dus in de beschouwde ruimte tot de bekende vorm:

$$D_{gem} = \frac{P_o}{2 k \cdot V} = \frac{P_o \cdot \tau}{13,8 V}.$$

Berekent men het uitgestraald vermogen P in de ruimte dan moet de uitdrukking berekend worden:

$$P = \frac{1}{2} Q_o^2 \times \text{stralingsweerstand.}$$

$$P = \frac{1}{2} Q_o^2 \cdot \text{Re} \left[\frac{p(\text{luidspreker})}{Q_o \cdot e^{j\omega_o t}} \right] = \frac{1}{2} Q_o^2 \cdot \text{Re} \left[\varrho \cdot c^2 \sum_1^\infty \frac{\Psi_n^2(\text{luidspreker})}{Z_n} \right].$$

Overgang naar de integraalvorm levert op:

$$P = \frac{Q_o^2}{2} \text{Re} \left[\varrho \cdot c^2 \int_0^\infty \frac{\Psi_n^2(\text{luidspreker}) \omega^2 \cdot V}{2 \pi^2 c^3 \cdot 2 [k - j(\omega - \omega_o)]} d\omega \right].$$

Neemt men voor Ψ_n^2 (luidspreker) weer de gemiddelde waarde over de ruimte, en vervangt men in de teller ω^2 door ω_o^2 dan ontstaat:

$$P = \frac{\varrho (Q_o \cdot r_o)^2}{2 c \cdot k} \int_0^\infty \frac{d\omega}{1 - j \frac{\omega - \omega_o}{k}} \approx \frac{\pi \varrho (Q_o \cdot r_o)^2}{2 c} = P_o.$$

Het uitgestraalde vermogen P is dus voor niet te lage frequenties en voor het geval dat de integraalvoorstelling gebruikt mag worden, gelijk aan het vermogen P_o in de vrije ruimte.

Groote afwijkingen kunnen optreden indien b.v. slechts een enkele term van de sommatie belangrijk is, waarbij dan de grootte k_n en de waarde van de eigenfuncties ter plaatse van de geluidsbron en microfoon maatgevend worden.

Om de boven behandelde rekenwijze te mogen toepassen is het dus noodzakelijk dat vele termen van de sommaties over de eigenfuncties belangrijk zijn. Dit aantal termen vindt men, indien men met een zuivere frequentie ω_o werkt als:

$$N = \frac{\text{bandbreedte van de eigenfrequentie's}}{\text{afstand van de eigenfrequentie's}}.$$

De teller van deze uitdrukking is de hierboven afgeleide grootte $\nu_{br} = \frac{k_n}{\pi}$, terwijl de afstand van de eigenfrequentie's volgt uit het aantal eigenfrequentie's dZ in een frequentie-interval $d\nu$

$$\frac{dZ}{d\nu} = \frac{4 \pi V}{c^3} \nu^2$$

Stelt men $dZ = 1$ dan wordt de bijbehorende $d\nu$ juist deze afstand $\Delta\nu$.

$$\Delta\nu = \frac{c^3}{4 \pi V \cdot \nu^2}.$$

Aldus wordt:

$$N = \frac{k_n}{c^3} \cdot 4 \pi V \cdot \nu^2 = \frac{4 k_n \cdot V \cdot \nu^2}{c^3}.$$

De frequentie waarbij dit aantal belangrijke eigenfuncties juist gelijk is aan 1 zullen we de kritische frequentie noemen (ν_{kr}).

$$\nu_{kr} = \sqrt{\frac{c^3}{4 \cdot 6,9} \frac{\tau}{V}}.$$

Drukt men c uit in m/sec en V in m^3 dan is $\nu_{kr} \approx 1200 \sqrt{\frac{\tau}{V}}$

De verhouding $\frac{\tau}{V}$ is ook maatgevend voor de verhouding van de directe en indirecte dichtheidsbijdrage in een bepaalde ruimte. De proefondervindelijke samenhang tusschen de nagalmtijd en het volume geeft kritische frequentie's welke variëren van 100 Hz tot 14 Hz. (fig. 23).

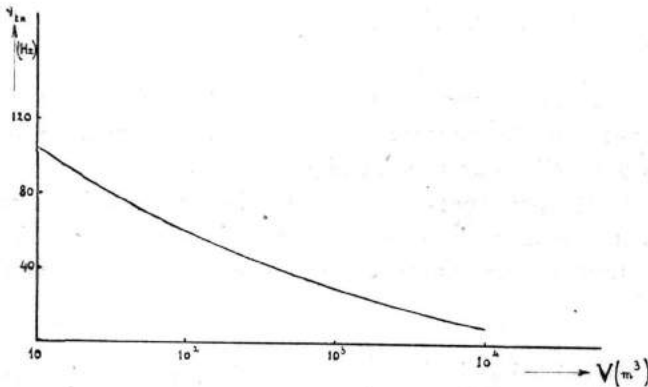


Fig. 23. De kritische frequentie als functie van het zaalvolume voor gebruikelijke waarden van de nagalmtijd.

Wenscht men voor kleine ruimten ook beneden deze kritische frequentie een betere energieverdeling, dan moet men den nagalmtijd kleiner kiezen, hetgeen in tegenspraak komt met de nagalmtijdverlenging, die men zou wenschen in verband met de oorgevoeligheid

$$\tau = \tau_{\text{normaal}} \left(\frac{\nu}{\nu_{kr}} \right)^2 \text{ voor } \nu < \nu_{kr}.$$

Wanneer de grootheid N kleiner is dan 1, kan men deze waarde beschouwen als de waarschijnlijkheid dat één eigenfrequentie belangrijk is. De kritische frequentie is direct afleesbaar bij een bepaalde waarde van $\frac{\tau}{V}$

(fig. 24) en dan is verder het aantal belangrijke eigenfrequentie's gegeven door:

$$N = \left(\frac{\nu}{\nu_{kr}} \right)^2.$$

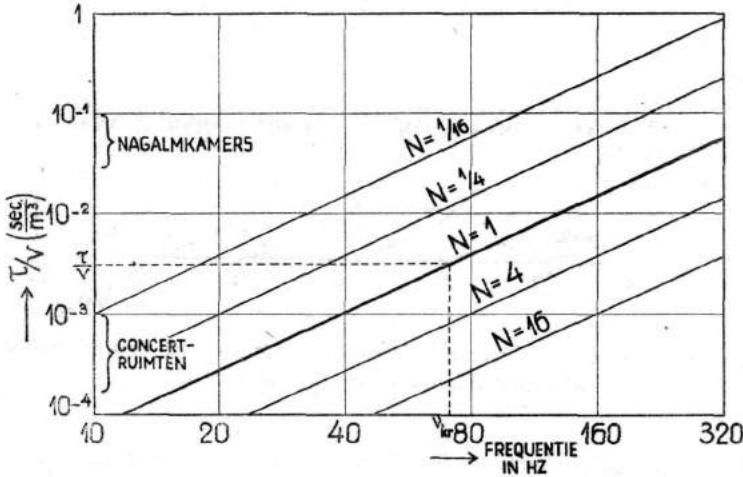


Fig. 24. Het aantal belangrijke eigenfrequentie's N als functie van $\frac{\tau}{V}$ en de frequentie.

Is $N = 1$ dan geeft $\frac{\tau}{V}$ de kritische frequentie ν_{kr} .

Voor ruimten met evenwijdige wanden moet men N tenminste gelijk aan 16 nemen, of wel $\nu > 4 \nu_{kr}$; dit in verband met de factor k_n , die dan vrij sterk van n afhangt en die het nagalmverschijnsel bepaalt van die eigen-trilling (zie § 3).

Voor frequenties beneden $4 \nu_{kr}$ is het in ieder geval noodig om een zekere frequentie-spreiding $\delta\nu$ in de geluidsbronfrequentie aan te brengen. Het aantal eigenfrequentie's dat nu belangrijk is volgt uit de relatie:

$$N' = \frac{\frac{k}{\pi} + \delta\nu}{\Delta\nu} ; N' = N + \frac{\delta\nu}{\Delta\nu}.$$

Zijn voor een nagalmmeting een aantal eigenfrequentie's N' noodzakelijk, dan stelt $\frac{N'}{N}$ de verbetering van de meetvoorwaarden voor.

$$\frac{N'}{N} = 1 + \frac{\delta\nu}{\Delta\nu \cdot N} = 1 + \frac{\delta\nu}{\nu_{br}} ; \left(\nu_{br} = \frac{k_n}{\pi} \right).$$

De hiervoor noodige bandbreedte van het ruispectrum wordt gevonden uit:

$$\frac{\delta\nu}{\nu_{br}} = N' \left(\frac{\nu_{kr}}{\nu} \right)^2 - 1. \quad (\delta\nu \geq 0). \quad (\text{zie fig. 25}).$$

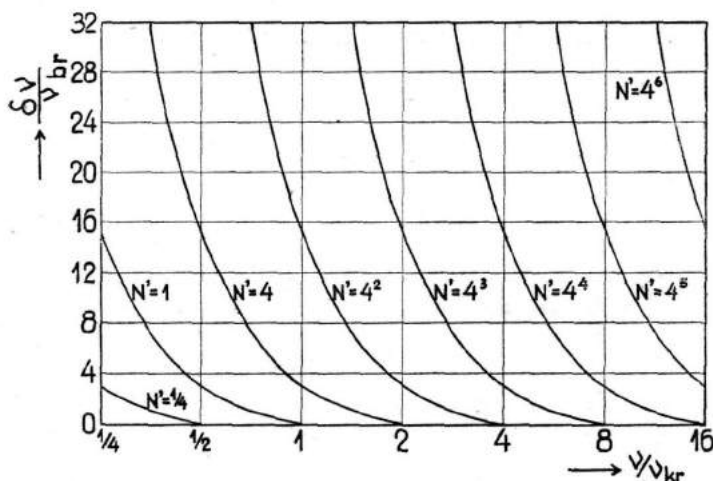


Fig. 25. Verloop van de ruisbreedte $\delta\nu$ als functie van ν/ν_{kr} bij verschillende waarden van het aantal belangrijke eigenfrequentie's (N').

§ 3. De nagalmtijdverlenging in verband met de eigenfrequentie's.

De eigenfrequentie's van de rechthoekige ruimten met niet te groote absorptiecoëfficiënt van het wandmateriaal worden gegeven door de betrekking:

$$\nu = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{n_1^2}{l^2} + \frac{n_2^2}{b^2} + \frac{n_3^2}{h^2}}; \quad n_1, n_2, n_3 = 0, 1, 2, 3, \dots$$

waarin l , b en h de afmetingen van de ruimte voorstellen.

Deze betrekking kan worden geschreven als:

$$\frac{n_1^2}{\left(\frac{2l \cdot \nu}{c}\right)^2} + \frac{n_2^2}{\left(\frac{2b \cdot \nu}{c}\right)^2} + \frac{n_3^2}{\left(\frac{2h \cdot \nu}{c}\right)^2} = 1$$

en stelt dan een ellipsoïde voor op de assen n_1 , n_2 en n_3 .

De eigenfrequentie's zijn dan bepaald door de roosterpunten van de n_1 , n_2 , n_3 ruimte voor geheele waarden van deze grootheden.

Het aantal eigenfrequentie's Z beneden de frequentie ν is ongeveer de inhoud van $1/8$ ellipsoïde met halve assen

$$\frac{2l \cdot \nu}{c}, \quad \frac{2b \cdot \nu}{c} \quad \text{en} \quad \frac{2h \cdot \nu}{c}$$

$$Z = \frac{4}{3} \frac{\pi V}{c^3} \cdot \nu^3.$$

waarin V het ruimtevolumen voorstelt.

Voor het aantal eigenfrequentie's tusschen ν en $\nu + d\nu$ vindt men:

$$\frac{dZ}{d\nu} = 4 \frac{\pi V}{c^3} \cdot \nu^2.$$

Onder dit aantal dZ bevinden zich eigenfrequentie's met twee coördinaten n gelijk aan nul. Ook zijn er onder, waarvoor slechts één coördinaat nul is. In het algemeen zullen de meesten, geen der coördinaten gelijk aan nul hebben.

$$dZ = \overbrace{dZ_1 + dZ_2 + dZ_3} + \overbrace{dZ_4 + dZ_5 + dZ_6 + dZ_7}$$

De eerste drie groepen bevatten eigenfrequentie's die slechts met twee evenwijdige wanden te maken hebben, de tweede drie met twee paar evenwijdige wanden. Morse berekende de dempingsafhankelijkheid van deze eigenfrequentie's t.o.v. eigenfrequentie's die met alle wanden gekoppeld zijn. De formule van SABINE blijft geldig, doch de absorptiecoëfficiënt van wanden, welke niet bij de eigentrilling behooren, moet slechts voor de helft in rekening worden gebracht.

Een eigenfrequentie ω_n bevat dus een damping k_n en de geluidsdruk p_n kan worden geschreven als:

$$p_n = \hat{p}_n \cdot e^{j\omega_n^* t} = \hat{p}_n \cdot e^{j\omega_n t} \cdot e^{-k_n t} \quad (\omega_n^* = \omega_n + jk_n).$$

De dempingsfactor k_n hangt nog met de nagalmtijd τ_n samen:

$$k_n = \frac{6,9}{\tau_n}$$

terwijl τ_n uit de formule van SABINE volgt.

$$\tau_n = \frac{4 \cdot 13,8 \cdot V}{c \cdot \sum_1^6 a_j \cdot 0_j}$$

Hierin stelt a_j de absorptiecoëfficiënt voor van de wand met oppervlak O_j , indien de desbetreffende wand gekoppeld is met de bijbehorende eigenfrequentie ω_n ; in het ander geval moet $\frac{1}{2} a_j$ in rekening worden gebracht.

Van iedere groep eigenfrequenties kan de afstand $\Delta\nu_i$ worden bepaald door eerst $\frac{dZ_i}{d\nu}$ te berekenen en vervolgens dZ_i gelijk aan de eenheid te stellen.

$$\frac{dZ_i}{d\nu} = f_i(\nu) \rightarrow \Delta\nu_i = \frac{1}{f_i(\nu)}.$$

Het aantal eigenfrequenties, dat in deze groep belangrijk is voor de

geluidsdruk op een willekeurige plaats, hangt af van de bandbreedte en de spreiding $\delta\nu$ van de geluidsbron.

$$N_i' = \frac{\frac{k_n}{\pi} + \delta\nu}{\Delta\nu_i} = \left(\frac{k_n}{\pi} + \delta\nu \right) \cdot f_i(\nu).$$

De belangrijkheid van de groep i zal afhangen van dit aantal N_i' ; neemt men evenredigheid aan dan zal deze groep frequenties exponentieel afnemen met $e^{-k_i \cdot t}$. (Voor een groep is k_n constant indien de absorptiecoëfficiënten niet van de frequentie afhangen). De raaklijnrichting voor $t=0$ wordt dus: $\text{tg } \varphi_i = -k_i \cdot N_i'$. Een gemiddelde raaklijnrichting voor alle aangestooten frequentie's zal ongeveer een middeling zijn over deze richtingen; de gemiddelde dempingsfactor k_m , die bij metingen gevonden zal worden volgt uit de relatie:

$$-k_m \cdot \frac{\sum_i N_i'}{1} = -\frac{\sum_i k_i \cdot N_i'}{1} ; k_m = \frac{\sum_i k_i \cdot N_i'}{\sum_i N_i'}$$

Voor een kubusvormige ruimte wordt de gehele berekening vereenvoudigd en kunnen de eerste drie groepen en eveneens de tweede drie groepen worden samengenomen.

De afmetingen van de kubus zijn: $l = b = h = a$.

Voor groep 1 kan men dZ_1 berekenen uit de voorwaarde, dat n_2 en

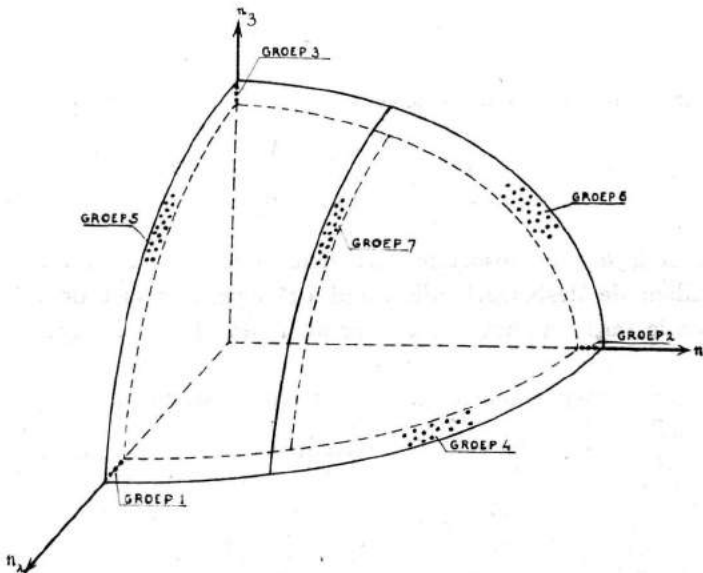


Fig. 26. Ligging van de eigenfrequentie's tussen de frequentie's ν en $\nu + d\nu$.

n_3 beide nul zijn. De roosterpunten van de eigenfrequentie's liggen dus op de n_1 as.

Het aantal eigenfrequentie's Z_1 beneden de frequentie ν is hiervoor dus:

$$Z_1 = \frac{2 a \nu}{c} \text{ (juist de lengte van de halve as)}$$

$$dZ_1 = \frac{2a}{c} d\nu.$$

Voor groep 1 is dus het aantal belangrijke eigenfrequentie's gegeven door:

$$N_1' = \left(\frac{k_1}{\pi} + \delta\nu \right) \cdot \frac{2a}{c} = \left(\frac{k_1}{\pi} + \delta\nu \right) \cdot \frac{2a}{c}.$$

Dezelfde waarde geldt voor de twee analoge groepen, die gekoppeld zijn met een ander paar evenwijdige wanden, zoodat:

$$N_1' + N_2' + N_3' = 3 \cdot \left(\frac{k_1}{\pi} + \delta\nu \right) \cdot \frac{2a}{c} \quad (k_1 = k_2 = k_3).$$

Voor groep 4, 5 en 6 vindt men het aantal eigenfrequentie's beneden een zekere ν als oppervlak van $\frac{1}{4}$ ellips en in dit geval als dat van $\frac{1}{4}$ cirkel met straal $\frac{2a\nu}{c}$, verminderd met de roosterpunten op de assen.

$$Z_4 = Z_5 = Z_6 = \frac{\pi \cdot a^2}{c^2} \nu^2 - 2 \cdot \frac{2a\nu}{c}$$

$$\frac{dZ_4}{d\nu} = 2 \cdot \frac{\pi a^2}{c^2} \cdot \nu - \frac{4a}{c}.$$

Het aantal belangrijke eigenfrequentie's van deze groepen is dus:

$$N_4' = \left(\frac{k_4}{\pi} + \delta\nu \right) \cdot \left[\frac{2 \pi a^2}{c^2} \cdot \nu - \frac{4a}{c} \right].$$

In totaal dus voor deze groepen:

$$N_4' + N_5' + N_6' = 3 \cdot \left(\frac{k_4}{\pi} + \delta\nu \right) \cdot \left[\frac{2 \pi a^2}{c^2} \cdot \nu - \frac{4a}{c} \right] \quad (k_4 = k_5 = k_6).$$

Voor de laatste groep, die dus gekoppeld is met alle wanden, kan men direct $\frac{dZ_7}{d\nu}$ bepalen als verschil van $\frac{dZ}{d\nu}$ en $\sum_1^6 \frac{dZ_i}{d\nu}$

$$\frac{dZ_7}{d\nu} = 4 \cdot \frac{\pi V}{c^3} \cdot \nu^2 - 3 \cdot \frac{2a}{c} - 3 \cdot \frac{2 \pi a^2}{c^2} \cdot \nu + 3 \cdot \frac{4a}{c}.$$

Het aantal belangrijke termen hiervan wordt dan:

$$N_i' = \left(\frac{k_i}{\pi} + \delta \nu \right) \cdot \left[4 \frac{\pi V}{c^3} \nu^2 + 3 \cdot \frac{2a}{c} - 3 \cdot \frac{2 \pi a^2}{c^2} \cdot \nu \right].$$

De dempingsfactor $k_i = k$ is de eigenlijke dempingsfactor van de geheele ruimte en beantwoordt aan de eigenlijke nagalmtijd. k_1 en k_4 kunnen nu uitgedrukt worden in $k_i = k$, als men deze grootheden k_1 en k_4 laat correspondeeren met resp. τ_1 en τ_4 .

$$\tau = \frac{4 \cdot 13,8 V}{c \cdot [a \cdot 2 a^2 + a \cdot 2 a^2 + a \cdot 2 a^2]}; k = \frac{6,9}{\tau} = \frac{c \cdot [6 a \cdot a^2]}{8 \cdot V}$$

$$\tau_1 = \frac{4 \cdot 13,8 V}{c [a \cdot 2 a^2 + \frac{1}{2} a \cdot 2 a^2 + \frac{1}{2} a \cdot 2 a^2]}; k_1 = \frac{c \cdot [4 \cdot a a^2]}{8 \cdot V}$$

$$\tau_4 = \frac{4 \cdot 13,8 V}{c [a \cdot 2 a^2 + a \cdot 2 a^2 + \frac{1}{2} a \cdot 2 a^2]}; k_4 = \frac{c \cdot [5 \cdot a a^2]}{8 \cdot V} \quad (a = \text{absorptiecoëfficiënt}).$$

Dus: $k_1 = 4/6 k$ en $k_4 = 5/6 k$.

De gemiddelde dempingsfactor k_m volgt dus nu uit de relatie:

$$k_m = \frac{(N_1' + N_2' + N_3') k_1 + (N_4' + N_5' + N_6') k_4 + N_7' \cdot k}{\sum_{i=1}^7 N_i'}$$

$$= \frac{3 \cdot \left(\frac{k_1}{\pi} + \delta \nu \right) \cdot \frac{2a}{c} k_1 + 3 \left(\frac{k_4}{\pi} + \delta \nu \right) \left[\frac{2 \pi a^2}{c^2} \nu - \frac{4a}{c} \right] k_4 + \left(\frac{k}{\pi} + \delta \nu \right) \left[\frac{4 \pi V}{c^3} \nu^2 + 3 \cdot \frac{2a}{c} - 3 \frac{2 \pi a^2}{c^2} \nu \right] \times k}{\left(\frac{k}{\pi} + \delta \nu \right) \cdot \frac{4 \pi V}{c^3} \cdot \nu^2}$$

Stelt men $\delta \nu$ steeds groot t.o.v. $\frac{k}{\pi}$ bij lage frequentie's dan is dus:

$$\frac{k_m}{k} \approx \frac{\frac{4}{6} \cdot \frac{6a}{c} + \left(\frac{6 \pi a^2}{c^2} \nu - \frac{12a}{c} \right) \cdot 5/6 + \frac{4 \pi V}{c^3} \nu^2 + \frac{6a}{c} - \frac{6 \pi a^2}{c^2} \cdot \nu}{\frac{4 \pi V}{c^3} \cdot \nu^2}$$

$$\frac{k_m}{k} \approx 1 - \frac{\frac{\pi a^2}{c^2} \nu}{\frac{4 \pi V}{c^3} \cdot \nu^2} \approx 1 - \frac{1}{6} \frac{6 a^2 \cdot c}{4 V \cdot \nu} \approx 1 - \frac{1}{6} \frac{\lambda}{\frac{4 V}{0}}$$

De verhouding van de golflengte λ en de gemiddelde vrije weglengte van het geluid bepaalt dus de gemeten nagalmtijdverlenging t.g.v. eigen-

frequentie's, die minder zijn gedempt dan de, met alle wanden gekoppelde, eigenfrequentie's.

De gemeten nagalmtijdverlenging bedraagt dus ongeveer:

$$\frac{\tau_m}{\tau} \approx 1 + \frac{1}{6} \cdot \frac{\lambda}{\frac{4V}{0}}$$

De factor $1/6$ wijst erop dat het aantal evenwijdige wanden een rol zal spelen in deze verlenging. Meerdere evenwijdige wanden, dan wel *niet* evenwijdige wanden geven verbetering van de meetvoorwaarden en gelijkmatiger nagalmverschijnselen.

Deze nagalmtijdverlenging blijft dus optreden, al worden vele eigenfrequenties aangestooten; beneden de frequentie $4\nu_{kr}$ kunnen zich bij metingen met zuivere toonen groote afwijkingen voordoen al naar het feit of de belangrijkste eigenfrequentie behoort tot groep één, vier of zeven (50 % en 20 %).

Een praktische meting is in fig. 27 weergegeven. De meting met de breedste ruischband ligt nog te hoog, in verband met het feit dat de eigenfrequentie van 79 Hz ($\tau = 13$ sec.) voor de meetplaats een zoo groot mogelijke eigenfunctiewaarde vertoonde.

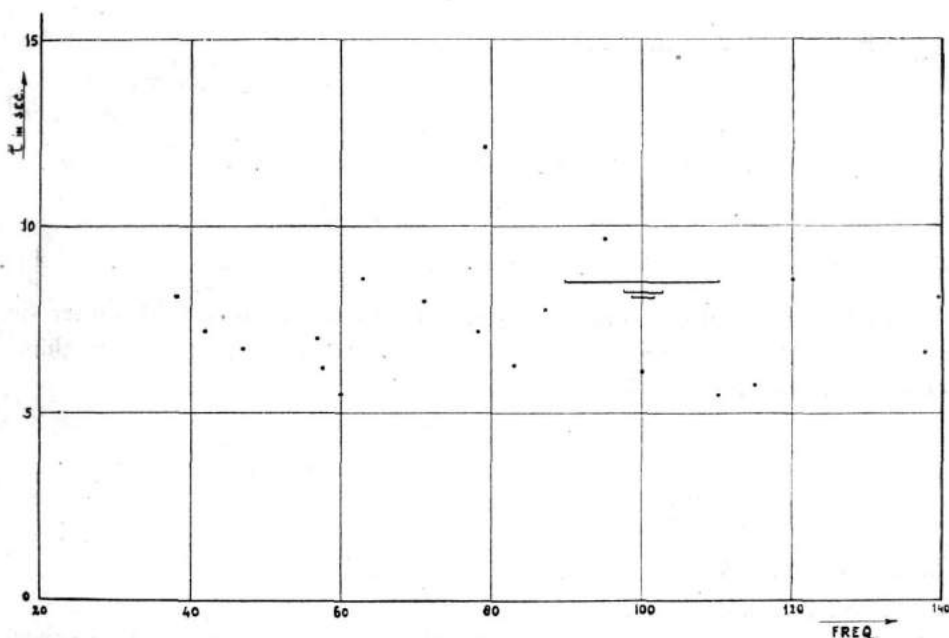


Fig. 27. Nagalmtijden bij verschillende eigenfrequentie's van een galmkamer. De getrokken lijnen geven de metingen met een ruischband aan (alsmede de breedte van de ruischband).

§ 4. De Meetmethode.

Om met bovenstaande ideeën praktische nagalmmetingen te verrichten zijn hiervoor enkele apparaten ontwikkeld, t.w.:

- 1e. een ruischgenerator;
- 2e. een selectieve versterker;
- 3e. een uitschakelapparaat.

Een beschrijving hiervan vindt men aan het einde van dit hoofdstuk. Een nadere beschouwing verdient echter nog de plaatsing van de selectieve versterker, die vele onderzoekers in het microfooncircuit opnemen. Het voordeel heeft men dan, dat alle eigenfrequenties van de ruimte belangrijk zijn en dat van de geluidsdruk ter plaatse van de microfoon een bepaalde frequentieband wordt doorgelaten. Het stoorniveau laat zich op deze wijze goed verminderen, zelfs tot op de gehoordrempel. Op het nagalmverschijnsel dat men meet, is echter het uitslingerverschijnsel van de selectieve versterker gesuperponeerd. Speciaal bij korte nagalmtijden en smal ingestelde selectieve versterker kan dit volkomen onjuiste resultaten geven.

Berekening van het nagalmverschijnsel, met een selectieve versterker in het microfooncircuit.

Noemen we de spanning van de microfoon u_1 en die na de selectieve versterker u_2 dan kan men schrijven:

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{1}{1 + j v m'} = \frac{1}{Z} \cdot \left(\begin{array}{l} v = \text{verstemming} \\ m' = \text{„kring”kwaliteit} \end{array} \right)$$

Is u_1 een ongedempte wisselspanning met de frequentie ω_0 , dan is:

$$u_2 = \frac{u_1}{Z(\omega_0)} = \frac{u_1}{Z_0}$$

waarin $u_1 = \hat{u}_1 \cdot e^{j\omega_0 t}$.

Verandert de microfoonspanning echter, en wordt in het bijzonder de frequentie complex ($\omega_0 \rightarrow \omega_0^*$) dan treedt bovendien een schakelverschijnsel op en de totale spanning u_2 wordt dan:

$$u_2 = A_1 \cdot e^{j\omega_1 t} + A_2 \cdot e^{j\omega_2 t} + \frac{\hat{u}_1 \cdot e^{j\omega_0^* t}}{Z(\omega_0^*)} \dots (t > 0).$$

$$u_2 = \frac{\hat{u}_1 \cdot e^{j\omega_0 t}}{Z(\omega_0)} \dots (t < 0).$$

waarin voorstellen:

A_1 en A_2 : integratie constanten.

ω_1 en ω_2 : de complexe eigenfrequenties van de selectieve versterker.

$Z^* = Z(\omega_0^*)$.

$Z_0 = Z(\omega_0)$.

De complexe eigenfrequenties volgen uit de voorwaarde:

$$Z = 0; 1 + j v m' = 0.$$

Aangezien $v = \frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}$ en $m' = \frac{\omega_r}{\omega_{br}}$ wordt $\omega_{1,2} = j \frac{\omega_{br}}{2} \pm \sqrt{\omega_r^2 - \left(\frac{\omega_{br}}{2}\right)^2}$.

De impedantie Z kan hiermee worden geschreven tot $\frac{j}{\omega \omega_{br}} (\omega - \omega_1) (\omega - \omega_2)$.

Kiest men als beginvoorwaarden:

$$t = 0 \quad \begin{cases} u_2 = \frac{\hat{u}_1}{Z^0} = \hat{u}_2 \\ \frac{du_2}{dt} = \frac{1}{Z^0} \frac{d\hat{u}_1}{dt} = j \omega_0 \frac{\hat{u}_1}{Z^0} \end{cases}$$

dan wordt:

$$\begin{aligned} A_1 + A_2 + \frac{\hat{u}_1}{Z^*} &= \frac{\hat{u}_1}{Z^0}; A_1 + A_2 = \hat{u}_1 \left[\frac{1}{Z^0} - \frac{1}{Z^*} \right], \\ j \omega_0 \frac{\hat{u}_1}{Z^0} &= j \omega_1 A_1 + j \omega_2 A_2 + j \omega_0^* \frac{\hat{u}_1}{Z^*}; \omega_1 A_1 + \omega_2 A_2 = \hat{u}_1 \left[\frac{\omega_0}{Z^0} - \frac{\omega_0^*}{Z^*} \right], \\ A_1 &= \frac{\hat{u}_1}{\omega_1 - \omega_2} \left[\frac{\omega_0 - \omega_2}{Z^0} - \frac{\omega_0^* - \omega_2}{Z^*} \right]; A_2 = \frac{\hat{u}_1}{\omega_1 - \omega_2} \left[\frac{\omega_1 - \omega_0}{Z^0} - \frac{\omega_1 - \omega_0^*}{Z^*} \right]. \end{aligned}$$

Aldus wordt de spanning aan de uitgang van de selectieve versterker:

$$\begin{aligned} u_2 = \frac{\hat{u}_1}{\omega_1 - \omega_2} &\left[\left\{ \frac{\omega_0 - \omega_2}{Z^0} - \frac{\omega_0^* - \omega_2}{Z^*} \right\} \varepsilon^{j \omega_1 t} + \right. \\ &\left. + \left\{ \frac{\omega_1 - \omega_0}{Z^0} - \frac{\omega_1 - \omega_0^*}{Z^*} \right\} \varepsilon^{j \omega_2 t} \right] + \frac{\hat{u}_1}{Z^*} \varepsilon^{j \omega_0^* t} \end{aligned}$$

Na eenige herleiding vindt men:

$$\begin{aligned} &\omega_1 (\omega_0^* - \omega_0) (\omega_0^* - \omega_2) (\omega_0 - \omega_2) \varepsilon^{j \omega_1 t} - \\ &- \omega_2 (\omega_0^* - \omega_0) (\omega_0^* - \omega_1) (\omega_0 - \omega_1) \varepsilon^{j \omega_2 t} + \\ &+ \omega_0^* (\omega_0 - \omega_1) (\omega_1 - \omega_2) (\omega_0 - \omega_2) \varepsilon^{j \omega_0^* t} \\ \frac{u_2}{\hat{u}_1} &= \frac{(\omega_0^* - \omega_1) (\omega_1 - \omega_2) (\omega_0^* - \omega_2) \cdot \omega_0}{(\omega_0^* - \omega_1) (\omega_1 - \omega_2) (\omega_0^* - \omega_2) \cdot \omega_0} \end{aligned}$$

Bijzondere gevallen doen zich voor indien $\omega_0^* = \omega_1$ of $\omega_0^* = \omega_2$ m.a.w. als de demping van de selectieve versterker correspondeert met de nagalm-tijd van de ruimte. Stelt men eenvoudigheidshalve:

$$\begin{aligned} \omega_0^* &= \omega_0 + jk \\ \omega_1^* &= \omega_0 + jk' \\ \omega_2^* &= -\omega_0 + jk' \end{aligned} \quad \left(k' = \frac{\omega_{br}}{2}; \frac{k'}{\pi} = \delta \nu \right)$$

dan wordt de uitdrukking gereduceerd tot:

$$\frac{u}{\hat{u}_2} = \frac{k \cdot \varepsilon^{-k' t} - k' \cdot \varepsilon^{-k t}}{k - k'} \varepsilon^{j \omega_0^* t}; \quad \left| \frac{u}{\hat{u}_2} \right| = \frac{k \cdot \varepsilon^{-k' t} - k' \cdot \varepsilon^{-k t}}{k - k'}.$$

waarbij dan nog k en k' klein zijn verondersteld t.o.v. ω_0 .

De grootheden k en k' correspondeeren op dezelfde wijze met de bandbreedte N van resp. de eigenfrequenties van de ruimte (ν_{br}), en die van de selectieve versterker ($\delta\nu$); de fout die men maakt is des te kleiner naarmate de bandbreedte van de selectieve versterker grooter is t.o.v. de bandbreedte van de eigenfrequenties van de ruimte. Gebruikt men een ruischspanning voor de geluidsbron dan moet in het microfoonkanaal de verhouding tusschen de ruischbandbreedte ($\delta\nu$) en de breedte van de eigenfrequentie's $\frac{k}{\pi}$ groot zijn t.o.v. de eenheid.

Berekening van het nagalmverschijnsel, indien de geluidsbron vertraagd wordt uitgeschakeld.

Voor een juiste nagalm is het noodzakelijk om de geluidsbron zoo snel mogelijk te kunnen uitschakelen, zonder dat hierbij bijzondere frequenties worden bevoordeeld of opgewekt.

Voor al bij groot luidsprekervermogen kan dit schakelen moeilijkheden opleveren en daarom is overgegaan naar een vertraagd uitschakelsysteem. De invloed hiervan op het nagalmverschijnsel komt overeen met het laatst besproken effect, waarbij een selectieve versterker in het microfooncircuit is opgenomen.

Speciaal nagalmmetingen met muziekinstrumenten als geluidsbron geven een dergelijke, dikwijls groote, verandering van het nagalmverschijnsel.

Denkt men zich de nagalm als het discontinue wegvallen van de verschillende reflectie's, dan kan men voor de „stationnaire” geluidsdruk schrijven:

$$p_{st} = \sum_1^{\infty} \Delta p_n \cdot e^{j\omega_n t}$$

Hierin stelt Δp_n de complexe, n^{de} reflectie voor, die in het algemeen een willekeurige phasehoek zal bevatten.

Schakelt men de geluidsbron direct uit, dan vallen resp. Δp_1 , Δp_2 enz. discontinue weg; op een tijdstip t na het uitschakelen is de geluidsdruk geworden:

$$p(t) = p_{st} - \sum_1^m \Delta p_n \cdot e^{j\omega_n t}$$

Wordt de geluidsbron exponentieel uitgeschakeld dan zijn de wegvallen vectoren Δp_n niet geheel nul geworden; dan is b.v. de directe bijdrage Δp_1 afgenomen tot $\Delta p_1 \cdot e^{-k't}$, waarin k' de damping voorstelt waarmee de geluidsbron wordt uitgeschakeld.

De n^{de} reflectie is op dat tijdstip afgenomen tot $\Delta p_n \cdot e^{-k'(t-t_n)}$.

Hierin is t_n het tijdstip, waarop deze reflectie juist begint af te nemen, dus de looptijd tusschen de plaats van de microfoon en het virtueele, n^{de} spiegelbeeld van de geluidsbron.

Het nagalmverschijnsel bij vertraagd schakelen wordt dus:

$$p_{\text{vertr.}}(t) = p(t) + \sum_l^m \Delta p_n \cdot \varepsilon^{-k'(t-t_n)} \cdot \varepsilon^{j\omega_0 t}$$

Neemt men eenvoudigheidshalve voor $p(t)$ een exponentiële functie: $p(t) = p_{st} \cdot \varepsilon^{-kt}$, waarbij dan de reflectie's infinitesimaal gedacht moeten worden, dan worden deze reflectie's gevonden uit de relatie:

$$\frac{d|p(t)|}{dt} = -k \cdot \varepsilon^{-kt} |p_{st}|$$

$$\Delta p_n = k \varepsilon^{-kt'} \cdot |p_{st}| \cdot \Delta t'$$

Het nagalmverschijnsel verloopt dus als:

$$p_{\text{vertr.}}(t) = p(t) + \sum_0^t k \cdot \varepsilon^{-kt'} \cdot \varepsilon^{-k'(t-t')} \cdot |p_{st}| \cdot \varepsilon^{j\omega_0 t} \cdot \Delta t'$$

of:

$$p_{\text{vertr.}}(t) = p_{st} \left[\varepsilon^{-kt} + k \int_0^t \varepsilon^{-kt'} \cdot \varepsilon^{-k'(t-t')} dt' \right] = p_{st} \frac{k \cdot \varepsilon^{-k't} - k' \varepsilon^{-kt}}{k - k'}$$

De amplitude van de microfoonspanning u zal zich dus gedragen als:

$$\left| \frac{u}{\hat{u}} \right| = \frac{k \cdot \varepsilon^{-k't} - k' \varepsilon^{-kt}}{k - k'}$$

Ook hier treedt een bijzonder geval op, indien $k = k'$; dan wordt het nagalmverschijnsel:

$$\left| \frac{u}{\hat{u}} \right| = (1 + kt) \varepsilon^{-k \cdot t}$$

De raakrichting op het moment van uitschakelen wordt steeds horizontaal en voor enkele waarden van k , kan men bij een bepaalde waarde van k' dit verloop nagaan (zie fig. 28).

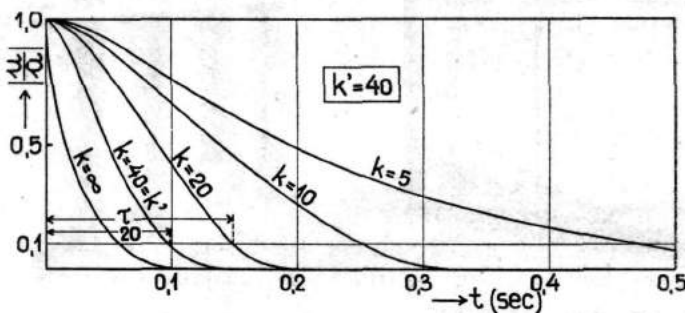


Fig. 28. Verloop van de microfoonspanning bij vertraagd uitschakelen van de geluidsbron voor verschillende nagalmtijden ($k = \frac{6.9}{\tau}$)

Voor het meten van zeer korte nagalmtijden (≈ 0.1 sec.) is practisch alleen de kathodestraalbuis bruikbaar, waarop het nagalmverschijnsel wordt

zichtbaar gemaakt en gefotografeerd. Dit kwam o.a. voor bij de verbouwing van één der studio's van de K.R.O. tot z.g. doode hoorspel studio.

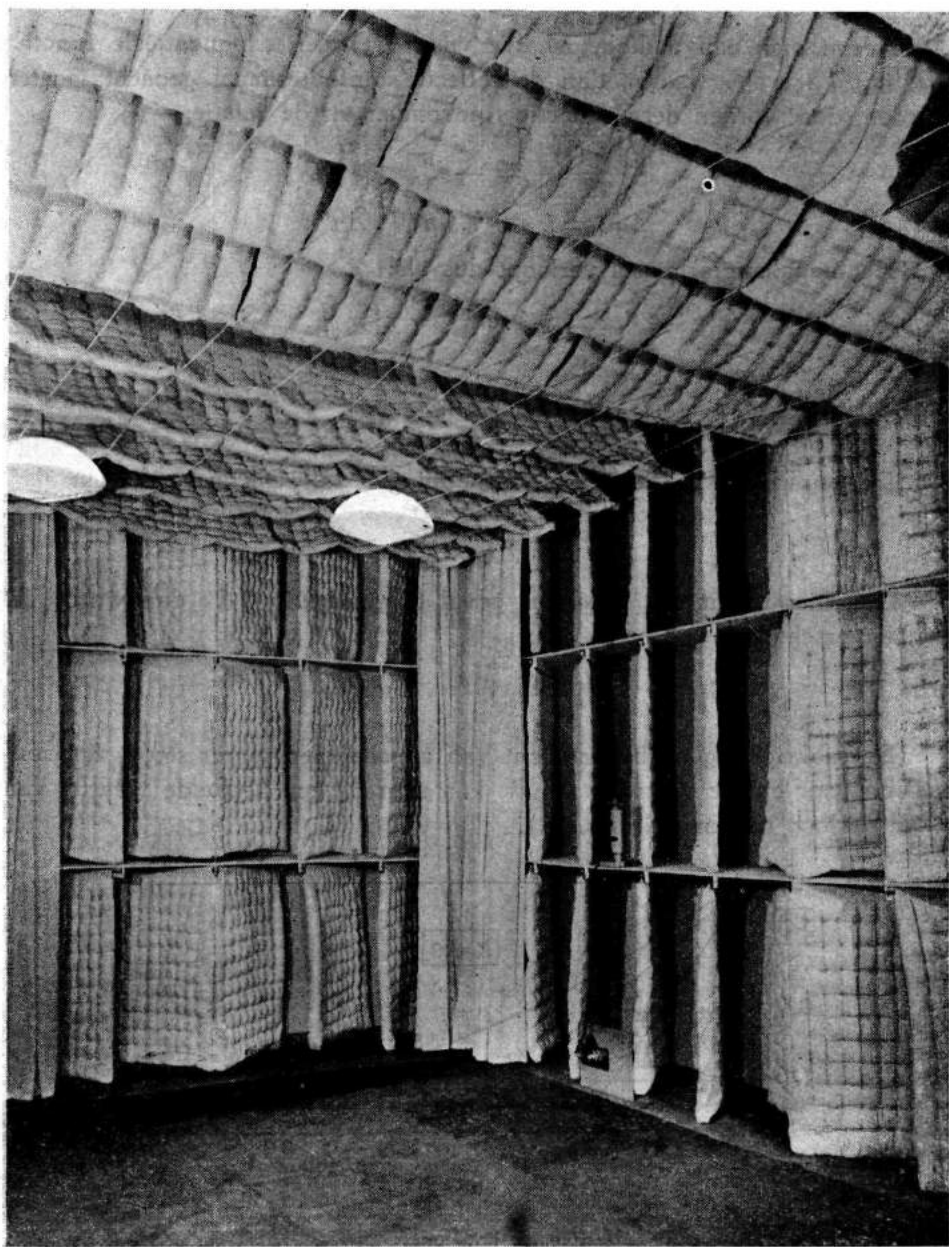


Fig. 29. Wandbekleding van de „dode” hoorspelstudio van de K.R.O.

(Foto Vermeulen).

Hierin moesten speciaal scene's, die zich in werkelijkheid in de openlucht afspeelden, worden opgevoerd. (fig. 29 illustreert deze verbouwing).

De nagalmtijden hiervan konden op de boven aangeduide wijze goed worden gemeten, terwijl voor de tijndindicatie straalmodulatie werd toegepast. Practisch is de tijdsduur te bepalen waarin de spanning u tot op 0,1 daalt. (fig. 30 toont een dergelijke opname).

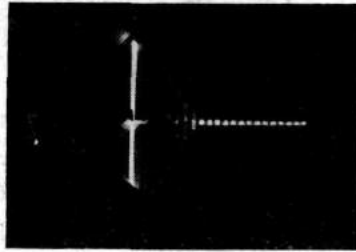


Fig. 30 Nagalm Doode hoorspelstudio $\nu=500$ Hz. tijndindicatie 0,01 sec.

Het verband tusschen deze gemeten tijd (τ_{20db}) en de werkelijke nagalm-tijd τ is met behulp van de voorgaande fig. 28 te elimineeren en is weer-gegeven in fig. 31.

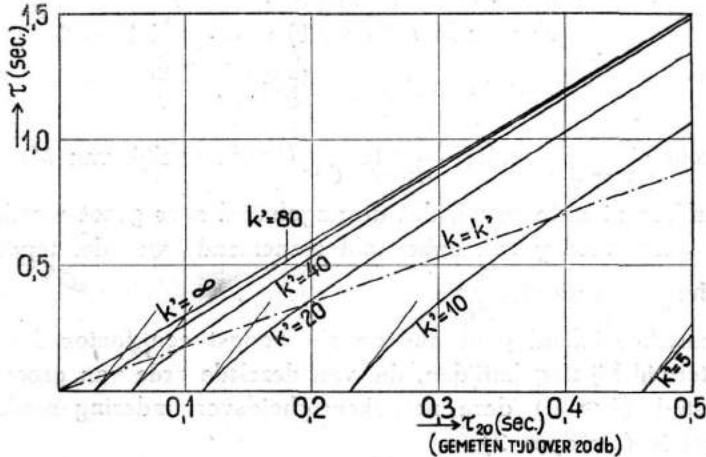


Fig. 31. Verband tusschen de nagalmtijd τ en de gemeten tijd over 20 db (τ_{20db}) voor verschillende schakeltijden van de geluidsbron. (k').

De nauwkeurigheid van de meting met vertraagd uitschakelen (en dus ook voor een meting waarbij zich een selectieve versterker in het microfoon-circuit bevindt) wordt aangegeven door de grootheid $\frac{d\tau_{20}}{d\tau}$. Deze bedraagt voor $k' = \infty$ en voor lange nagalmtijden t.o.v. de schakeltijd $1/3$. Speciaal

voor korte nagalmtijden is de gevoeligheidsvermindering interessant en kan als volgt berekend worden:

Stelt men $k \cdot \tau_{20} = x$ en $k' \cdot \tau_{20} = y$ dan volgt de betrekking tusschen x en y uit de verg.:

$$f(k, \tau_{20}) = \frac{k \cdot \varepsilon^{-k' \tau_{20}} - k' \cdot \varepsilon^{-k \tau_{20}}}{k - k'} = 0,1; \quad x(\varepsilon^{-y} - 0,1) = y(\varepsilon^{-x} - 0,1)$$

$$\frac{d\tau_{20}}{dt} = \frac{d\tau_{20}}{dk} \cdot \frac{dk}{dt} = \frac{\frac{\partial f}{\partial k}}{\frac{\partial f}{\partial \tau_{20}}} \cdot \frac{6,9}{\tau^2} :$$

Substitutie van deze grootheden en omrekening naar x en y geeft:

$$\frac{d\tau_{20}}{dt} = \frac{\varepsilon^{-y} + y \cdot \varepsilon^{-x} - 0,1}{\varepsilon^{-x} - \varepsilon^{-y}} \cdot \frac{x}{y \cdot 6,9}.$$

Vervangt men in de teller van deze uitdrukking $\varepsilon^{-y} - 0,1$ door $\frac{y}{x}(\varepsilon^{-x} - 0,1)$ dan wordt:

$$\frac{d\tau_{20}}{dt} = \frac{(x + 1) \varepsilon^{-x} - 0,1}{\varepsilon^{-x} - \varepsilon^{-y}} \cdot \frac{1}{6,9}.$$

Voor het geval dat τ tot nul nadert, of x tot ∞ , nadert y tot een limiet-waarde, welke volgt uit:

$$x(\varepsilon^{-y} - 0,1) = y(\varepsilon^{-x} - 0,1).$$

$$x = \infty; \quad x(\varepsilon^{-y} - 0,1) = -y \cdot 0,1$$

$$\varepsilon^{-y} = 0,1 \left(\tau_{20} = \frac{1}{3} \frac{6,9}{k'} \right).$$

Dus voor $\begin{cases} x \rightarrow \infty \\ \tau \rightarrow 0 \end{cases}$ nadert $\frac{d\tau_{20}}{dt}$ tot $\frac{1}{6,9}$ (onafhankelijk van k').

Het andere uiterste geval, dat de nagalmtijd zeer groot wordt t.o.v. de schakeltijd geeft voor y een onbepaald toenemende waarde, terwijl nu ε^{-x} tot 0,1 nadert. Dan wordt $\frac{d\tau_{20}}{dt} = \frac{1}{3}$.

De nauwkeurigheid gaat dus op z'n hoogst een factor 2,3 of 57 % achteruit, terwijl bij nagalmtijden, die van dezelfde orde van grootte zijn als de schakeltijd ($k \approx k'$) deze nauwkeurigheidsvermindering reeds aanzienlijk geringer is (zie opm. 2).

Opm. 1. Het feit dat $\frac{d\tau_{20}}{dt}$ uit te drukken is in x en y en er een betrekking tusschen x en y bestaat, wijst erop dat voor een bepaalde waarde van x , dus van $\frac{\tau_{20}}{\tau}$, er slechts een enkele waarde van y bestaat (dus meerdere waarden van τ_{20} , daar k' parameter is) en ook één waarde van $\frac{d\tau_{20}}{dt}$ is vastgelegd. Rechten door de oorsprong in fig. 31 zijn dus isoclinen.

Opm. 2. Het verband tusschen x en y wordt gevonden door de functie:

$$\eta = \frac{\varepsilon^{-x} - 0,1}{\varepsilon^x}$$

grafisch voor te stellen (zie fig. 32). De functiewaarde herhaalt zich slechts voor waarden van $x > 2,3$; voor $x = y$ is steeds voldaan aan de verg.

$$f(x, y) = \frac{\varepsilon^{-y} - 0,1}{y} - \frac{\varepsilon^{-x} - 0,1}{x} = 0.$$

De functie η heeft één minimum bij $x \approx 3,9$ en hierbij geldt dus tevens het punt $x = y = 3,9$; de raaklijnrichting aan deze tak in dat punt moet naderen tot $\frac{dy}{dx} = -1$.

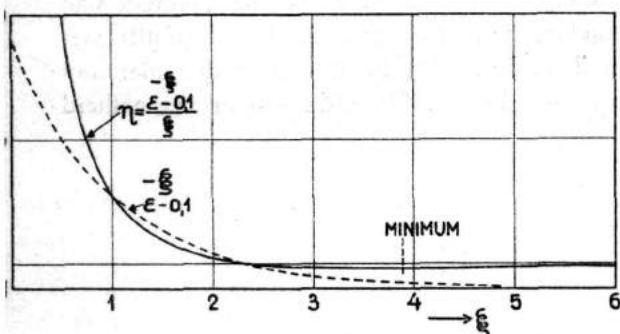


Fig. 32. De functie $\eta = \frac{\varepsilon^{-x} - 0,1}{\varepsilon^x}$

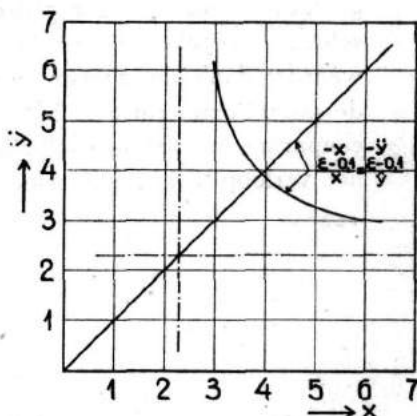


Fig. 33. De functie $\frac{\varepsilon^{-x} - 0,1}{x} = \frac{\varepsilon^{-y} - 0,1}{y}$

Uit de figuur is ook onmiddellijk duidelijk dat bij een enkele waarde van x steeds één waarde van y behoort, indien we de rechte $x = y$ uitzonderen.

De nauwkeurigheid $\frac{d\tau_{20}}{dt}$ voor $k = k'$ volgt uit de relatie:

$$\frac{d\tau_{20}}{dt} = \frac{(x+1)\varepsilon^{-x} - 0,1}{\varepsilon^{-x} - \varepsilon^{-y}} \cdot \frac{1}{6,9}.$$

De breuk wordt in dit speciale geval onbepaald, zodat nadere berekening oplevert:

$$\left(\frac{d\tau_{20}}{dt}\right)_{k=k'} = \lim_{x \rightarrow y} \frac{(x+1) \cdot \varepsilon^{-x} - 0,1}{\varepsilon^{-x} - \varepsilon^{-y}} \cdot \frac{1}{6,9} = \lim_{x \rightarrow y} \frac{-x \cdot \varepsilon^{-x}}{-\varepsilon^{-x} + \varepsilon^{-y} \cdot \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=y}} \cdot \frac{1}{6,9}$$

Stelt men in deze limiet $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=y} = -1$ dan wordt:

$$\left(\frac{dt_{20}}{dt}\right)_{k=k'} = \frac{x}{2} \cdot \frac{1}{6,9} \approx \frac{1,95}{6,9}.$$

De nauwkeurigheid is dus in het geval dat de schakeltijd van de geluidsbron (of uitslingertijd van een selectieve versterker) juist even groot is als de nagalmtijd van de ruimte met een factor 1,18 of met 15 % afgenomen.

Voor het meten van nagalmtijden, grooter dan 0,3 sec., werd steeds gebruik gemaakt van de „Neumann-schrijver”, die reeds in Hoofdstuk 1 gebruikt werd voor het constant houden van een elektrische spanning. Bij dit apparaat treedt een, dikwijls ten onrechte met de naam slingertijd aangeduide, minimaal te registreeren nagalmtijd op (ongeveer 0,15 sec.). De schrijver regelt n.l. de ingangsspanning, indien mogelijk, op een vaste waarde; daalt de meetspanning vlugger dan met de maximale snelheid van de potentiometerarm is bij te regelen, dan beweegt zich de schrijfstift met eenparige, maximale snelheid en deze beweging beantwoordt dus niet aan het verloop van de meetspanning met de tijd. Dezelfde eenparige snelheid

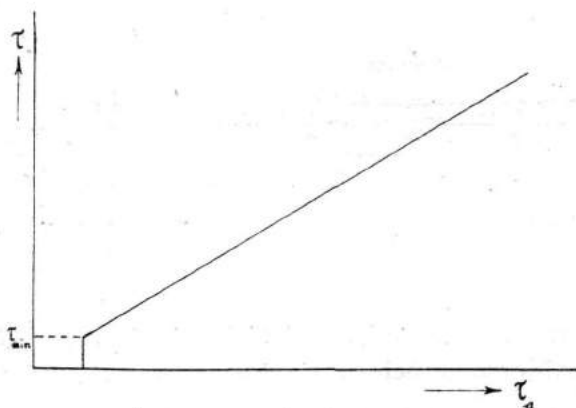


Fig. 34. Verband tusschen de nagalmtijd τ en de gemeten tijd over a decibels met de „Neumann-schrijver”.

verkrijgt de potentiometer (of schrijfstift) voor alle meetspanningsvariaties, die zich sneller afspelen dan met de maximale snelheid is bij te regelen. Meetspanningsvariaties die zich een weinig langzamer voltrekken, worden nu echter geheel juist geregistreerd.*

*) G. C. REITSMA. De Ingenieur No. 17 (1939).

M. GOSEWINKEL, Ak. Z 3, 7 (1942).

FR. O. VOGEL u. P. RICHTER. Veröff. Geb. Nachr. Ws. 7, (1937).

Het verband tusschen de gemeten tijd τ_a over a decibels en de werkelijke nagalmtijd τ is hier een discontinue functie en verschilt dan ook in principe van de twee, reeds eerder besproken verschijnselen.

§ 5. *Practische meetresultaten met ruischbanden.*

Met behulp van de „Neumann-schrijver” werden de volgende metingen uitgevoerd:

- 1e) De geluidsdruk als functie van de plaats in de ruimte, (galmkamer met volume: $9 \times 4 \times 4 \text{ m}^3$) voor verschillende ruischbandbreedten (zie fig. 35).
- 2e) Verloop van de nagalm met diverse ruischbandbreedten (fig. 35).
- 3e) Bepaling van de absorptie-coëfficiënten van de materialen: Acousti-Celotex en A-Board (aangebracht oppervlak 20 m^2) (fig. 36).

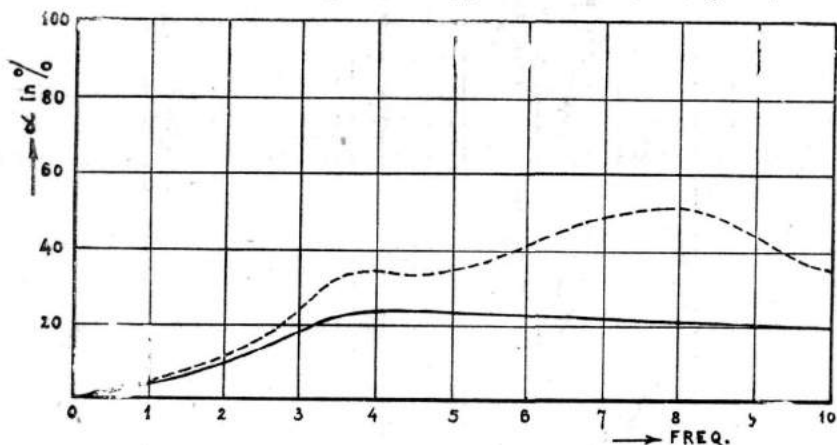


Fig. 36. Naar absorptie-coëfficiënt van A-Board en Acousti Celotex als functie van de frequentie (gestippeld accoustie-Celotex)

§ 6. *Beschrijving van de apparatuur voor de nagalmmeting.*

1e) *De ruischgenerator.*

Als ruischbron werd het fluctuatieveverschijnsel van een diodestroom gekozen, hetgeen berust op het schrot- of hageeffect. Ten opzichte van de ruischspanning, welke ontstaat aan een weerstand, geeft de gebezigde methode een grootere effectieve spanning per frequentie-interval.

Voor een weerstand R is de ruischspanning gegeven door:

$$U^2 = 4 k T \cdot R \cdot \Delta \nu$$

waarin:

k = constante van Boltzmann.

T = absolute temperatuur.

$\Delta \nu$ = frequentie-interval.

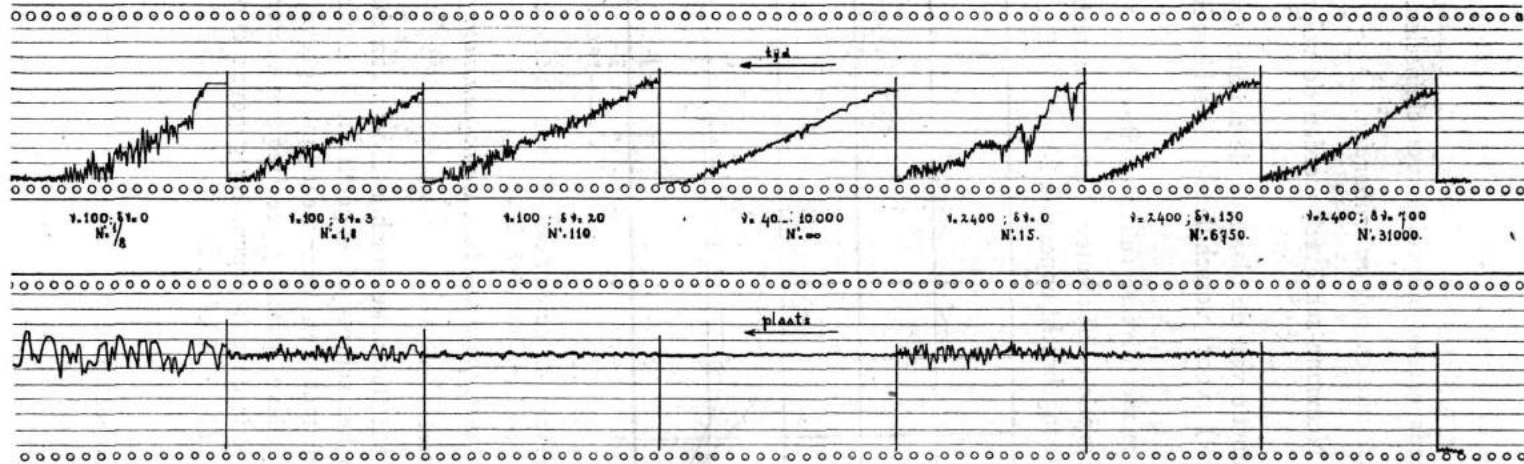


Fig. 35. Nagalmkrommen voor enkele ruischbandbreedten en gemiddelde frequentie's.
 (ν = gem. frequentie, $\delta\nu$ = bandbreedte, N' = aantal belangrijke eigen frequentie's).
 De geluidsdruk als functie van de plaats in de ruimte voor de bijgeschreven ruisch.
 (Verticale schaalverdeling: 7,5 db; tijdschaal: 1 cm = 3 sec)

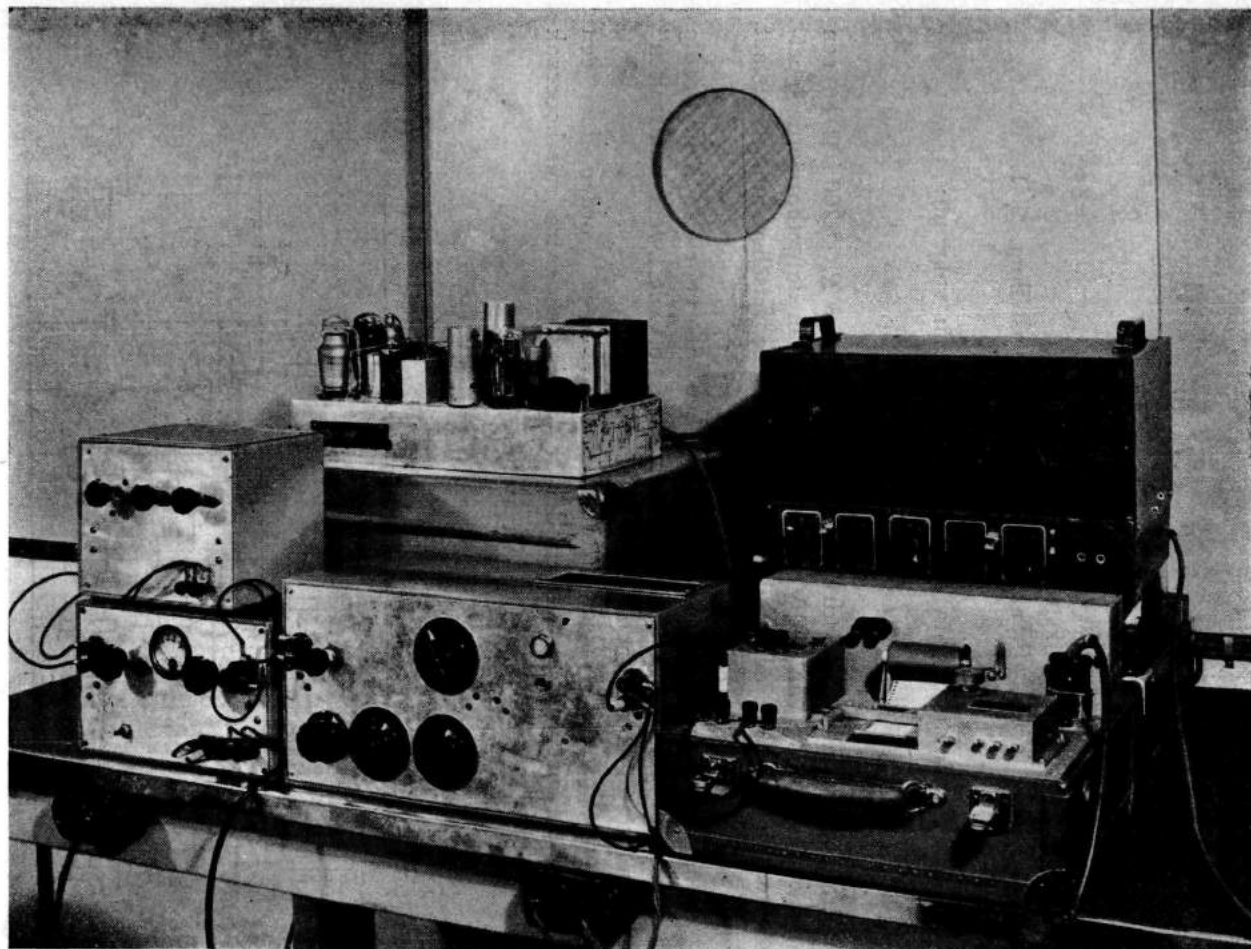


Fig. 37. Overzichtsfoto van de meetopstelling: magalmmeting met ruischband.

Neemt men $T = 300^\circ K$, $\Delta\nu = 5\text{ Hz}$ en $R = 10^5 \Omega$ dan wordt de spanning U ongeveer $0,09 \mu\text{V}$. In vergelijking hiermee wordt de ruischstroom van een diode *:

$$I_r^2 = 2F^2 \cdot e \cdot I_a \cdot \Delta\nu$$

waarin:

e = lading van het electron.

I_a = anode-gelijkstroom.

F^2 = factor, afhankelijk van de diode-instelling, ≤ 1 .

De ruischspanning die in de plaatketen ontstaat volgt uit:

$$U_r^2 = 2F^2 \cdot e \cdot I_a \cdot R_a \cdot \Delta\nu.$$

Practisch werd deze uitdrukking maximaal voor $R_a = 200 k\Omega$ en een plaatbatterijspanning van 150 V . De temperatuur van de gethoriëerde gloeidraad wordt zoodanig geregeld, dat een maximale ruischspanning ontstaat (begin van verzadiging).

Aldus werd een ruischspanning verkregen, die voor een handbreedte van 5 Hz ongeveer $4 \cdot 10^{-6}\text{ V}$. bedroeg, hetgeen t.o.v. de „weerstandsrui sch” een verbetering met een factor 100 beteekent.

Een nog grootere ruischspanning kan verkregen worden door een electronenbuis met meerdere electroden te kiezen; als extra ruischoorzaak treedt dan nog de z.g. verdeelingsruisch op.

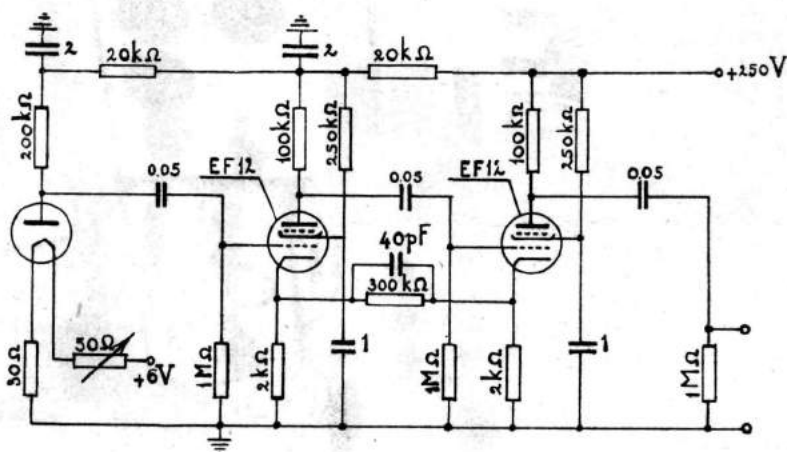


Fig. 38. Schema van de ruischgenerator.

*) M. O. J. STRUTT. Verstärker u. Empfänger S. 42.

Een mengbuis *EK2* met in de plaatketen een weerstand van $100\text{ k}\Omega$, levert in een frequentieband van 5 Hz een ruischspanning van ongeveer $16 \cdot 10^{-6}\text{ V}$. Het nadeel echter dat met deze schakeling ondervonden werd, was de grootere gevoeligheid voor magnetische stoorvelden, hetgeen een goede magnetische afscherming noodzakelijk maakt. Bij de diode-schakeling is dit effect in veel mindere mate aanwezig, daar de verzadigingsstroom zich moeilijker „sturen” laat. Ook t.o.v. het microfonisch effect vertoont de verzadigde diode voordeelen tegenover onverzadigd werkende electronenbuizen. Fig. 38, geeft het principe-schema van de ruischgenerator, terwijl fig. 39 het spectrum van de uitgangsspanning laat zien, opgenomen met een „Tonfrequentz-Spectrometer”.

2e) De selectieve versterker.

Deze versterker is een twee-traps „weerstand” versterker, waarbij de uitgangsspanning via een frequentie-afhankelijke schakeling teruggevoerd wordt naar de ingangszijde.* Om smalle frequentie-banden door te kunnen laten is het noodzakelijk dat de versterking zelf, geheel onafhankelijk is van onregelmatigheden in de buiseigenschappen. Het systeem moet dus amplitude-onafhankelijk werken, hetgeen tegenschakeling eischt. Dit gaat gepaard met een minimum aan z.g. niet lineaire vervorming. De terugkoppeling moet verder alleen geschieden via het daartoe aangebrachte schakelelement; de plaatspanningsbron moet daartoe speciaal worden gekozen, aangezien deze altijd nog een kleine extra koppeling teweeg brengt.

Uit oogpunt van lineaire vervorming moet de schakeling ook aan hoge eischen voldoen, wil men voor iedere ingestelde gemiddelde frequentie dezelfde waarde van de selectiviteit verkrijgen; deze selectiviteit stelt men in door versterking van de twee trappen een bepaalde waarde te geven.

Principe-schakeling. (zie pag. 75).

Het frequentie-afhankelijke tegenkoppel-circuit is een tak van de brug van WIEN, met de grootheden R en C .

De verhouding $\frac{u_1}{u_0}$ is maatgevend voor de werking van de versterker en deze laat zich als volgt berekenen:

$$u_1 = \beta \cdot u_2; \quad u_2 = f_2 \cdot (\alpha \cdot u_0 + f_1 \cdot u_1).$$

wanneer f_1 en f_2 de versterking van resp. de eerste en tweede trap voorstellen, β de terugkoppelgraad- en α het gedeelte van de spanning u_0 is dat op het rooster van de tweede buis staat.

$$\beta = \frac{\frac{R}{1 + j\omega RC}}{R + \frac{1}{j\omega C} + \frac{R}{1 + j\omega RC}}.$$

*) BOURGONJON. Tijdschr. Ned. Radio Genootschap No. 6 (1943).

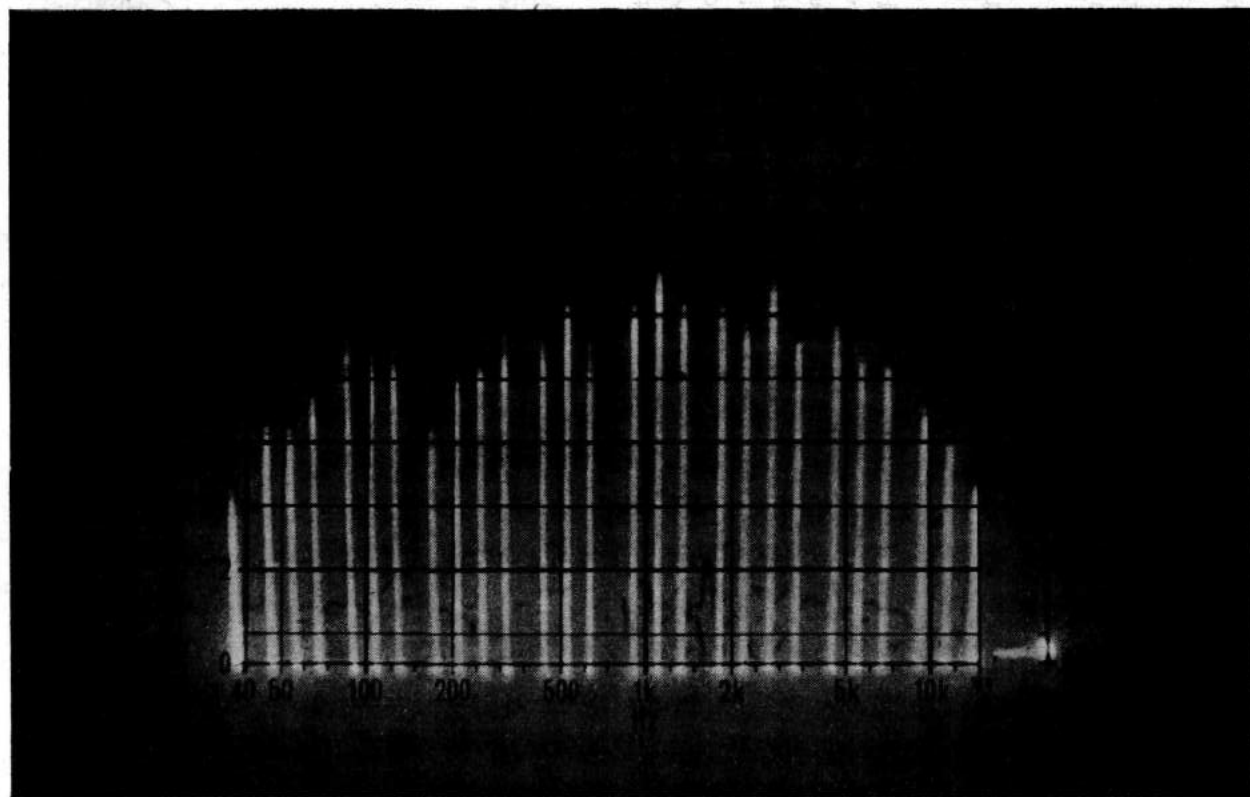
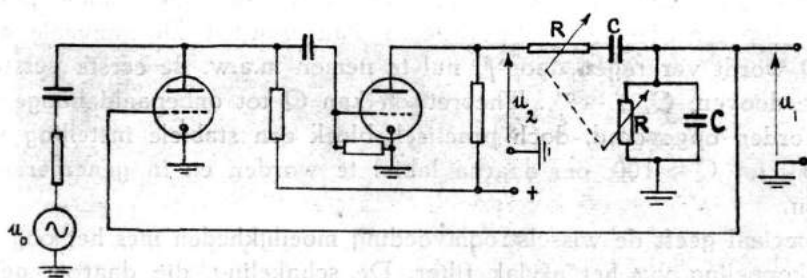


Fig. 39. Ruisspectrum van de ruischgenerator opgenomen met de „Toufrequentz--Spektrometer”



Noemt men de frequentie, waarvoor geldt $\omega RC = 1$, de resonantie-frequentie, dan kan de grootheid β worden geschreven als:

$$\beta = \frac{1}{3 + jv}$$

waarin v de verstemming voorstelt $\left(v = \frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} \approx 2 \frac{\Delta \omega}{\omega_r} \right)$

Het quotient $\frac{u_1}{u_0} = f$ wordt vervolgens:

$$f = \frac{a f_2}{\frac{1}{\beta} - f_1 f_2} = \frac{a f_2}{3 - f_1 f_2 + jv}$$

Voert men naar analogie met de trillingsketens een „kring” kwaliteit Q in, dan wordt:

$$f = \frac{a f_2}{1 + j \frac{v}{3 - f_1 f_2}} = \frac{a f_2 \cdot Q}{1 + jvQ}$$

$$\text{waarin } Q = \frac{1}{3 - f_1 \cdot f_2}$$

De versterker zal genereren bij een totale versterking $f_1 f_2 = 3$, die steeds reëel verondersteld is, hetgeen bij een groote tegenschakeling per trap en over beide trappen, toelaatbaar is.

De kringkwaliteit kan geregeld worden door de tegenschakeling over beide trappen te variëren (fig. 40), terwijl de afstemfrequentie in stappen

balanstransformator. Als balansingang van deze trap werd een z.g. „omkeerbuis” gebruikt.

De tijdconstante τ van de kathode spanning U_k is bij benadering:

$$\tau = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot C.$$

Deze spanning verloopt dus, na het openen van de schakelaar S als:

$$U_k = \hat{U}_k \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right].$$

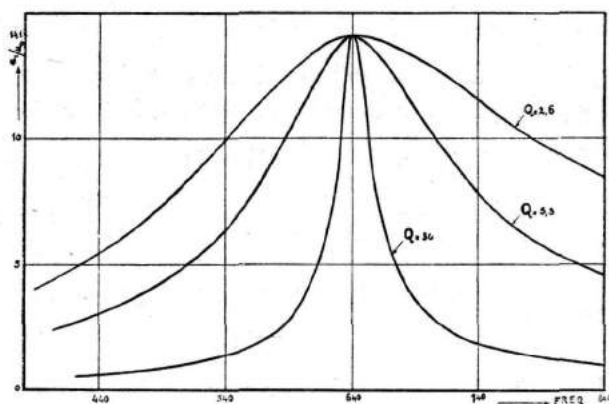


Fig. 41. Enkele selectiviteitskrommen van de selectieve versterker.

Gedurende het schakelen treedt vervorming op, doch dit bleek voor de nagalmmetingen niet hinderlijk. De uitgangsspanning van de versterker neemt af volgens

$$u = \hat{u} \cdot e^{-k't}.$$

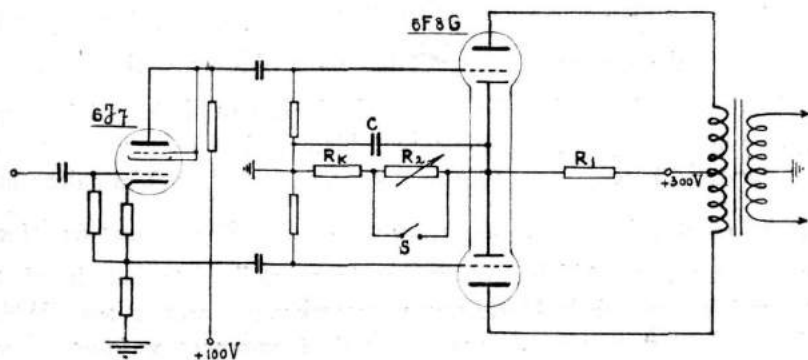


Fig. 42. Principe schema van het uitschakelapparaat.

Practisch kan de grootheid k' gevarieerd worden van 60 sec^{-1} tot 10 sec^{-1} door regeling van R_2 .

§ 7. *Meting van de nagalmtijd met behulp van de „ruimte-impedantie”.*

Onder de „ruimte-impedantie” zullen we het quotiënt verstaan van de geluidsdruk p op een willekeurige plaats in een ruimte en de sterkte Q van de geluidsbron ($Q = \int v \cdot dO$). Kiest men de plaats van geluidsdrukmeting eveneens bij de geluidsbron, dan bepaalt het quotiënt $\frac{p}{Q}$ de stralingsimpedantie van de geluidsbron onder de beschouwde omstandigheden; neemt men de plaats van drukmeting echter in het diffuse gedeelte van de ruimte (waar de indirecte geluidsdichtheid overheerscht t.o.v. de directe dichtheid) dan verkrijgt men een zeer snel met de frequentie veranderend quotiënt $\frac{p}{Q}$ speciaal het argument van deze grootte varieëert dan sterk en wordt bepaald door de nagalmtijd τ van de ruimte. Het zal blijken dat het argument van $\frac{p}{Q}$ in een frequentie-interval van enkele Hertz reeds met 2π radialen kan veranderen, zoodat eventuele frequentie-afhankelijkheden in de meetapparatuur van ondergeschikt belang zijn. Zelfs is het mogelijk om het verloop van $\frac{p}{Q}$ na te gaan, door inplaats van de meting van de gemiddelde geluidsbronsnelheid ($\bar{v}$), de electrische spanning u_1 aan de luidsprekerklemmen te bepalen en het quotiënt $\frac{p}{u_1}$ als functie van de frequentie te beschouwen. De verandering van de phaseverschuiving tusschen u_1 en v met de frequentie is veel minder dan tusschen p en $\bar{v}$ en kan dan meestal ook getolereerd worden.

Voor de practische bepaling van het gedrag van $z = \frac{p}{Q}$ wordt gebruik gemaakt van dezelfde schakelwijze zooals in Hoofdstuk I is aangeduid, waarbij de spanning, afgeleid van $\bar{v}$ (of de luidsprekerspanning u_1) de synchroonimpulsgenerator stuurt, terwijl van de spanning tengevolge van de geluidsdruk een evengroote, doch over $-\frac{\pi}{2}$ radialen naar phase verschoven spanning wordt afgeleid; op het scherm van een kathode-straalbuis ontstaat op de beschreven wijze een punt, welke een zeer klein gedeelte is van een cirkel waarvan de straal bepaald wordt door de geluidsdruk $|p|$. Voor deze meting is het mogelijk de phaseverschuiving van $-\frac{\pi}{2}$ radialen voor de afgeleide spanning voor een gemiddelde frequentie in te stellen, terwijl de afwijking bij verstemming over enkele Hertz nog niet merkbaar wordt, m.a.w. de draadgewonden potentiometers op de assen van de toongenerator kunnen worden vermeden. Dit laatste geldt zeker indien de schakelverschijnselen nader worden geanalyseerd, hetgeen met dezelfde apparaten mogelijk is (zie § 8).

Om beide verschijnselen te overzien kunnen de volgende beschouwingen worden gegeven.

De spanning aan de luidspreker is in het algemeen een wisselspanning met variërende amplitude, zoodat:

$$u_1 = \hat{u}_1 \cdot A(t) \cdot e^{j\omega t}.$$

Indien de acoustische impedantie van de geluidsbron verwaarloosd kan worden t.o.v. de mechanische- en de elektrische impedantie van de luidspreker, zal de sterkte hiervan op analoge wijze verlopen.

De functie $A(t)$ is een schakelfunctie, waarmede de schakelverschijnselen (§ 8) nog in de berekening kunnen worden opgenomen.

Het uitgestraalde vermogen kan onder bepaalde voorwaarden worden voorgesteld door:

$$P = \hat{P} \cdot A^2(t).$$

Hiervoor is het noodzakelijk dat de geluidsdruk op de plaats van de geluidsbron hoofdzakelijk wordt bepaald door de sterkte van de geluidsbron.

De geluidsdruk op de plaats van de microfoon kan men opvatten als de vectorsom van partiële geluidsdrukken, afkomstig van de verschillende spiegelbeelden van de geluidsbron.

De n^{de} reflectie heeft een afstand r_n tot de meetplaats van p , terwijl a_n het aantal botsingen voorstelt. De bijdrage van deze n^{de} reflectie p_n is dan evenredig met de sterkte van de luidspreker op het oogenblik $\left(t - \frac{r_n}{c}\right)$, en omgekeerd evenredig met de afstand r_n en bovendien door het aantal botsingen a_n verzwakt. Voor bolvormige golven (puntvormige geluidsbron) geldt bij benadering voor deze p_n :

$$p_n = C \frac{A\left(t - \frac{r_n}{c}\right)}{r_n} (1 - a)^{\frac{a_n}{2}} \cdot e^{j\left[\omega\left(t - \frac{r_n}{c}\right) + \Delta \cdot a_n\right]}$$

waarin C een constante voorstelt en Δ de phasesprong is bij reflectie met de wand, waarvan de absorptiecoëfficiënt a bedraagt. De totale geluidsdruk p wordt de sommatie van p_n over alle spiegelbeelden van de geluidsbron,

$$p = \sum_1^\infty p_n.$$

De spanning u_2 , afgeleid van de geluidsdruk kan worden geschreven als:

$$u_2 = e^{j\omega t} \sum_1^\infty \frac{A\left(t - \frac{r_n}{c}\right)}{r_n} e^{\frac{a_n}{2} \lg(1-a) - j\left(\omega \frac{r_n}{c} - \Delta \cdot a_n\right)}$$

Beschouwen we allereerst de „stationnaire” toestand, waarbij voor ieder spiegelbeeld $A\left(t - \frac{r_n}{c}\right) = A_0 = \text{constant}$ en dus eveneens de spanning

u_1 constant is. De verhouding $\frac{u_2}{u_1}$ wordt dan, op een constante na:

$$\frac{u_2}{u_1} = \sum_n \frac{A_n}{r_n} e^{\frac{a_n}{2} \lg(1-a) - j \left(\omega \frac{r_n}{c} - \Delta \cdot a_n \right)}$$

Een variatie van ω , die zoo langzaam geschiedt, dat toch steeds de stationnaire toestand zich heeft ingesteld, geeft een verandering van dit quotient $\frac{u_2}{u_1}$, en het gedrag zal analoog zijn als dat van de ruimte-impedantie z onder de conditie's welke eerder zijn vermeld. Afgezien van een complexe constante wordt dan:

$$z(\omega) = \sum_n z_n = \sum_n \frac{A_n}{r_n} e^{\frac{a_n}{2} \lg(1-a) - j \left(\omega \frac{r_n}{c} - \Delta \cdot a_n \right)}$$

Hierin zijn ook de grootheden a en Δ frequentie afhankelijk, doch in een klein frequentie-interval zullen we deze als constanten beschouwen. Bij toenemende frequentie draait iedere term z_n in het complex-vlak rechtsom door het afnemen van het argument $-\omega \frac{r_n}{c}$. De hoeksnelheid $\frac{dq_n}{d\omega}$ waarmede dit geschiedt, is.

$$\frac{dq_n}{d\omega} = -\frac{r_n}{c}.$$

Is de afstand van de geluidsbron tot de microfoon (r_1) zoo klein dat de directe bijdrage p_1 ten opzichte van alle reflectie's overheerscht dan geldt:

$$\frac{dq}{d\omega} = -\frac{r_1}{c}; \quad \frac{d\varphi}{d\nu} = -2\pi \frac{r_1}{c}.$$

Het frequentie-interval waarin draaiing over een hoek van 2π radialen optreedt is in dat geval $\frac{c}{r_1}$, waarin geen enkele grootte voorkomt welke van de ruimte afhangt. De afstand r_1 waarbij nog voldaan is aan deze voorwaarde hangt af van het zaalvolume en de nagalmtijd. De energiedichtheid, tengevolge van het directe geluidsveld kan men hiertoe gelijkstellen aan de indirecte dichtheid*) en aldus vindt men een maximale waarde voor r_1 .

$$r_1 < \sqrt{\frac{13,8 V}{4\pi c \cdot t}}.$$

Drukt men r_1 in meters uit, dan wordt deze uitdrukking, na invoering van de kritische frequentie (ν_{kr}):

$$r_1 < \frac{70}{\nu_{kr}} (m.).$$

*) P. M. MORSE. Vibration and Sound.
H. C. FREYGANG. Ak. Z. 3, 80 (1938).

Voor concertruimten met de gebruikelijke nagalmtijden wordt deze waarde grooter voor grotere zaalvolumina.

Kiest men de afstand r_1 zeer klein, dan draait de vector z in een groot frequentie-interval over 2π radialen en moeten correctie's voor de frequentie-afhankelijkheden van de apparatuur worden aangebracht. Wordt de afstand r_1 grooter dan $\frac{70}{v_{kr}}$ (m), dan moet de sommatie worden uitgevoerd; een overgang naar de integraalvoorstelling is mogelijk indien men de spiegelbeelden verdeeld denkt op infinitesimale afstanden dr , en het aantal fictieve geluidsbronnen tusschen r en $r + dr$ gelijkstelt aan $\frac{4\pi r^2}{V} dr$.

Het aantal wandbotsingen a_n volgt uit de gemiddelde vrije weglengte van het geluid $\frac{4V}{O}$, zoodat

$$a_n = \frac{r_n \cdot O}{4V}.$$

De impedantie z kan aldus geschreven worden als:

$$z = B \int_0^{\infty} r \cdot e^{-s \cdot r} dr = \frac{B}{s^2},$$

waarin B een constante voorstelt en

$$s = -\frac{O}{8V} \lg(1 - a) + j \left(\frac{\omega}{c} - \Delta \cdot \frac{O}{4V} \right).$$

$$s = x + jy.$$

De waarde van deze integraal is onafhankelijk van de plaats van de geluidsbron en van de microfoon, en moet dus een soort gemiddelde waarde voorstellen. Voor hoge frequenties beteekent de uitkomst een kleinere gemiddelde geluidsdruk dan voor lage frequenties, hetgeen verklaard kan worden uit het feit dat de middeling is uitgevoerd met inbegrip van de phasehoeken.

Om voor een bepaalde plaats in de ruimte waar de indirecte geluidsdichtheid overheerscht, het gedrag van $z(\omega)$ na te gaan, kunnen we een gemiddelde modulus voor z en voor de grootheid $\frac{dz}{d\omega}$ berekenen.

Experimenteel blijkt n.l. dat de vector z met veranderende frequentie, dezelfde gem. draaizin vertoont als iedere term z_n van de sommatie. Ook de gemiddelde impedantie z heeft deze draairichting.

Is de absorptie coëfficiënt van het wandmateriaal niet te klein dan wordt de term z_n voornamelijk bepaald door de ε macht, zoodat we kunnen schrijven:

$$z_n \approx \frac{A_n}{r_{aeg.1}} \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^{\frac{a_n}{2}} \lg(1 - a) - j \left(\omega \frac{r_n}{c} - \Delta \cdot a_n \right)$$

waarin z_{aeq} een aequivalente afstand voorstelt, die zoodanig wordt gekozen dat de gemiddelde energiedichtheid dezelfde blijft.

De aangroeiing dz met de frequentie vindt men door de origineele reeks voor z termsgewijze te differentiëren:

$$dz = \frac{-j}{c} \sum_1^{\infty} A_n \cdot e^{\frac{a_n}{2} \lg(1-a) - j \left(\omega \frac{r_n}{c} - \frac{1}{2} a_n \right)} d\omega.$$

Met de bovenbedoelde benadering is dus de aangroeiing dz loodrecht op z en het polaire diagram van de ruimte-impedantie wordt een cirkel. De hoeksnelheid $\frac{d\varphi}{d\omega}$ vinden we uit de relatie:

$$d\varphi = \left| \frac{dz}{z} \right| = -\frac{r_{aeq}}{c} d\omega; \quad \frac{d\varphi}{d\omega} = -\frac{r_{aeq}}{c}.$$

De aequivalente afstand vinden we doordat dezelfde gemiddelde energiedichtheid in de ruimte moet ontstaan; de som van de quadraten van de moduli der werkelijke- en die van de vervangende reeks moeten we dus gelijkstellen.

$$\sum_1^{\infty} \frac{1}{r_n^2} e^{a_n \lg(1-a)} = \frac{1}{r_{aeq}^2} \sum_1^{\infty} e^{a_n \lg(1-a)}$$

Een zelfde middeling over de ruimte geeft de mogelijkheid tot een overgang naar de integraalvoorstelling van beide reeksen, waardoor ontstaat:

$$\int_0^{\infty} e^{-2x \cdot r} dr = \frac{1}{r_{aeq}^2} \int_0^{\infty} r^2 \cdot e^{-2x \cdot r} dr.$$

waarin $x = -\frac{O}{8V} \lg(1-a).$

Partiële integratie van het tweede lid geeft:

$$\int_0^{\infty} r^2 \cdot e^{-2x \cdot r} dr = \frac{1}{2x^2} \int_0^{\infty} e^{-2x \cdot r} dr$$

zoodat:

$$r_{aeq} = \frac{1}{x\sqrt{2}}$$

Vervanging van $2x$ door $\frac{13,8}{c \cdot \tau}$ met behulp van de nagalmwet:

$$\tau = \frac{4 \cdot 13,8 V}{-c \cdot O \lg(1-a)}$$

geeft nog:

$$r_{aeq} = \frac{c \cdot \tau}{13,8} \sqrt{2}$$

De verwachting van de hoeksnelheid $\frac{d\varphi}{d\nu}$ van het polaire diagram wordt dus:

$$\frac{d\varphi}{d\nu} = -2\pi \cdot \frac{\tau}{13,8} \sqrt{2}$$

De aequivalente afstand r_{eq} zal niet kleiner kunnen zijn dan de directe afstand r_1 , aangezien anders een kleinere waarde voor $\frac{d\varphi}{d\nu}$ zou ontstaan, dan correspondeert met r_1 . Anderzijds moet r_1 groter worden gekozen dan $\sqrt{\frac{13,8 V}{4\pi c \cdot \tau}}$, zoodat voor de meetplaats voldaan moet zijn aan de voorwaarden:

$$\frac{c \cdot \tau}{13,8} \sqrt{2} \geq r_1 > \sqrt{\frac{13,8 V}{4\pi c \cdot \tau}}$$

Aan beide ongelijkheden kan in alle practische gevallen worden voldaan, zoodat steeds een geschikte meetplaats van de ruimte-impedantie aanwezig is. Het frequentie-interval, waarin een draaiïng over 2π radialen optreedt is meestal klein n.l., $\frac{13,8}{\tau \cdot \sqrt{2}} \approx \frac{10}{\tau}$, zoodat het voor nauwkeurige meting, voordeeler is een toename van φ met b.v. $10 \times 2\pi$ radialen na te gaan, en het frequentie-interval hiervoor te bepalen. (Dit geeft bovendien een betere gemiddelde waarde). *Aldus levert de ruimte-impedantie ons een nieuwe methode om de nagalmtijd van een zaal te bepalen. Het frequentie-interval $\Delta\nu$ waarin draaiïng over $10 \times 2\pi$ radialen optreedt geeft de nagalmtijd met behulp van de betrekking:*

$$\tau = \frac{13,8}{\Delta\nu \cdot \sqrt{2}} 10 \approx \frac{100}{\Delta\nu}$$

Experimenteel bleek de berekende waarde van $\frac{d\varphi}{d\nu}$ (uit de, langs andere weg verkregen nagalmtijd) goed overeen te stemmen met de practische; bij kleine waarden van α daarentegen (b.v. galmkamers) gaat de ruimte-impedantie meer van een cirkel verschillen en wordt de gemiddelde hoeksnelheid iets kleiner. ($\tau = 8$ sec. geeft 20 % afwijking).

Opmerking:

Ook met behulp van de eigenfuncties en de impedanties van de eigenfrequenties kan deze draaiïng worden ingezien. Dan is n.l.

$$z = \frac{p}{Q} = C \cdot \sum_1^{\infty} \frac{p_n(L) \cdot p_n(M)}{Z_n} = \sum_1^{\infty} z_n$$

waarin C een constante voorstelt en $Z_n = \frac{\omega_n \cdot k_n}{\pi\nu} - j \left(\frac{\omega_n^2}{2\pi\nu} - 2\pi\nu \right)$.

In een frequentie-interval $d\nu$ varieert iedere term met dz_n :

$$dz_n = -C \frac{p_n(L) \cdot p_n(M)}{Z_n^2} \frac{dZ_n}{d\nu} d\nu$$

$$\frac{dz_n}{d\nu} = -\frac{z_n}{Z_n} \left[\frac{-\omega_n k_n}{\pi \nu^2} - j \left(\frac{-\omega_n^2}{2\pi \nu^2} - 2\pi \right) \right].$$

Vervangt men ω_n door $2\pi\nu_n$ en verwaarloost men de reële term tussen [] dan ontstaat:

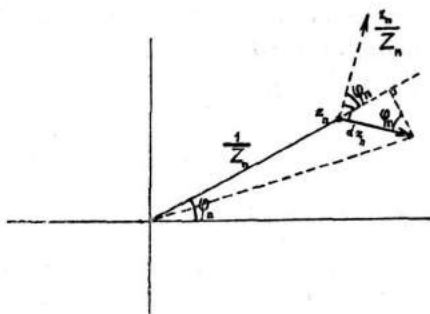
$$\frac{dz_n}{d\nu} = -jz_n \frac{2\pi \left(\frac{\nu_n^2}{\nu^2} + 1 \right)}{Z_n}.$$

De totale variatie dz wordt gevonden uit de betrekking:

$$\frac{dz}{d\nu} = -2\pi j \sum_1^n z_n \frac{\left(\frac{\nu_n}{\nu} \right)^2 + 1}{Z_n}.$$

Voor frequenties beneden de kritische frequentie is slechts een enkele term belangrijk zoowel voor z als voor $\frac{dz}{d\nu}$. De phasehoek-verandering $d\varphi$ t.g.v. een frequentie-variatie $d\nu$ is in dat geval bepaald door:

$$\left(\frac{d\varphi}{d\nu} \right)_n = \frac{\left| \frac{dz_n}{d\nu} \right|}{|z_n|} \cos \varphi_n.$$



$$\left(\frac{d\varphi}{d\nu} \right)_n = -2\pi \frac{\left(\frac{\nu_n}{\nu} \right)^2 + 1}{|Z_n|} \cos \varphi_n \approx -2\pi \frac{\left(\frac{\nu_n}{\nu} \right)^2 + 1}{2k_n} \cos^2 \varphi_n$$

waarbij voor $\frac{1}{|Z_n|}$ is geschreven $\frac{1}{2k_n} \cos \varphi_n$.

De maximale hoeksnelheid wordt verkregen, indien $\nu = \nu_n$ en wordt dan

$$-2\pi \frac{1}{k_n} = -2\pi \frac{\tau}{13,8} \cdot 2 = \left(\frac{d\varphi}{d\nu} \right)_n.$$

Een gemiddelde hoeksnelheid wordt verkregen door b.v. over het resonantiegebied te middelen $\left(-\frac{\pi}{4} \leq \varphi_n \leq +\frac{\pi}{4}\right)$

$$\left(\frac{d\varphi}{dv}\right)_n = -2\pi \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{+\frac{\pi}{4}} \frac{(\nu_n/\nu)^2 + 1}{2k_n} \cos^2 \varphi_n d\varphi_n \approx -2\pi \frac{2}{\pi k_n} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{+\frac{\pi}{4}} \cos^2 \varphi_n d\varphi_n$$

$$\left(\frac{d\varphi}{dv}\right)_n = -2\pi \frac{1}{13,8} \cdot 1,64.$$

Een analoge middeling over hoeken van $-\frac{\pi}{2}$ tot $+\frac{\pi}{2}$ levert een kleinere gemiddelde waarde n.l. $-2\pi \frac{1}{13,8} \cdot 1$. De gevonden waarde uit de vorige theorie correspondeert het meeste met een middeling over de resonantiebreedte.

Waarden van het argument in het 3^e en 4^e quadrant van z zijn mogelijk door het wisselen van teeken van het product van de twee eigenfuncties. Zijn beide teekens even waarschijnlijk dan zal z in alle vier quadranten even veelvuldig voorkomen; nadert de plaats M echter de geluidsbron L , dan zal het product $p_n(M) \cdot p_n(L)$ steeds positief blijven, hetgeen beteekent dat z slechts een argument kan bezitten tusschen $+\frac{\pi}{2}$ en $-\frac{\pi}{2}$. Fysisch correspondeert dit met een positieve stralingsweerstand van de geluidsbron in iedere ruimte, welke slechts nul wordt indien bovendien $k_n = 0$. De gemiddelde hoeksnelheid $\frac{d\varphi}{dv}$ nadert in dat geval tot nul, hetgeen ook door de vorige theorie wordt aangegeven.

Voor het geval dat meerdere eigenfunctie's tegelijk belangrijk zijn, moeten de beide sommatie's worden uitgevoerd. Voor de sommatie van

$\frac{dz}{dv}$ schrijven we:

$$\frac{dz}{dv} \approx -2\pi j \left[\frac{(\nu_n/\nu)^2 + 1}{|Z_n|} \right] \sum_{n=1}^{\infty} z_n.$$

gem.

Aldus wordt:

$$\frac{d\varphi}{dv} \approx -2\pi \left[\frac{(\nu_n/\nu)^2 + 1}{|Z_n|} \right]$$

gem.

Substitutie van $\frac{1}{|Z_n|}$ door $\frac{1}{2k_n} \cos \varphi_n$, waarbij $\operatorname{tg} \varphi_n \approx 2\pi \frac{\nu_n - \nu}{k}$ geeft:

$$\frac{d\varphi}{d\nu} \approx -2\pi \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{2 \left(1 + \frac{k_n}{2\pi\nu} \operatorname{tg} \varphi_n \right) + \left(\frac{k_n}{2\pi\nu} \operatorname{tg} \varphi_n \right)^2}{2k_n} \cos \varphi_n d\varphi_n$$

Verwaarloozing van de term, met $\left(\frac{k_n}{2\pi\nu} \right)^2$ als factor geeft:

$$\frac{d\varphi}{d\nu} \approx -2\pi \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{k_n} \cdot 2 \approx -2\pi \frac{\tau}{13,8} \cdot 1,28$$

Ook deze uitkomst komt goed overeen met de vroeger gevonden waarde:

$$\frac{d\varphi}{d\nu} \approx -2\pi \frac{\tau}{13,8} \sqrt{2}.$$

Experimenteel zijn eenige polaire diagrammen van de ruimte-impedantie opgenomen, waaruit duidelijk het gemiddeld aangroeien van het argument van z blijkt; de nagalmtijd τ van de meetruimte bedraagt ongeveer 8 sec., zoodat in een frequentie-interval van 1,25 Hz reeds een draaiing over 2π radialen optreedt.



Fig. 43. a). De ruimte-impedantie van een galkamer.
 $\nu = 500$ Hz. $\Delta\nu \approx 1,3$ Hz.



Fig. 43. b). $\nu = 500$ Hz. $\Delta\nu \approx 3$ Hz.

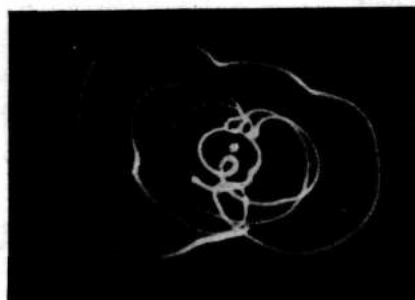


Fig. 43. c). $\nu = 500$ Hz. $\Delta\nu = 5$ Hz.

§ 8. Verband tusschen het ingalm- en nagalmverschijnsel.

Met de besproken methode voor de bepaling van de ruimte-impedantie z , kan ook de correlatie worden aangetoond tusschen het ingalm- en nagalmverschijnsel (waarbij dus ω constant is). We hebben daartoe de schakelfunctie $A(t)$ slechts een bepaalde vorm te geven, doch in verband tusschen de inschakelfunctie $A_i(t)$ en de uitschakelfunctie $A_g(t)$ kiezen we complementair, d.w.z.

$$A_i(t) + A_g(t) = A_0 \text{ voor alle } t.$$

De ingalm- resp. de nagalmimpedantie worden dan, betrokken op de stationnaire sterkte van de geluidsbron:

$$z_i(t) = \sum_1^\infty \frac{A_i\left(t - \frac{r_n}{c}\right)}{r_n} \varepsilon^{\frac{a_n}{2} \lg(1-a) - j\left(\omega \frac{r_n}{c} - A \cdot a_n\right)}$$

$$z_g(t) = \sum_1^\infty \frac{A_g\left(t - \frac{r_n}{c}\right)}{r_n} \varepsilon^{\frac{a_n}{2} \lg(1-a) - j\left(\omega \frac{r_n}{c} - A \cdot a_n\right)}$$

Termsgewijs zijn de reeksen complementair, zoodat geldt:

$$z_i(t) + z_g(t) = z_{st} \text{ voor alle } t.$$

In het complexe vlak voorgesteld, wil dit zeggen, dat de figuren welke tijdens de ingalm resp. tijdens de nagalm worden beschreven, radiale symmetrie moeten vertoonen t.o.v. het midden van de verbindinglijn tusschen de oorsprong en z_{st} . Eveneens kan dit worden aangetoond uit de theorie met behulp van de eigenfunctie's. *)

Voor langzaam verloopende schakelfunctie's nadert de figuur tot een rechte lijn, daar a.h.w. steeds de „stationnaire” toestand wordt ingesteld, bij langzaam grooter wordende amplitude.

Beschouwt men de totale acoustische energie (W) in de ruimte, dan gelden hiervoor de volgende differentiaal vergelijkingen:

$$\begin{aligned} \text{Tijdens de nagalm: } \frac{dW}{dt} + 2k \cdot W &= A_g^2(t) \\ \text{Tijdens de ingalm: } \frac{dW}{dt} + 2k \cdot W &= A_i^2(t) \end{aligned} \quad k = \frac{6,9}{\tau}$$

Hierbij is verondersteld dat de geluidsdruk op de plaats van de geluidsbron alleen bepaald wordt door de sterkte van de geluidsbron en dat de reflectie's van de wanden daar van ondergeschikt belang zijn. Het vermogen van de geluidsbron is dan, op een constante na, voor te stellen door $A^2(t)$.

*) M. J. O. STRUTT, *Phylosophical Magazine* 8, 236 (1929).

De oplossing van beide vergelijkingen kan worden geschreven als:

$$W = \varepsilon^{-kt} [B + \int A^2(t) \varepsilon^{2kt} dt],$$

waarin de integratie-constante B uit de beginvoorwaarden volgt, terwijl de stationnaire energie W_o gelijk moet zijn aan $\frac{A_o^2}{2k}$.

Aldus worden de ruimte-energieën tijdens ingalm en nagalm:

$$W_i = \varepsilon^{-2kt} \int_0^t A_i^2(t) \varepsilon^{2kt} dt$$

$$W_g = \varepsilon^{-2kt} [W_o + \int_0^t A_g^2(t) \varepsilon^{2kt} dt].$$

Voor het geval dat de geluidsbron plotseling in- resp. uitgeschakeld wordt, worden deze betrekkingen:

$$W_i = W_o [1 - \varepsilon^{-2k \cdot t}].$$

$$W_g = W_o \cdot \varepsilon^{-2k \cdot t}.$$

In dit geval zijn dus ook de acoustische energieën complementair, d.w.z. dat gemiddeld over de ruimte de som van de quadraten van de geluidsdrukken bij de ingalm en nagalm constant moet zijn, dus ook de som van $z_i^2(t)$ en $z_g^2(t)$. Bij een omzetting van de sommatie's voor deze grootheden in integraalvoorstellungen leidt dit tot hetzelfde resultaat. Wij verwachten voor de onderlinge stand van $z_i(t)$ en $z_g(t)$ dus een loodrechte; de ingalm- resp. nagalmkromme zal in het beschouwde geval *gemiddeld* een cirkel zijn. Experimenteel werd dit ook bevestigd, hoewel de afwijkingen hiervan groot kunnen zijn.

Indien de schakelfunctie's als volgt worden gekozen:

$$A_i(t) = A_o [1 - \varepsilon^{-k' \cdot t}].$$

en

$$A_g(t) = A_o \cdot \varepsilon^{-k' \cdot t}$$

worden de desbetreffende acoustische energieën:

$$W_i = W_o \left[1 - \frac{k'^2}{(k - k') \cdot (2k - k')} \varepsilon^{-2kt} + \frac{k}{k - k'} \varepsilon^{-2k't} - \frac{4k}{2k - k'} \varepsilon^{-k't} \right].$$

$$W_g = W_o \frac{k \cdot \varepsilon^{-2k' \cdot t} - k' \cdot \varepsilon^{-2k \cdot t}}{k - k'}.$$

In het algemeen zijn deze acoustische-energieën *niet complementair*; dit geldt eveneens voor de geluidsbronvermogens tijdens het ingalm- en het nagalmverschijnsel. Met de eerder gemaakte veronderstellingen zijn deze vermogens:

$$P_i(t) = A_o^2 [1 - \varepsilon^{-k't}]^2$$

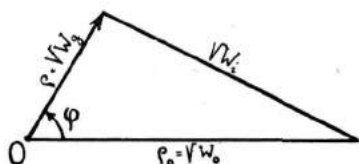
$$P_g(t) = A_o^2 \cdot \varepsilon^{-2k' \cdot t}.$$

Alleen voor het geval dat $k' = \infty$ (abrupt schakelen) zijn zoowel W_i en W_o als P_i en P_o complementair.

Denkt men zich twee identieke geluidsbronnen in de ruimte, op nageen dezelfde plaats opgesteld, waarvan de eerste wordt uitgeschakeld en tegelijkertijd de tweede volgens een complementaire functie wordt ingeschakeld dan blijft overal in de ruimte dezelfde toestand aanwezig. Ook de geluidsdruk op de plaats van de geluidsbron(nen) blijft gelijk, zoodat de vermogens van de geluidsbronnen nu, op een constante na, bepaald zijn door de sterkte van de desbetreffende geluidsbron op een bepaald moment ($A(t)$). Voor complementaire schakelfunctie's zijn dus, in dit fictieve geval, de geluidsbronvermogens steeds complementair.

Om de gemiddelde vorm van beide verschijnselen te onderzoeken stellen we: $\sqrt{W_g} = q$ en $\sqrt{W_o} = q_o$ en voeren de hoek φ in tusschen de stationnaire waarde van de ruimte-impedantie en die op een bepaald tijdstip tijdens de nagalm.

Veronderstellen we bovendien dat het gemiddelde kwadraat van de geluidsdruk over de ruimte steeds evenredig is met de acoustische energie, dan moet tijdens het nagalmverschijnsel meetkundig voldaan zijn aan de volgende figuur:



Men vindt dan:

$$q = q_o \sqrt{\frac{2k \cdot \varepsilon^{-2k't} - 2k' \cdot \varepsilon^{-2kt}}{2k - 2k'}}$$

$$q \cos \varphi = q_o \frac{2k \cdot \varepsilon^{-k't} - k' \cdot \varepsilon^{-2k \cdot t}}{2k - k'}$$

Voor de extreme gevallen dat $k' = \infty$ en $k' \rightarrow 0$ vindt men:

$$k' = \infty \begin{cases} q = q_o \cdot \varepsilon^{-k \cdot t} \\ q \cos \varphi = q_o \cdot \varepsilon^{-2kt} \\ q = q_o \cos \varphi \text{ (cirkel).} \end{cases} \quad k' \rightarrow 0 \begin{cases} q = q_o \cdot \varepsilon^{-k't} \\ q \cos \varphi = q_o \cdot \varepsilon^{-k't} \\ \cos \varphi = 1 \text{ (rechte lijn).} \end{cases}$$

Voor tusschenliggende waarden van k' is de juiste voorstelling minder eenvoudig na te gaan, doch de hoek φ varieert van 0 tot $\frac{\pi}{2}$, en de gemiddeld te verwachten kromme ligt in tusschen de krommen, welke bij de extreme waarden van k' worden doorlopen.

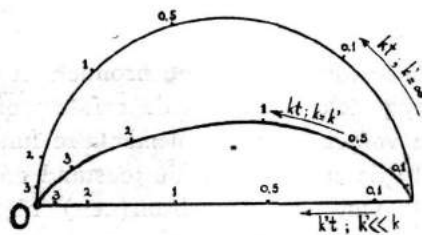


Fig. 33. Gemiddelde verloop van de polaire nagalmkromme bij verschillende schakeltijden van de geluidsbron.

In de bijgevoegde experimenteele ingalm- en nagalmkrommen is deze gemiddelde vorm te onderscheiden, terwijl de complementariteit steeds goed uitkomt (fig. 45).

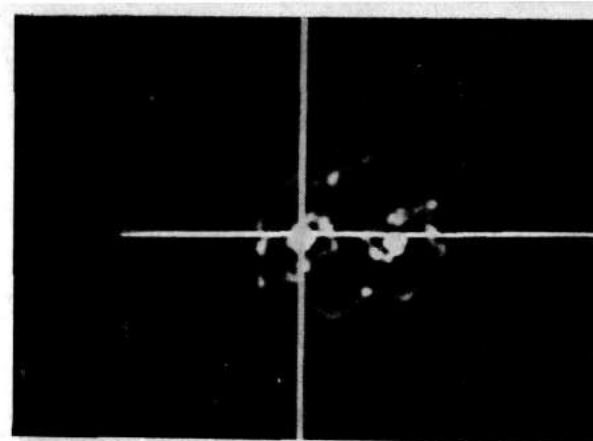
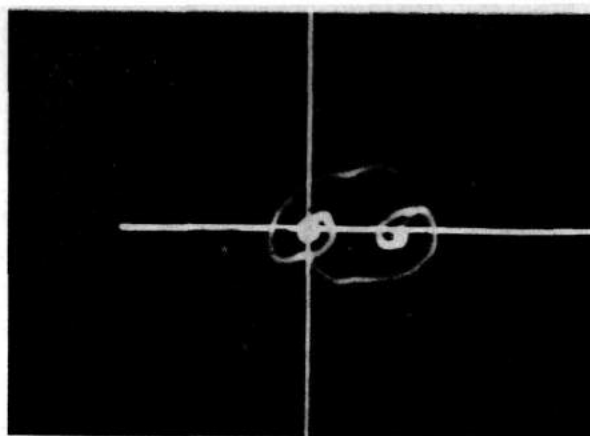


Fig. 45. Polaire ingalm en nagalmfiguren bij verschillende frequentie's en schakeltijden.
a) $\nu = 500$ Hz; $k \approx 1$; $k' = \text{resp. } 1 \text{ en } 2$.

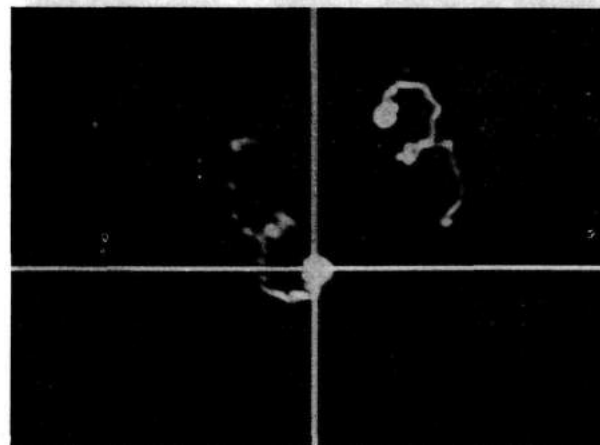
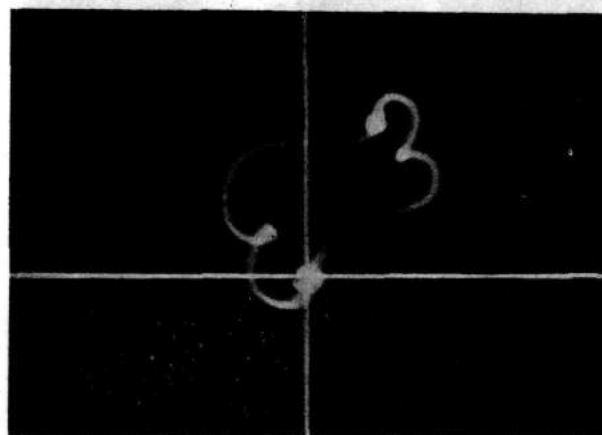


Fig. 45. b) $\nu = 600$ Hz; $k \approx 1$; $k' = \text{resp. } 1 \text{ en } 1,5$.



Fig. 45c.
 $\nu = 800$
 $k \approx 1,5$
 k' resp. 1 en 2.

HOOFDSTUK III.

§ 1. *Inleiding.*

Het nagalmverschijnsel van een ruimte, waarin naast absorptie door poreusiteit ook meetrillen van wandgedeelten en voorwerpen aanwezig is, kan een z.g. „double decay” van de geluidsdichtheid D gaan benutten, na het uitschakelen van de geluidsbron. Het trillend voorwerp zelf en de koppeling met de beschouwde ruimte spelen hierbij een belangrijke rol; wanneer de koppeling zeer hecht is, kan van de „double decay” weinig bespeurd worden, zoodat meetresultaten van nagalmtijden niet eenduidig een absorptiecoëfficiënt bepalen. Voor een ruimte kan op grond van de geldende differentiaal vergelijking een analoog electrisch schema worden aangegeven en hiermede kunnen sneller bepaalde verschijnselen worden begrepen; hierbij wordt afgezien van de plaatselijke grootheden, zoodat b.v. alleen een gemiddelde dichtheid hierin zijn analogon vindt. De electrische meetmethode van een impedantie geeft bovendien nog een corresponderende methode om acoustische grootheden te kunnen meten.

§ 2. *Theoretische beschouwing.*

Algemeen geldt dat het toegevoerde geluidsbronvermogen P gelijk is aan de verandering van de totale aanwezige energie, vermeerderd met de per sec. geabsorbeerde energie.

De totale energie bestaat uit de energie in de ruimte en de energie van de meetrillende voorwerpen. Gemiddeld is de eerste bijdrage het product van het volume V en de gem. dichtheid D_1 .

Noemen we m , s en r resp. de massa, stijfheid en weerstand per oppervlakte-eenheid van de trillende gedeelten (met totaal opp. O_t), dan is de energie hiervan gemiddeld:

$$\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} m \bar{v}^2 + \frac{1}{2} s \bar{u}^2 \right] \cdot O_t$$

waarin $\bar{u}$ en $\bar{v}$ resp. de uitwijkings- en snelheidsamplitude voorstellen.

De energiedichtheid D_2 bij het trillende oppervlak in de ruimte volgt uit:

$$D_2 = \frac{1}{2} \frac{\hat{p}_2^2}{\rho c^2} \quad (\hat{p}_2 = \text{maximum van de geluidsdruk ter plaatse}).$$

terwijl het verband tusschen $\hat{p}_2$ en $\bar{v}$ gegeven wordt door de mechanische impedantie per opp. eenheid $z = r + j \omega m + \frac{s}{j \omega}$

$$\bar{v} = \frac{\hat{p}_2}{|z|}.$$

Aldus wordt:

$$\hat{v}_2 = \frac{2 \varrho c^2}{|z|^2} D_2; \quad \hat{u}^2 = \frac{2 \varrho c^2}{\omega^2 |z|^2} D_2.$$

De energie, in de wanden aanwezig, wordt dus:

$$\int_{O_t} \frac{1}{2} \left[m + \frac{s}{\omega^2} \right] \frac{\varrho c^2}{|z|^2} D_2 dO.$$

De absorptie van geluid door poreuse werking is evenredig met het aantal botsingen per sec. en dus gelijk aan:

$$a D_1 \cdot V \frac{c}{4 V/O} = \frac{c A}{4} D_1$$

als a de gem. absorptiecoëfficiënt voorstelt en O de totale wandoppervlakte, terwijl A het totale aantal m^2 open raam aanduidt.

De absorptie van de meetrillende gedeelten is:

$$\int_{O_t} \frac{1}{2} r \hat{v}^2 dO$$

of na invoering van de dichtheid D_2 :

$$\int_{O_t} r \frac{\varrho c^2}{|z|^2} D_2 dO.$$

De vermogensbalans wordt zodoende:

$$P = \frac{d}{dt} \int_V D dV + \frac{c A}{4} D_1 + \frac{d}{dt} \int_{O_t} \frac{1}{2} \left[m + \frac{s}{\omega^2} \right] \frac{\varrho c^2}{|z|^2} D_2 dO + \int_{O_t} r \frac{\varrho c^2}{|z|^2} D_2 dO.$$

Veronderstellen we D_2 constant over het opp. O_t , dan kunnen we de derde en vierde term vereenvoudigen:

$$P = \frac{d}{dt} \int_V D dV + \frac{c A}{4} D_1 + \frac{d}{dt} (D_2 \cdot \Delta V) + \frac{c A_t}{4} D_2$$

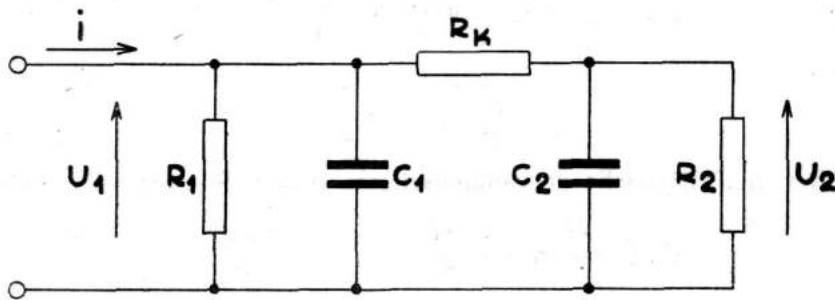
waarin:

$$\Delta V = \int_{O_t} \frac{1}{2} \left[m + \frac{s}{\omega^2} \right] \frac{\varrho c^2}{|z|^2} dO \text{ en } A_t = 4 \int_{O_t} r \frac{\varrho c}{|z|^2} dO.$$

Een verdere benadering van de eerste term geeft tenslotte:

$$P = V \frac{dD_1}{dt} + \frac{c A}{4} D_1 + \Delta V \frac{dD_2}{dt} + \frac{c A_t}{4} D_2.$$

Deze laatste vergelijking komt overeen met die tusschen stroom en spanning van de volgende impedantie:



en is gegeven door:

$$I = \frac{U_1}{R_1} + C_1 \frac{dU_1}{dt} + \frac{U_2}{R_2} + C_2 \frac{dU_2}{dt}.$$

De volgende grootheden corresponderen daardoor met elkaar:

$$\begin{array}{ll} I \longleftrightarrow P & \\ U_1 \longleftrightarrow D_1 & \frac{1}{R_1} \longleftrightarrow \frac{c A}{4} \\ U_2 \longleftrightarrow D_2 & \\ C_1 \longleftrightarrow V & \frac{1}{R_2} \longleftrightarrow \frac{c A_t}{4} \\ C_2 \longleftrightarrow \Delta V & \end{array}$$

Om het analogon van R_k te vinden, veronderstellen we C_2 (V) zeer groot; het trillende systeem bevindt zich in dat geval in de vrije ruimte en heeft dan een stralingsimpedantie z_{str} , die ten hoogste de waarde ρc zal hebben. Het uitschakelingverschijnsel van deze elektrische schakeling wordt

beheerscht door het product van C_2 en R_s ($\frac{1}{R_s} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_k}$), terwijl die van het mechanische systeem bepaald is door $\frac{m}{r + r_{str}}$ ($r_{str} = R \epsilon z_{str}$).

$$\frac{1}{C_2 R_s} = \frac{1}{C_2 R_2} + \frac{1}{C_2 R_k} \longleftrightarrow \frac{r_{str}}{m} + \frac{r}{m}$$

Voor frequentie's, die niet te veel van $\omega_r = \sqrt{\frac{s}{m}}$ verschillen, volgt uit

de vorige analogieën dat $\frac{1}{C_2 R_2} \longleftrightarrow \frac{r}{m}$ en dus:

$$\frac{1}{C_2 R_k} \longleftrightarrow \frac{r_{str}}{m}$$

In de omgeving van de resonantiefrequentie van het trillende systeem geldt daardoor:

$$\frac{1}{R_k} \longleftrightarrow \frac{qc^2}{r^2} O_t \cdot r_{str} = 4 \frac{qc}{r} O_t \cdot \frac{c}{4} \frac{r_{str}}{r} = \frac{cA_t}{4} \cdot \frac{r_{str}}{r}$$

zoodat:

$$\frac{R_2}{R_k} \longleftrightarrow \frac{r_{str}}{r}$$

Voor het elektrische vervangingscircuit gelden de twee vergelijkingen:

$$I = \frac{U_1}{R_1} + C_1 \frac{dU_2}{dt} + \frac{U_2}{R_2} + C_2 \frac{dU_2}{dt}$$

en

$$U_1 = C_2 R_k \frac{dU_2}{dt} + \left(1 + \frac{R_k}{R_2}\right) U_2.$$

Speciaal het gedrag van U_1 interesseert ons; eliminatie van U_2 en $\frac{dU_2}{dt}$ levert op:

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C_2 R_s} I &= C_1 \frac{d^2 U_1}{dt^2} + \frac{dU_1}{dt} \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_k} + \frac{1}{R_s} \frac{C_1}{C_2} \right] + \\ &\quad + U_1 \left[\frac{1}{R_2 R_k} + \frac{1}{R_1 R_s} \right] \frac{1}{C_2} \\ U_2 &= U_1 \left(1 + \frac{R_k}{R_1} \right) + C_1 R_k \frac{dU_1}{dt} - I R_k. \end{aligned}$$

Het niet aanwezig zijn van meetrillende materialen, dan wel een zeer losse koppeling tusschen de ruimte en het trillende systeem vereenvoudigt de bovenstaande vergelijkingen tot:

$$I = C_1 \frac{dU_1}{dt} + \frac{1}{R_1} U_1$$

$$U_2 = 0.$$

Een zeer vaste koppeling met de ruimte geeft aanleiding tot de vergelijkingen:

$$\begin{aligned} I &= (C_1 + C_2) \frac{dU_1}{dt} + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) U_1 \\ U_2 &= U_1 \end{aligned}$$

a) *Volkomen vaste koppeling.*

Het overgangsverschijnsel van het laatste limietgeval wordt gegeven door:

$$U_1 = U_{10} e^{-\frac{t}{C_1 + C_2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}$$

waarin U_{10} de beginspanning op de condensator C_1 voorstelt.

Een zelfde uitschakeltijd wordt verkregen door de capaciteit C_1 parallel te schakelen aan een weerstand R'_1 zoodat:

$$C_1 R'_1 = (C_1 + C_2) \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

Teruggaande naar het acoustische origineel, vinden we:

$$V \cdot \frac{4}{cA'} = \frac{V + \Delta V}{cA + cA'} \cdot 4$$

waarin A' de schijnbaar aanwezige m^2 open raam van het volume V voorstelt en gelijk kan worden gesteld aan $aO + a'_t \cdot O_t = A + A'_t$.

Beperken we ons tot het geval dat het trillende systeem in resonantie is, dan volgt hieruit:

$$A'_t = \frac{A_t \cdot V - A \cdot \Delta V}{V + \Delta V}$$

Hieruit is direct zichtbaar, dat het beschouwde geval aanleiding kan geven tot een vergrooting van de nagalmtijd, indien het trillende systeem aan bepaalde voorwaarden voldoet.

Invoering van de waarden voor ΔV en A_t geeft:

$$A'_t = \frac{\frac{4}{r} qcV - A \cdot \frac{m}{r^2} qc^2}{V + \frac{m}{r^2} \cdot qc^2 O_t} O_t$$

Stellen we $\frac{4V}{cA} = \frac{1}{2k}$ en $\frac{m}{r} = \frac{1}{2k_t}$ dan wordt deze relatie:

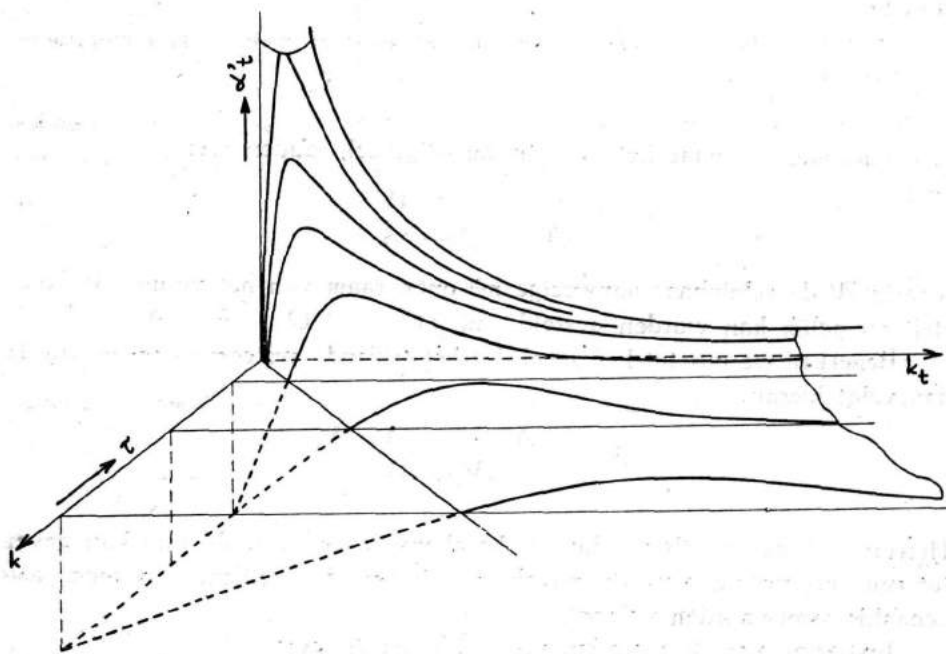
$$a'_t = 2 \frac{qc}{m} \frac{k_t - k}{k_t \left[k_t + 2 \frac{qc}{m} \frac{k}{k_t} \frac{O_t}{A} \right]}$$

Noemen we nog $2 \frac{qc}{m} = a$ en $\frac{2qc}{m} \frac{O_t}{A} = b$ dan wordt deze uitdrukking:

$$a'_t = a \frac{k_t - k}{k_t^2 + b k}$$

Voor alle waarden van a en b wordt de aequivalente absorptiecoëfficiënt nul indien $k_t = k$, hetgeen ook zonder meer duidelijk is. Varieëren we van het trillende materiaal slechts de grootheid r , dan blijven a en b constant: de grootheid a'_t doorloopt een maximum, dat bereikt wordt voor een bepaalde

waarde van k_t . Als functie van k_t en k stelt a'_t een oppervlak voor van den derden graad, voorgesteld in de volgende figuur.



De maximaal absorbeerende werking wordt verkregen indien $\frac{da'_t}{dk_t} = 0$; dit geeft:

$$k_t = k + \sqrt{k^2 + b k}$$

Meestal is de grootte b klein t.o.v. k , waarvoor O_t klein behoort te zijn t.o.v. A en tevens dat de massa per opp. eenheid niet te gering is, zoodat:

$$k_t \approx 2k.$$

De uittriltijd van het meetrillende materiaal zal dus ongeveer de helft behooren te zijn van die der ruimte, wil een zoo effectief mogelijke absorptie geschieden. De optredende aequivalente absorptie-coëfficiënt is dan:

$$\hat{a}'_t = \frac{a/2}{k + \sqrt{k^2 + b k}}.$$

Met eenzelfde benadering, als hierboven is toegepast, vinden we:

$$\hat{a}'_t \approx \frac{a}{4k} = \frac{qc}{2mk}.$$

Het blijkt dus, dat de grootheden m en r voor dit geval practisch bepaald zijn; de stijfheid s kan verder zoo gekozen worden dat de resonantie

frequentie de juiste waarde bezit. Een dunne houten lambrizeering kan dus gunstig absorbeeren, mits de vereischte weerstand in de inklemming is aangebracht.

Dit geschiedt echter veelal niet, zoodat hiervan meestal een negatieve absorptie-coëfficiënt te verwachten is.

b) Is de koppeling tusschen de ruimte en het trillende systeem minder hecht, dan wordt de oplossing van de hiervoor geldende vergelijking van den vorm:

$$U_1 = A \cdot \varepsilon^{-b_1 t} + B \varepsilon^{-b_2 t} + \text{een bijzondere oplossing}$$

Beschouwen we alleen het overgangsverschijnsel, dan wordt:

$$\frac{dU_1}{dt} = -b_1 A \varepsilon^{-b_1 t} - b_2 B \varepsilon^{-b_2 t}.$$

De dempingscoëfficiënten b_1 en b_2 volgens uit de differentiaalvergelijking:

$$b_{1,2} = \frac{1}{R_p C_1} + \frac{1}{R_s C_2} \pm \sqrt{\left[\frac{1}{R_p C_1} - \frac{1}{R_s C_2} \right]^2 + \frac{4}{R_k C_1 R_k C_2}}$$

waarin:

$$\frac{1}{R_s} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_k} \text{ en } \frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_k}.$$

Verwaarloozing van de laatste term onder het wortelteeken is gerechtigd, indien $\frac{1}{R_k} < \frac{1}{R_1}$ en $\frac{1}{R_p C_1} \neq \frac{1}{R_s C_2}$

$$b_1 \approx \frac{1}{R_p C_1} \text{ en } b_2 \approx \frac{1}{R_s C_2}$$

De integratie constanten A en B volgen uit de beginvoorwaarden, die voor het nagalmverschijnsel luiden:

$$t = 0; U_1 = \hat{U}_1; U_2 = \hat{U}_2 = \frac{\hat{U}_1 R_2}{R_k + R_2} \quad t \geq 0; \frac{dl}{dt} = 0.$$

De eerste voorwaarde geeft: $A + B = \hat{U}_1$, terwijl de tweede relatie oplevert:

$$\hat{U}_2 = \hat{U}_1 \frac{R_2}{R_k + R_2} = \hat{U}_1 \left(1 + \frac{R_k}{R_1} \right) - C_1 R_k [b_1 A + b_2 B]$$

Uit beide betrekkingen volgt dan:

$$A = \frac{-\hat{U}_1}{b_2 - b_1} \left[\frac{1}{R_1 C_1} - b_2 \right]; B = \frac{\hat{U}_1}{b_2 - b_1} \left[\frac{1}{R_1 C_1} - b_1 \right] \text{ waarin } \frac{1}{R_1} = \frac{R_1 + R_2 + R_k}{R_1 (R_2 + R_k)}.$$

Het nagalmverschijnsel van een ruimte met de hier veronderstelde eigenschappen zal dus beheerscht worden door een gemiddelde geluidsdichtheid, die voldoet aan de verg.:

$$\frac{U_1}{\hat{U}_1} = \frac{\frac{1}{R_1 C_1} - \frac{1}{R_s C_2}}{\frac{1}{R_p C_1} - \frac{1}{R_s C_2}} e^{-\frac{t}{R_p C_1}} + \frac{\frac{1}{R_p C_1} - \frac{1}{R_1 C_1}}{\frac{1}{R_p C_1} - \frac{1}{R_s C_2}} e^{-\frac{t}{R_s C_2}}$$

Deze uitdrukking beantwoordt aan een nagalmverschijnsel met „double decay”; voor een zwakke koppeling met de ruimte en groot verschil van de tijdsconstanten $R_1 C_1$ en $R_2 C_2$ laat zich de laatste uitdrukking wat vereenvoudigen:

$$\frac{U}{\hat{U}_1} \approx e^{-\frac{t}{R_1 C_1}} + \frac{R_2}{R_k} \frac{\frac{1}{R_k C_1}}{\frac{1}{R_1 C_1} - \frac{1}{R_2 C_2}} e^{-\frac{t}{R_2 C_2}}$$

Teruggaande naar de acoustische grootheden komt dit overeen met:

$$\frac{D}{\hat{D}_1} \approx e^{-2kt} + \left(\frac{r_{str}}{r}\right)^2 \frac{\frac{Q}{m} \frac{c^2}{V} \frac{O_t}{V}}{4 k_t (k - k_t)} e^{-2k_t t} \quad (k \gg k_t; r_{str} \ll r).$$

Is de grootheid $k_t \gg k$, dan is de invloed van het meetrillende systeem op het nagalmverschijnsel te verwaarloozen, aangezien dan de tweede term na korten tijd zeer klein wordt t.o.v. de eerste.

Kiest men $\frac{1}{R_p C_1} = \frac{1}{R_s C_2}$ dan worden de dempingsconstanten b_1 en b_2 :

$$b_{1,2} = \frac{1}{R_p C_1} \pm \frac{1}{R_k \sqrt{C_1 C_2}} = \frac{1}{R_p C_1} \pm \delta; \quad \left(\delta = \frac{R_p}{R_k} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} = \frac{R_s}{R_k} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \right)$$

en de oplossing der differentiaalverg.:

$$\frac{U}{\hat{U}_1} = \frac{\delta - \left(\frac{1}{R_p C_1} - \frac{1}{R_1 C_1} \right)}{2\delta} e^{-\left(\frac{1}{R_p C_1} + \delta \right)t} + \frac{\left(\frac{1}{R_p C_1} - \frac{1}{R_1 C_1} \right)}{2\delta} e^{-\left(\frac{1}{R_p C_1} - \delta \right)t} \quad (R_p C_1 = R_s C_2)$$

Wordt het product $R_1 C_1 = R_2 C_2$ genomen, dan worden de grootheden b_1 resp. b_2 :

$$b_1 = \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_k C_s}, \quad b_2 = \frac{1}{R_1 C_1} \left(\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

en de oplossing:

$$\frac{U_1}{\hat{U}_1} = \frac{\frac{1}{(R_2 + R_k) C_1}}{\frac{1}{R_k C_s}} e^{-\left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_k C_s} \right)t} + \frac{\frac{1}{R_k C_s} - \frac{1}{(R_2 + R_k) C_1}}{\frac{1}{R_k C_s}} e^{-\frac{t}{R_1 C_1}} \quad (R_1 C_1 = R_2 C_2)$$

Een zwakke koppeling met de ruimte kan dus geen belangrijke verkorting van de nagalmtijd opleveren, wel een meestal hinderlijk naklinken van een meetrillend materiaal, zoodat steeds de materialen die als absorbeerende stof zijn aangebracht zoo goed mogelijk met de ruimte in contact behooren te staan.

De eigendemping k_t moet ongeveer gelijk aan $2k$ worden gekozen en de massa per opp.-eenheid m , klein worden genomen.

Opmerking:

Het verschijnsel van de „double decay” behoeft niet steeds een aanwijzing te zijn voor het aanwezig zijn van meetrillende materialen; ook de variatie van de diverse groepen eigenfrequenties, zooals in Hoofdstuk II besproken, kunnen dit verschijnsel veroorzaken. Dit is in nog grootere mate het geval indien het absorptiemateriaal niet gelijkmatig is aangebracht.

§ 3. *Het bepalen van de nagalmtijd met vermogensmodulatie.*

Het vervangingsschema van een ruimte, zonder meetrillende voorwerpen, dat door een elektrische parallelschakeling van een capaciteit en een weerstand wordt voorgesteld, geeft aanleiding ertoe, om een gebruikelijke methode voor de meting van een impedantie ook toe te passen voor acoustische metingen. In het elektrische geval geeft het quotiënt van de toegevoerde stationnaire stroom en de hierdoor verkregen spanning, met de frequentie als parameter, een volledig inzicht in de schakeling. Aangezien de stroom I correspondeert met het geluidsbronvermogen, moeten we hiertoe dit vermogen met een bepaalde frequentie doen veranderen.

Technisch is het slechts mogelijk om dit vermogen te moduleeren in een betrekkelijk langzaam rythme, hetgeen electrisch overeenkomt met de superpositie van een gelijkstroom en een wisselstroom. De stationnaire toestand, die in beide gevallen ontstaat is dan eveneens de superpositie van een gelijkspanning (constante dichtheid) en een langzaamfrequente wisselspanning (wisselende dichtheid). Wordt de modulatie diepte van het vermogen 100 % gekozen (dus de wisselstroomamplitude gelijk aan de gelijkstroomwaarde in het elektrische geval), dan zal de gem. dichtheid in de ruimte minder dan 100 % gemoduleerd zijn.

§ 4. *Berekeningen van de modulatie diepte van de dichtheid.*

Voor het elektrische vervangingsschema geldt:

$$I = I_0 + I_0 \cos \mu t = \frac{U_0}{R} + \frac{\hat{U}}{|Z|} \cos (\mu t - \varphi)$$

waarin

μ = langzaam-frequente cirkelfrequentie.

$|Z|$ = modulus van de impedantie.

φ = hoek van phaseverschuiving.

De modulatie-diepte m' wordt gegeven door:

$$m' = \frac{\hat{U}}{U_0} = \frac{|Z|}{R} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\mu RC)^2}}$$

of in het acoustische origineel is de modulatie-diepte van de gemiddelde dichtheid:

$$m' = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu \tau}{13,8}\right)^2}}$$

De phasehoek φ is gegeven door $\operatorname{tg} \varphi = \mu RC$ of $\frac{\mu \tau}{13,8}$.

Is de grootheid μ bekend en constant, dan levert de meting van m' direct een bepaling van de nagalmtijd τ op. De groote voordeelen van deze methode zijn wel, dat de meting van de modulatie-diepte nauwkeurig kan geschieden, en dat de nagalmtijd continue kan worden afgelezen.

Het verband tusschen m' en τ wordt voorgesteld door fig. no. 46.

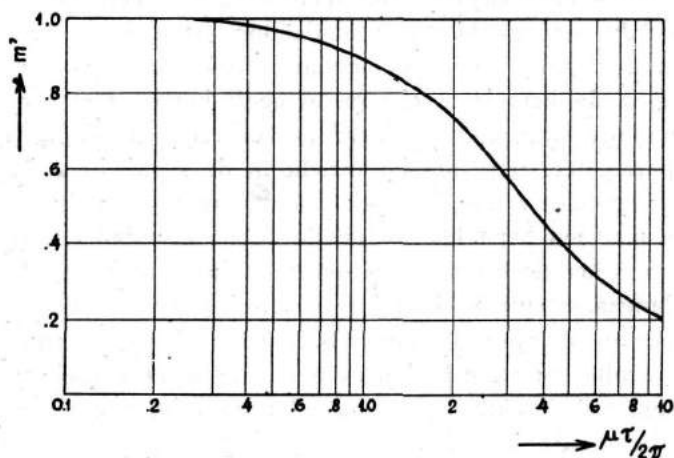


Fig. 46. Verband tusschen de dichtheidsmodulatie en het product $\mu \tau$.

§ 5. Berekening en meting van de gemiddelde dichtheid.

Meet men slechts op één plaats in het indirecte veld van de ruimte de geluidsdruk dan doen zich hiermee verschillende eigenaardigheden voor. Zooals in Hoofdstuk II is aangegeven, is de geluidsdruk op een bepaalde plaats in de ruimte voor te stellen door een sommatie van de verschillende partiële geluidsdrukken, afkomstig van de corresponderende partiële geluidsbronnen.

$$p = \sum_1^n p_n = \varepsilon^j t \sum_1^n \frac{A \left(t - \frac{r_n}{c} \right) \cdot \frac{a_n}{2} \lg (1 - a) - j \left(\omega \frac{r_n}{c} - 1 \cdot a_n \right)}{r_n} \varepsilon$$

De letteraanduidingen zijn dezelfde als in Hoofdstuk II aangenomen:

ω = cirkelfrequentie v. d. geluidsbron.

r_n = afstand tot n^{de} spiegelbeeld.

a_n = aantal wandbotsingen.

α = absorptiecoëfficiënt v. h. wandmateriaal.

Δ = phasesprong bij reflectie.

$A(t)$ = schakelfunctie van de geluidsbron.

De schakelfunctie $A(t)$ heeft in het nu beschouwde geval den vorm:

$$A(t) = 2\hat{A} \cos \frac{\mu}{2} t$$

en het uitgestraald vermogen is:

$$P(t) = P \left[\frac{1 + \cos \mu t}{2} \right].$$

De spanning aan de luidspreker U_L bestaat uit twee, in serie geschakelde enkelvoudige wisselspanningen met de frequenties ω_1 en ω_2 , die zwingen vertoonen met de frequentie $\mu = \omega_1 - \omega_2$.

$$U_L = 2\hat{U}_L \cos \frac{\mu}{2} t \cos \omega t = U_L [\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t]; \quad \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} = \omega; \quad \omega_1 - \omega_2 = \mu$$

Met de reële schrijfwijze wordt de n^{de} geluidsdrukbijdrage:

$$p_n = 2\hat{A} \cos \frac{\mu}{2} \left(t - \frac{r_n}{c} \right) \cos \left[\omega \left(t - \frac{r_n}{c} \right) + \Delta \cdot a_n \right] \frac{\varepsilon^{\frac{a_n}{2} \lg (1-a)}}{r_n}$$

en met de complexe schrijfwijze:

$$p_n = \frac{\hat{A}}{r_n} \left[\varepsilon^{j \left[\omega_1 \left(t - \frac{r_n}{c} \right) + \Delta \cdot a_n \right]} + \varepsilon^{j \left[\omega_2 \left(t - \frac{r_n}{c} \right) + \Delta \cdot a_n \right]} \right] \varepsilon^{\frac{a_n}{2} \lg (1-a)}$$

De geluidsdruk wordt aldus:

$$p = \sum_1^\infty p_n = \varepsilon^{j \omega_1 t} \sum_1^\infty \frac{\hat{A}}{r_n} \varepsilon^{-s_1(\omega_1) r_n} + \varepsilon^{j \omega_2 t} \sum_1^\infty \frac{\hat{A}}{r_n} \varepsilon^{-s_n(\omega_2) r_n} = \sum_1^\infty p_n(\omega_1) + \sum_1^\infty p_n(\omega_2)$$

waarin:

$$s_n(\omega) = x_n + j y_n = -\frac{a_n}{2 r_n} \lg (1-a) + j \left(\frac{\omega}{c} - \frac{\Delta \cdot a_n}{r_n} \right)$$

Verschillen ω_1 en ω_2 zeer weinig, dan zijn beide sommatie's practisch gelijk en wordt p :

$$p \approx \hat{p} [\varepsilon^{j \omega_1 t} + \varepsilon^{j \omega_2 t}] \quad . \quad . \quad . \quad (\omega_1 \approx \omega_2).$$

Op iedere plaats in de ruimte ontstaat dan een zweavingsverschijnsel, gelijk aan dat van de luidsprekerspanning. De dichtheid, die bepaald wordt door $|p|^2$ is zoowel plaatselijk als gemiddeld, evenals het toegevoerde vermogen 100 % gemoduleerd.

Is het frequentieverschil $\omega_1 - \omega_2$ niet te verwaarloozen, dan kunnen de amplitude's van de frequenties ω_1 en ω_2 sterk gaan verschillen op een bepaalde meetplaats; dit is geheel duidelijk in verband met het polaire diagram van de ruimte-impedantie, zooals in Hoofdstuk II beschreven; in een frequentie-interval van $\approx \frac{10}{\tau}$ Hz verandert de phasehoek van p reeds 2π radialen, terwijl de amplitude hierbij sterk kan variëren.

Middelt men het kwadraat van de modulus over een groot tijdsinterval en over de ruimte dan kan men schrijven:

$$|p|^2_{gem} = \sum_1^\infty |p_n|^2 = \sum_1^\infty |p_n(\omega_1)|^2 + \sum_1^\infty |p_n(\omega_2)|^2$$

Omzetting van de sommatie's in integratie's levert:

$$|p|^2_{gem} = \frac{4\pi \hat{A}^2}{V} \int_0^\infty e^{-\frac{O \lg(1-a)}{4V} r} dr + \frac{4\pi \hat{A}^2}{V} \int_0^\infty e^{-\frac{O \lg(1-a)}{4V} r} dr = 2 \cdot \frac{4\pi \hat{A}^2}{V} - \frac{4V}{O \lg(1-a)}$$

De gemiddelde dichtheid wordt:

$$D_{gem} = \frac{1}{2} \frac{|p|^2}{\rho c^2} = \frac{4\pi \hat{A}^2}{V \cdot \rho c} - \frac{4V}{c O \lg(1-a)} = 2 \frac{2\pi \hat{A}^2}{\rho c} \frac{1}{V - c O \lg(1-a)}$$

Middelt men het toegevoerde vermogen eveneens over een groot tijdsinterval, dan wordt:

$$P_{gem} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\hat{P}(1 + \cos \mu t)}{2} dt = \frac{\hat{P}}{2}$$

Het verband tusschen $\hat{P}$ en $\hat{A}$ wordt gegeven, indien $\mu = 0$ wordt gesteld, en p resp. v (snelheid) op groote afstand van de geluidsbron in de vrije ruimte wordt berekend.

$$\hat{P} = \frac{8\pi}{\rho c} \hat{A}^2.$$

Uit de beide gemiddelde waarden voor D en P volgt de bekende relatie:

$$D_{gem} = \frac{P_{gem}}{13,8} \frac{\tau}{V}$$

overeenkomende met de wet van Ohm, toegepast op het vervangingsschema voor de gelijkstroom component:

$$U_o = I_o R \quad \left(R \longleftrightarrow \frac{4}{c A} = \frac{\tau}{13,8 V} \right)$$

Interesseert ons het verloop van de dichtheid gedurende de zweevings-tijd, dan moet in een korter tijdsinterval de modulus van p worden berekend.

De amplitude van de n^{de} geluidsdrubbijdrage is op een zeker tijdstip gegeven door:

$$|p_n|(t) = 2\hat{A} \left| \cos \frac{\mu}{2} \left(t - \frac{r_n}{c} \right) \right| \frac{\varepsilon^{\frac{a_n}{2} \lg(1-a)}}{r_n}$$

zoodat de gemiddelde waarde van het kwadraat dier modulus over de ruimte in een klein tijdsinterval gegeven is door:

$$|p|^2_{gem}(t) = \sum_1^\infty |p_n|^2(t) = \sum_1^\infty 4\hat{A}^2 \cos^2 \frac{\mu}{2} \left(t - \frac{r_n}{c} \right) \frac{\varepsilon^{\frac{a_n}{2} \lg(1-a)}}{r_n^2}$$

Overgaande naar de integraalvorm:

$$|p|^2_{gem}(t) = 4\hat{A}^2 \int_0^\infty 4\pi \cos^2 \frac{\mu}{2} \left(t - \frac{r}{c} \right) \frac{\varepsilon^{\frac{O \lg(1-a)}{4V} r}}{V} dr = 8\pi \frac{\hat{A}^2}{V} \left[\int_0^\infty \varepsilon^{\frac{O \lg(1-a)}{4V} r} dr + \int_0^\infty \cos \mu \left(t - \frac{r}{c} \right) \varepsilon^{\frac{O \lg(1-a)}{4V} r} dr \right]$$

De laatste integraal kan worden geschreven als:

$$\operatorname{Re} \int_0^\infty \varepsilon^{j\mu \left(t - \frac{r}{c} \right) + \frac{O \lg(1-a)}{4V} r} dr$$

zoodat:

$$|p|^2_{gem}(t) = 2 \cdot \frac{4\pi \hat{A}^2}{V} \frac{4V}{O \lg(1-a)} \left[1 + \frac{\cos(\mu t - \varphi)}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu \tau}{13.8} \right)^2}} \right] \text{ waarin } \operatorname{tg} \varphi = \frac{\mu \tau}{13.8}$$

De dichtheid, gemiddeld door de ruimte, gedurende de modulatie-periode verloopt dus als:

$$D_{gem}(t) = D_{gem} \left[1 + \frac{\cos(\mu t - \varphi)}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu \tau}{13.8} \right)^2}} \right]$$

De modulatie-diepte m' wordt ook langs deze gevolgde weg gevonden als:

$$m' = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu \tau}{13.8} \right)^2}}$$

Het vermogen op een bepaalde tijd is gegeven door $P(t) = P_{gem} [1 + \cos \mu t]$, zoodat de acoustische „wetten van Ohm” voor een ruimte zijn:

$$D_{gem} = P_{gem} \cdot R \quad \text{en} \quad \bar{D} = \bar{P} \cdot \bar{Z} \quad \text{waarin}$$

$$R = \frac{\tau}{13,8V} = \frac{4}{cA} \quad \text{en} \quad \bar{Z} = \frac{R}{1 + j\mu RV} = \frac{\frac{\tau}{13,8V}}{1 + j \frac{\mu\tau}{13,8}}$$

Experimenteel komt de meting van de nagalmtijd met de boven beschreven methode neer op het toevoeren van twee in serie staande wisselspanningen, waarvan het frequentieverschil μ bedraagt, aan de luidsprekerklemmen; de amplitude's behooren gelijk te zijn.

Op verschillende punten in de ruimte behoort men verder het kwadraat van de modulus van p en v te bepalen, en hiervan het gemiddelde met den tijd te bepalen. Bepaald men het gemiddelde van de modulus van p (hetgeen practisch nauwkeuriger kan geschieden) dan zal men hiervoor kunnen verwachten:

$$|p|_{gem}(t) = |p|_{gem} \cdot \sqrt{1 + m' \cos(\mu t - \varphi)}$$

Stelt γ de verhouding voor van de max. en minimale waarde van $|p|_{gem}(t)$ dan vindt men m' uit de betrekking:

$$m' = \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2 + 1}$$

Iedere, in de ruimte opgestelde microfoon, behoort apart versterkt en gelijkgericht te worden, waarna middeling van de gelijkspanningen kan volgen.

De tijdsconstante van de gelijkrichterschakeling moet zoodanig gekozen worden, dat de modulatiefrequentie μ geheel kan worden gevolgd.

Op een kathodestraalbuis kan tenslotte de meting van de groothed γ plaats vinden.

Deze schakeling levert intusschen ook een regelmatigere nagalmspanning op voor zuivere toonen; de registratie van deze gelijkspanning met de „Neumann” schrijver werd door een kleine wijziging in de schakeling mogelijk gemaakt.

Bijzonderheden, die zich voordoen met de geluidsdruk op een bepaalde plaats.

Met de in § 5 aangegeven wijze, waarbij het geluidsbronvermogen wordt gemoduleerd, wordt de geluidsdruk op de plaats x, y, z :

$$p = \varepsilon \int_0^\infty \frac{t}{1} \sum_n \frac{\hat{A}}{r_n} \varepsilon^{-s_n(\omega_1) r_n} + \varepsilon \int_0^\infty \frac{t}{2} \sum_n \frac{\hat{A}}{r_n} \varepsilon^{-s_n(\omega_2) r_n}$$

De sommatie $z = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\hat{A}}{r_n} e^{-s_n(\omega) r_n}$ als functie van ω stelt de ruimte-impedantie voor. Houdt men b.v. ω_1 constant en noemt men $\mu = \Delta\omega$ dan is de gemiddelde phaseverschuiving van z gegeven door:

$$\frac{\Delta\varphi}{\Delta\omega} = - \frac{r_{avg}}{c} = - \frac{\tau}{13,8} \sqrt{2} \quad (\text{zie Hfst. II}).$$

Idealiseert men z als een cirkel om de oorsprong, dan zou de geluidsdruk, onafh. van μ , steeds een volledige zweving vertoonen. Was dat overal vervuld, en was tevens de „hoeksnelheid” $\frac{\Delta\varphi}{\Delta\omega}$ overal dezelfde, dan zou de gem. dichtheid, onafh. van μ , 100 % gemoduleerd zijn; dit doet zich b.v. wel voor in de vrije ruimte op een constante afstand van de beschouwde puntvormige geluidsbron. Juist de afwijkingen van de grootheid z van de cirkel, zoowel wat hoeksnelheid $\frac{d\varphi}{d\omega}$, als amplitude betreft, maken het mogelijk dat de gem. dichtheid niet 100 % gemoduleerd is; aldus levert deze afwijking van de geschematiseerde voorstelling eveneens een methode ter bepaling van de nagalmtijd.

De hoeksnelheid $\frac{\Delta\varphi}{\Delta\omega}$ correspondeert intusschen goed met de in § 4 en § 5 gevonden waarde: $\text{tg } \varphi = \frac{\mu\tau}{13,8}$; $\frac{\Delta\varphi}{\mu} \approx \frac{\tau}{13,8}$

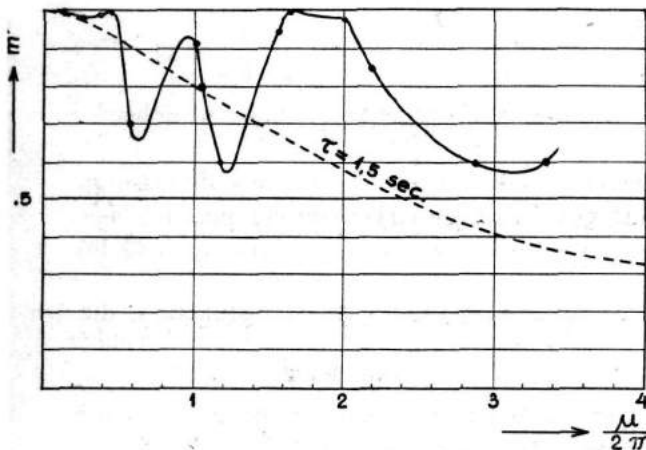


Fig. 47a.

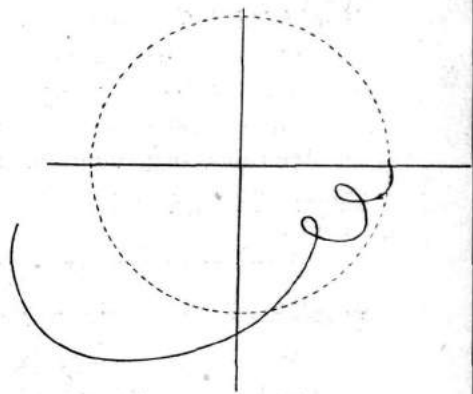


Fig. 47b.

- Practische meting van de plaatselijke dichtheidsmodulatie als functie van de zwevings-frequentie (gestippeld: de berekende gem. dichtheidsmodulatie; $\tau = 1,5$ sec).
- De bijbehorende ruimte-impedantie.

Een meting van p en z op een enkele meetplaats alsmede de bepaling van τ leverde resultaten op, zooals in fig. no. 47 zijn vermeld.

Het inzicht van het polaire diagram van een acoustische ruimte wordt eveneens verduidelijkt indien we het verband tusschen het reële- en imaginaire gedeelte hiervan nagaan. Geeft men de geluidsbron een snelheid overeenkomende met de impulsfunctie $\delta(t)$, die alleen een waarde heeft voor $t = 0$, en waarvoor geldt:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$$

dan is de geluidsdruk $p(t)$ op een bepaalde plaats gegeven door de z.g. nawerkingsfunctie $n(t)$. Noemen we de ruimteimpedantie $z = \xi - j\eta$ dan laten zich de volgende vergelijkingen afleiden:*

$$\xi(\omega) = \int_0^{\infty} n(t) \cos \omega t dt \quad ; \quad \eta(\omega) = \int_0^{\infty} n(t) \sin \omega t dt.$$

alsmede:

$$\xi(\omega) - \xi(\infty) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{x \eta(\omega)}{x^2 - \omega^2} dx \quad ; \quad \eta(\omega) = -\frac{2}{\pi} \omega \int_0^{\infty} \frac{\xi(x) - \xi(\infty)}{x^2 - \omega^2} dx$$

Voor het geval van een puntvormige geluidsstraler in de vrije ruimte heeft $n(t)$ weer de gedaante van een impulsfunctie, die alleen op het tijdstip $t = \frac{r_1}{c}$ van nul verschilt, en waarvoor geldt:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} n(t) dt = \frac{\hat{A}}{r_1} \quad ; \quad n(t) = \frac{\hat{A}}{r_1} \delta\left(t - \frac{r_1}{c}\right)$$

We vinden dan:

$$\xi(\omega) = \frac{\hat{A}}{r_1} \cos \omega \frac{r_1}{c} \quad \text{en} \quad \eta(\omega) = \frac{\hat{A}}{r_1} \sin \omega \frac{r_1}{c}$$

De ruimte-impedantie is in dit geval dus een cirkel met een straal $= \frac{\hat{A}}{r_1}$ hetgeen verwacht werd.

In een ruimte echter, staat de functie $n(t)$ uit vele impulsfunctie's, die de impuls geven op het moment $t = \frac{r_n}{c}$ en waarvoor geldt:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} n_n\left(t - \frac{r_n}{c}\right) dt = \frac{\hat{A}}{r_n} e^{\frac{a_n}{2} \lg(1-\alpha)} \quad ; \quad n(t) = \sum_1^{\infty} \delta\left(t - \frac{r_n}{c}\right) \frac{\hat{A}}{r_n} e^{\frac{a_n}{2} \lg(1-\alpha)}$$

*) H. A. Kramers, Atti Congr. dei Fisici, Como (1927), 545.
R. Kronig, Diëlectr. en magnetische verliezen, Symp. Utrecht Mei 1942.

aldus wordt:

$$\xi(\omega) = \hat{A} \sum_1^{\infty} \frac{\varepsilon^{\frac{a_n}{2} \lg(1-a)}}{r_n} \cos \omega \frac{r_n}{c}; \quad \eta(\omega) = \hat{A} \sum_1^{\infty} \frac{\varepsilon^{\frac{a_n}{2} \lg(1-a)}}{r_n} \sin \omega \frac{r_n}{c}$$

Beide uitdrukkingen komen overeen met de uitdrukking voor $z(\omega)$.

Benaderen we $n(t)$ door een continue functie:

$$n(t) \approx \hat{A} \cdot \varepsilon^{-2kt}$$

dan wordt:

$$\xi(\omega) = \hat{A} \int_0^{\infty} \varepsilon^{-2kt} \cos \omega t dt \text{ en } \eta(\omega) = \hat{A} \int_0^{\infty} \varepsilon^{-2kt} \sin \omega t dt.$$

hetgeen geeft:

$$\xi(\omega) = \hat{A} \frac{2k}{\omega^2 + 4k^2} \text{ en } \eta(\omega) = \hat{A} \frac{\omega}{\omega^2 + 4k^2}$$

waaruit zou volgen:

$$z(\omega) = \frac{\hat{A}}{2k + j\omega}$$

Ook deze uitdrukking karakteriseert in geen deele de ruimteimpedantie, evenmin als de uitdrukking, verkregen in Hoofdstuk II pag. 80.

Indien men de functie $n(t)$ benadert door een enkelvoudige impulsfunctie $\delta\left(t - \frac{r_{aeq}}{c}\right)$ wordt de ruimte-impedantie een cirkel, waarvoor geldt:

$$z = |z| \cdot \varepsilon^{-j\omega \frac{r_{aeq}}{c}}$$

SUMMARY.

✓ In the first chapter a special method is given for measuring the acoustic impedance of a material. Sound pressure and sound velocity near the surface of the material are to be measured with a pressure microphone and a so called „anti-cone“ of the sound source. A special apparatus has been developed to transform small capacity-variations into electrical tensions, suitable for the condensor microphone as well as the velocity measuring equipment.

It was also possible to represent the acoustic impedance of the material under test as a visible point (or contour when varying the frequency) on the screen of a cathode ray tube. A so called „synchronous impuls generator“ was necessary for the technical method mentioned above.

The latter apparatus is valuable to show any electrical or mechanical impedance including the phase-shift, as a function of the frequency on the screen of cathode ray tube.

Results are given of the acoustic impedance of some materials and compared with the values given by the acoustic-interferometer method.

✓ The second chapter gives a method for a more exact determination of the time of reverberation of a „live room“; the average density of sound has been equalled all over the room by using a rustle sound source. By means of a selective amplifier it was possible to give the rustle sound source any prescribed band- width and average frequency, thus fixing the normal modes that should be taken into account.

It is shown that this number of normal modes should not decrease below 16. Even then there is by lower frequencies, an increase in reverberation time due to fact that the relative number of modes coupled with only two or four walls is increasing, and these have fundamentally a larger time of decay.

A formula is given for the reverberation time at low frequencies necessary to determine the average absorption factor of the wall material; a correction is also given for the case the sound source is not immediately switched of and in case the microphone circuit contains a delaying element.

The last part of this chapter deals with the so called „room impedance“; the quotient of sound pressure at some point in the room and the volume displacement per second of the sound source. As appears from experiment the room impedance, when varying the frequency, runs through almost a circle, and the mean rotation velocity is related to the reverberation time. In addition the complementarity of decaying and growing sound pressure is shown experimentally.

Chapter III involves some discussions on the absorbing properties of vibrating objects or wall constructions.

The vibration of wall material produces an apparant volume enlargement and an increase of the absorbing power, thus giving a positive or negative absorbing coefficient to the mentioned material, dependant on circumstances.

The aequivalent electric circuit, used for the calculation of the latter results, leads to a new method to measure the reverberation time. The sound source power is modulated over 100 % by a low frequency and the percentage modulation of the mean sound density in the room is determined by the reverberation time; a difficulty is the determination off the *mean* density; several pressure- and velocity microphone" each provided with a rectifier circuit are nessecary.

STELLINGEN.

I.

Het verdient aanbeveling om voor de getijde-problemen van rivieren elektrische vervangingsschema's te ontwikkelen.

II.

De moeilijkheden in verband met de radio-omroep in Nederland spruiten voort uit een kortzichtigheid van de regeering van omstreeks 1922; de omroep werd niet als nationaal belangrijk aangezien.

III.

De door J. HAANTJES aangevoerde noodzakelijkheid om voor een versterkerschakeling naast de amplitude-karakteristiek ook de phase-karakteristiek te bepalen, is in principe overbodig.

J Haantjes, Ph. Techn. Tijdschr. 6(1941) No. 7

IV.

Het verwezenlijken van twee volledig identieke weergave-kanalen voor stereofonie is practisch niet uitvoerbaar.

Diss. de Boer, (Delft).

V.

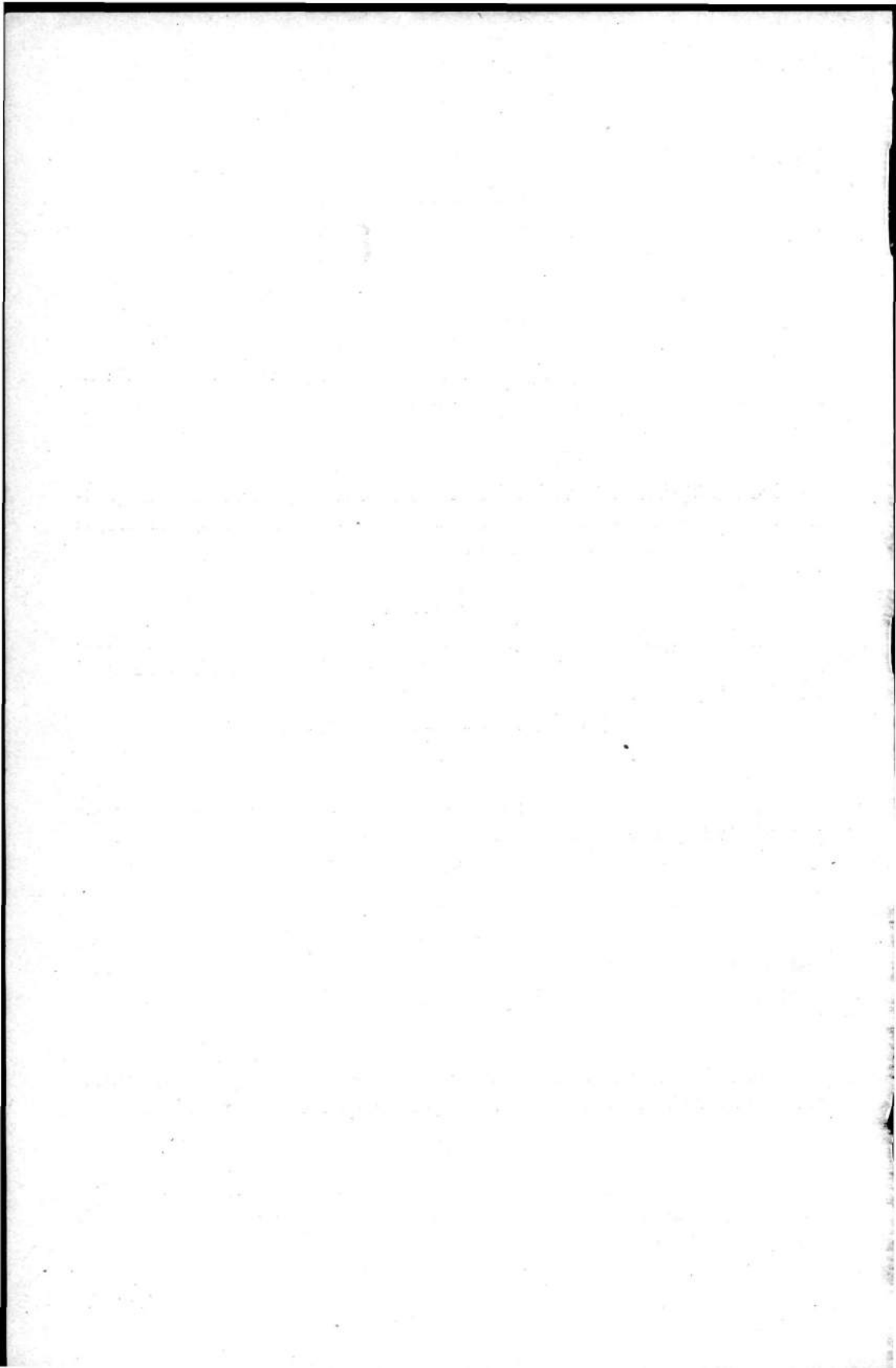
Een goede gehoordrempel-meetinrichting behoort tot het noodzakelijke instrumentarium van een oorarts. Onderwijs van electro-acoustiek aan dergelijke specialisten zal dit beter wettigen.

VI.

De techniek van klokkengieten behoeft een aanpassing aan de tegenwoordige ontwikkeling van de metallographie en electro-acoustiek.

VII.

De gewenschte nagalmtijd als functie van de frequentie voor studio-ruimten blijkt afhankelijk van de aard der muziek, haar ontwikkeling en de weergave-techniek.



VIII.

De meting van de acoustische impedantie van een materiaal met een interferometer met verschuifbare microfoon geeft vele moeilijkheden en meetfouten.

IX.

Het verdient aanbeveling om voor demodulatie van frequentie gemoduleerde zenders de toepassing van een mengluik van het type AK2 te overwegen.

X.

De aanduiding „snelheids“-microfoon voor een gradiënt microfoon werkt thans verwarrend; dit houdt verband met de ontwikkeling van de microfoon type's.
