

THEORIE VAN DE WISSELSTROOMBEL

7/6 149.

THEORIE VAN DE WISSELSTROOMBEL

PROEFSCHRIFT

TER VERKRIJGING VAN DE GRAAD VAN DOCTOR IN DE TECHNISCHE
WETENSCHAP AAN DE TECHNISCHE HOGESCHOOL TE DELFT, OP GEZAG
VAN DE RECTOR MAGNIFICUS DR. IR. C. B. BIEZENO, HOOGLERAAR IN
DE AFDELING DER WERKTUIGBOUWKUNDE, SCHEEPSBOUWKUNDE EN
VLIEGTUIGBOUWKUNDE, VOOR EEN COMMISSIE UIT DE SENAAT TE VER-
DEDIGEN OP WOENSDAG 25 MEI 1949 DES NAMIDDAGS TE 4 UUR DOOR

H E N D R I K M O L

ELECTROTECHNISCH INGENIEUR

GEBOREN TE ROTTERDAM



W12 E 49

DIT PROEFSCHRIFT IS GOEDGEKEURD
DOOR DE PROMOTOR PROF. DR. IR. W. TH. BÄHLER

Aan mijn Ouders
Aan mijn Vrouw
Aan Ir W. H. van Zoest

H O O F D S T U K 1

I N L E I D I N G

De eigenlijke aanleiding tot deze studie van de wisselstroombel was een klacht, die inhield, dat de bel van een bepaald telefoontoestel niet voldoende in het gehele huis hoorbaar was.

Het bleek, dat men een dergelijke eis aan geen enkel telefoontoestel mag stellen, omdat dan in het vertrek, waar het toestel is opgesteld, een zeer storende luidheid zal ontstaan. Men kan het beste op een gang, trapportaal e.d. een tweede bel aanbrengen en de oplossing vinden in distributie van geluid in plaats van in versterking van de oorspronkelijke geluidsbron.

Hiermede zou dus deze zaak zijn afgedaan, indien niet technische nieuwsgierigheid ons had bewogen wat dieper door te dringen in de werking van de wisselstroombel. Een en ander niet zo zeer met het doel deze principieel te verbeteren (hiertoe is n.l. weinig aanleiding) dan wel om te bewijzen, dat een eenvoudig massaproduct als de wisselstroombel een aantal problemen herbergt, die een breed gebied van de techniek bestrijken. Jammer genoeg lenen al deze problemen zich niet tot een volkomen exacte behandeling, doch het schenkt toch voldoening de problemen als zodanig te signaleren en door het invoeren van vereenvoudigingen te trachten door te dringen tot het wezen der dingen. Het op die wijze verworven inzicht kan dan later worden gebruikt als springplank, indien te zijner tijd behoefte bestaat nader op bepaalde details in te gaan, die in dit proefschrift onvoldoende werden belicht.

In dit proefschrift is in de eerste plaats gestreefd naar het verkrijgen van inzicht en dit aan het experiment te toetsen, zonder evenwel te diep in numerieke details af te dalen. Het geheel is geenszins een gebruiksaanwijzing tot het vervaardigen van een wisselstroombel met ideale eigenschappen: men zal er geen enkel octrooi in aantreffen. Het vervaardigen van de ideale bel worde aan de industrie overgelaten.

De huidige telefoonbel is historisch ontstaan als gelijkstroombel en werd toen wekker genoemd, omdat zij gebruikt werd om het bedienende personeel op afgelegen telegraafposten te doen ontwaken. Naarmate grotere afstanden moesten worden overbrugd was men verplicht voor het bellen hogere gelijkspanningen te produceren, hetgeen in die tijd bezwaren opleverde. Ook verstond men nog niet voldoende de kunst om de wikkeling van de bel aan een lange lijn aan te passen.

De wisselstroombel, een modificatie van het telegraafrelais van W e r n e r v o n S i e m e n s, verschaftte een veel grotere reikwijdte. Als bekrachtigingsbron voor het bellen voorzag men elk telefoontoestel van een magneto-dynamo, die een nullastspanning van 70 à 80 V leverde bij een inwendige impedantie van enkele honderden Ω . Op die wijze kon men zelfs over slechte lijnen met de aarde als teruggeleider bellen laten overgaan. De magneto-dynamo, met de hand aangedreven, heeft zich tot op heden weten te handhaven in de z.g. inductornetten, hoewel deze signaleringsmethode inmiddels geheel is achterhaald.

Terwijl de toestelschakelingen, telefonen, microfonen en belstroomgeneratoren in de loop der jaren veranderden, is de wisselstroombel principieel gelijk gebleven en bevat meestal twee bekrachtigingsspoelen, een anker, enkele weekijzeren sluitstukken en een permanente magneet.* Bij electromagnetische systemen is er meestal sprake van het omzetten van een elektrische stroom in een mechanische kracht (koppel). Het blijkt, dat voor het opwekken van een bepaalde kracht een zeker electrisch vermogen vereist is, zelfs indien deze kracht geen arbeid verricht. Deze verhouding tussen vermogen en kracht kan gunstig worden beïnvloed door het aanbrengen van een permanente magneet. Hier mag niet van een versterking gesproken worden, omdat een permanente magneet nooit continu energie kan leveren.

In H o o f d s t u k 2 wordt gezocht naar de tijdsafgeleide van de totale gekoppelde flux ϕ , die wordt omvat, indien de inductiewet van F a r a d a y - M a x w e l l op het circuit van de bel wordt toegepast. Zoals gebruikelijk wordt ϕ eerst berekend, en daarna gedifferentieerd. Voor het uitvoeren van een dergelijke berekening is het noodzakelijk het veld te styleren. Deze stylering is zeer moeilijk, omdat de gedaante van het gecompliceerde spreidingsveld door de aanwezigheid van de permanente magneet sterk afhankelijk is van de richting van de bekrachtigingsstroom. Het eenvoudigste is spreiding, verzadiging en wervelstromen te negeren en de verkregen resultaten aan het experiment te toetsen.

De gekoppelde flux is n.l. een functie van de stroomsterkte i en de uitwijkingshoek α van het anker. Dus zal :

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\delta\phi}{\delta i} \cdot \frac{di}{dt} + \frac{\delta\phi}{\delta\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} \quad (1.1)$$

Beide in deze vergelijking voorkomende partiële differentiaalquotienten zijn in beginsel functies van i en van α .

Het quotient $\frac{\delta\phi}{\delta i}$ kan worden gemeten door het anker in verschillende standen vast te klemmen en de impedantie van de bel te meten. Deze blijkt maar zeer weinig van de stand van het anker af te hangen.

Het quotient $\frac{\delta\phi}{\delta\alpha}$ kan worden gemeten door het anker van de bel op uitwendige wijze te bewegen en de opgewekte e.m.k. te meten bij verschillende waarden van de stroomsterkte. Men moet als indicator een kathodestraaloscillograaf gebruiken, zodat ook de krommevorm kan worden beoordeeld. Hierop berust n.l. deze meetmethode.

Zowel de berekening als de meting levert voor $\frac{\delta\phi}{\delta\alpha}$ een machtreeks op in i en α . In de gemeten uitdrukking komt echter een term méér voor, die wel aan verzadiging moet worden geweten. De overige termen stemmen kwalitatief overeen met de uitkomst van de vereenvoudigde berekening.

* Een van de weinige nieuwe ontwikkelingen is de bel van het Albiswerk te Zürich, welke tevens dienst doet als balans-transformator.

Voor het berekenen van de magneten van luidsprekers met bewegende spoel bestaat een methode, die vooropstelt, dat de magneet met een constante magnetische weerstand is afgesloten en buiten het bekrachtigingsveld is gelegen. Bij deze rekenwijze werkt men met het maximale product van inductie en veldsterkte. Bij de wisselstroombel is dit niet mogelijk, omdat de magneet daarbij een variabele belastingsweerstand heeft, en wel degelijk door het bekrachtigingsveld wordt beïnvloed. Er is nu sprake van reversibele verschijnselen, waarbij gerekend moet worden met een reversibele permeabiliteit en een "reversibele" permanente magnetisatie. Overigens gaat het bij een luidspreker om het concentreren van zoveel mogelijk magnetische energie in een luchtspleet van bepaalde afmetingen. Bij de wisselstroombel kan men het probleem niet als zodanig stellen. Daarbij spelen gevoeligheid en luidheid een rol, overigens twee tegengestelde begrippen.

Bij het berekenen van trekkrachten in magnetische netwerken maakt men vrij algemeen gebruik van de grondwet van de magnetische aantrekking :

$$P = \frac{\Phi^2}{8\pi S} \quad (1.2)$$

Hoewel in H o o f d s t u k 3 ook gebruik wordt gemaakt van deze uitdrukking, wordt eerst aangetoond, dat zij formeel een benadering is. Dit bewijs wordt op twee manieren geleverd.

Voor de berekening van het koppel is het weer nodig, het veld te styleren. Wederom worden spreiding, verzadiging en wervelstromen genegeerd; er ontstaat weer een machtreeks in i en α . Deze reeks kan worden gecontroleerd door het koppel te meten als functie van de stroomsterkte bij verschillende standen van het anker. Ook nu is er een term te veel, die echter correspondeert met de overtoollige term in de

uitdrukking voor $\frac{\delta\phi}{\delta\alpha}$. Omdat er bij de koppelmetering geen

wervelstromen konden optreden is er veel voor te zeggen deze term aan de verzadiging toe te schrijven.

Het is bekend, dat een polair systeem met kippende werking een drempelwaarde heeft, d.w.z. dat de bekrachtigingsstroom tot een bepaalde waarde moet worden opgevoerd om het anker te doen overslaan. Deze waarde kan worden gevonden door de berekende- of gemeten uitdrukking voor het koppel gelijk aan nul te stellen en na te gaan, voor welke waarden van de stroomsterkte dit mogelijk is.

Zelfs de berekende uitdrukking voor het koppel heeft twee wortels van gelijk teken. De kleinste is de eigenlijke drempelwaarde, de grootste hebben wij de grendelwaarde genoemd. De grendelwaarde kan vrij gemakkelijk gemeten worden en krijgt betekenis bij overbekrachtiging van het systeem.

De gemeten uitdrukking voor het koppel heeft nog een derde wortel, die tegengesteld teken heeft als de drempelwaarde en de grendelwaarde. Deze derde wortel is echter zo onpractisch groot, dat wij er geen aandacht aan behoeven te wijden.

Bij bewegend anker rukt de klepel het anker reeds los vóór de eigenlijke drempelwaarde is bereikt. Door dit mechanische effect is de bekrachtigingsstroom tijdens de ankerbeweging

betrekkelijk laag : de grote stroomsterkten treden pas op, als het anker reeds tegen de kern is gebotst. Uit metingen blijkt, dat voor het koppel een benadering kan worden ingevoerd, die lineair is in i en in α . In aansluiting hierop kan ook de elektrische vergelijking van het magneetsysteem belangrijk worden vereenvoudigd.

De gevoeligheid van het magneetsysteem kan het beste worden gedefinieerd als het vermogen, dat aan de bekrachtigingswikkelling moet worden toegevoerd, teneinde het anker nog juist te doen overslaan.

Uit H o o f d s t u k 4 blijkt, dat de bewegingsvergelijkingen van anker en klepel aanleiding geven tot een aantal eigenfrequenties. Het kenmerk van de kippende instelling is nu, dat één van die eigenfrequenties reëel en positief is. Dientengevolge is er een labiliteit, die slechts wordt geremd door de botsing van het anker tegen de kern.

Het is mogelijk te berekenen op welke wijze men de bel een korte bekrachtigingsstoot kan geven, ten gevolge waarvan het anker nog juist over de middenstand heen kipt.

Indien de bekrachtigingsstroom de kanteelvorm bezit, kan zelfs zonder de eigenfrequenties te bepalen worden berekend, hoeveel energie per ankerslag aan het systeem wordt toegevoerd.

De ervaring leert, dat de electrotechnicus zijn inzicht in mechanische problemen kan verdiepen door het opzetten van elektrische analogieën. Van het anker-klepelstelsel kunnen twee analogieën worden aangegeven, die op duale wijze aan elkaar zijn toegevoegd. In deze analoge schema's komen echter als afspiegeling van de kippende werking negatieve condensatoren (resp. -smoorspoelen) voor. Het is echter formeel wel mogelijk deze negatieve elementen electrisch te verwezelijken.

Het analogon van de botsing van het anker tegen de kern blijkt een schakelaar met vonkblussing te zijn.

Volgens de botsingstheorie mogen wij niet verwachten, dat bij elke klepelslag evenveel energie door de klepel op de belschaal wordt overgebracht. Het is zelfs mogelijk, dat de belschaal energie aan de klepel afstaat. Door de onregelmatigheid in de energietoevoer is ook de afgegeven geluidsdruk onregelmatig.

Merkwaardig is, dat bij lage bekrachtigingsfrequenties de klepel onder omstandigheden in de gelegenheid is, per ankerslag twee maal achter elkaar met de zelfde belschaal in botsing te komen, hetgeen de geluidsterkte ten goede komt.

Men kan zich afvragen, of ook de belstroom een periodiek karakter aanneemt, indien op de klemmen van de bel een periodieke spanning wordt geschakeld.

In H o o f d s t u k 5 zijn wij er slechts in geslaagd zulks te bewijzen voor het geval de klemspanning kanteelvormig en de klepelstang zeer stijf is. Er blijkt verband te bestaan met de theorie van de herhaalde functies.

Indien de bekrachtigingsstroom periodiek is, in de meeste gevallen is dit inderdaad zo, kunnen diagrammen worden afgeleid voor de verschillende harmonischen. Dit geschiedt in H o o f d s t u k 6 op grond van de Fourier-analyse. Dikwijls is de bekrachtigingsstroom sinusvormig, hetgeen belangrijke vereenvoudigingen oplevert. De impedantie van de

bel bij bewegend anker kan handig en betrekkelijk nauwkeurig worden gemeten in een brug van A n d e r s o n : men heeft dan geen variabele condensatoren nodig. Als nul-indicator bewijst een kathodestraaloscillograaf goede diensten : op optische wijze kan men de afwezigheid van de eerste harmonische constateren.

Het is interessant, de impedanties van de bel bij bewegend en stilstaand anker met elkaar te vergelijken. Zoals te verwachten is, meten wij bij het loslaten van het anker steeds een weerstandsverhoging. De reactantieverandering kan echter zowel positief als negatief zijn. De impedantieverandering, die door de ankerbeweging wordt geïntroduceerd is in de regel klein t.o.z. van de impedantie van de bel bij rustend anker.

De bedoeling van de wisselstroombel is, de telefoonabonné via het gehoorschintuig te alarmeren. Het succes van deze alarmering hangt af van de a a n d a c h t van de betrokkene. Luidheid is n.l. niet de enige factor : een slapende moeder zal b.j.v. door een luide bel niet worden gewekt, terwijl zij ontwaakt bij het zachtste geschrei van haar kind. Het is voorts bekend, dat iemand, die ingespannen werkt, door een luide bel soms niet wordt gealarmeerd. Verwacht hij daarentegen met spanning een telefonische oproep, dan zal hij door elk rinkelend geluid, dat hem maar enigszins aan een telefoonbel doet denken, opschrikken. De zelfde nerveuze stemming heerst in huizen, waar de telefoonbel op een onjuiste plaats is aangebracht : steeds is er de angst de telefoon niet te zullen horen. Voorlopig zal echter de luidheid wel de enige maatstaf blijven. Natuurlijk is ook de keuze van het frequentiespectrum van belang, speciaal indien de bel weerklinkt tegen een acoustische achtergrond.

Voor de meeste vertrekken is de telefoonbel hinderlijk luid.

Pas in de laatste jaren wordt er door de fabrieken enige controle uitgeoefend op de door de bel afgegeven geluidsdruk. Dit is een o b j e c t i e v e groetheid.

In H o o f d s t u k 7 volgt een beschrijving van de bouw en de werking van het menselijke oor. Aan de hand daarvan wordt uiteengezet, waarom s u b j e c t i e v e maatstaven belangrijker zijn dan de objectieve. Wij hebben ons, op grond van in de literatuur beschreven en door ons zelve uitgevoerde experimenten geplaatst op het standpunt van de localisatietheorie. Met behulp van deze theorie kunnen de begrippen : ware luidheid, maskering, toonhoogtegevaarwording, verhoogde luidheid bij het luisteren met twee oren, duidelijk worden belicht.

Ogenschojnlijk is de gevaarwording van subjectieve tonen in strijd met de localisatietheorie. Het gaat hierbij o.a. om het probleem van de ontbrekende grondtoon (residu-probleem). Door echter de localisatietheorie aan te vullen met, wat wij hebben genoemd, de hypothese van de gesynchroniseerde zenuwimpulsen, kan het gevaarworden van ontbrekende grondtonen wel degelijk binnen het raam van het localisatiebeginsel worden gebracht. Bovendien kan men met die hypothese tal van andere verschijnselen toelichten.

Het in Hoofdstuk 7 besprokene is van algemene strekking en de conclusies kunnen feitelijk op veel acoustische problemen in de transmissietechniek worden toegepast. De stof ligt eigenlijk in het grensgebied tussen de technische- en de

medische wetenschap. Dit gebied wordt, naar onze mening, zowel door de technici als door de medici, te weinig betreden.

De technicus vergeet dikwijls, dat het gehoorszintuig de eindschakel van elke telefoonverbinding is, terwijl de medici geneigd zijn te veel moeilijkheden van technisch karakter te verschuiven naar het psychische gebied.

Belschalen zijn anharmonische stralers. De verhouding tussen de eigenfrequenties wordt door de vorm bepaald. Op één en ander wordt in H o o f d s t u k 8 nader ingegaan. De zwevingen, die men constateert bij het beluisteren van een belschaal kunnen worden verklaard uit kleine onsymmetrieën van de schaal. Bovendien zijn er z.g. inschakelzwevingen, die optreden indien aan de belschaal gedwongen trillingen worden opgelegd.

Het is een bekend feit, dat men de voorkeur geeft aan een bel met twee schalen van verschillende toonhoogte. Deze voorkeur blijkt te berusten op een toename van de ware luidheid, die correspondeert met een drukniveauverhoging van 9 dB.

Aangezien de grondtonen van de belschalen in de regel veel zwakker zijn dan de hogere deeltonen, kan men zich afvragen, of het mogelijk is door het aanbrengen van een resonator het niveau van de grondtoon te verhogen. Dit gelukt inderdaad en de werking van een dergelijke resonator moet worden opgevat als een frequentieafhankelijke impedantietransformatie.

Sommige belschalen vertonen duidelijk het verschijnsel van het residu.

In H o o f d s t u k 9 wordt het rendement van de wisselstroombel vergeleken met dat van andere stralers. Uit metingen in een "harde" ruimte blijkt, dat het rendement bij normale bekrachtigingsstroom kleiner is dan 0,1 %.

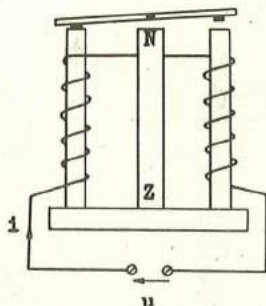
Uit een eenvoudige berekening blijkt, dat de belstroomgeneratoren meestal te groot zijn gedimensioneerd.

H O O F D S T U K 2

HET MAGNETISCHE NETWERK VAN DE WISSELSTROOMBEL

2.1 Inleiding.

Het type van wisselstroombel, dat in dit proefschrift wordt behandeld, bezit een magneetsysteem, waarvan de principiële opbouw in fig. 2.1 is geschetst.



F I G U U R 2.1

Opbouw van het magneetsysteem

Het juk draagt een permanente magneet, welke aan weerszijden door een electromagneet wordt geflankeerd.

De door de bekrachtigingsstroom doorvloeiende spoelen zijn zodanig gewikkeld en in serie geschakeld, dat de krachtlijnen ervan in de ene luchtspleet gelijkgericht met, en in de andere tegengesteld aan de krachtlijnen van de permanente magneet verlopen. Met de luchtspleten worden steeds de spleten tussen het anker en de kernen bedoeld.

Indien de veldverdeling zodanig is, dat in de luchtspleten ongelijke krachten op het anker worden uitgeoefend, zal dit laatste gaan draaien, indien de stand van het anker zulks toelaat.

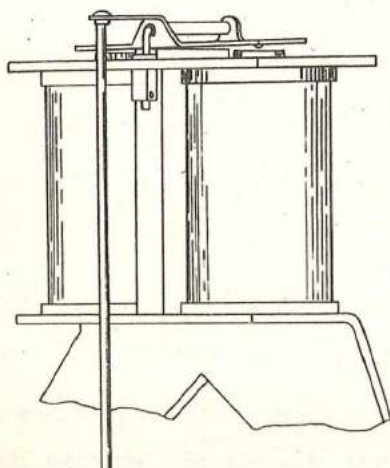
Uit de in de fig. 2.2 en fig. 2.3 weergegeven details blijkt, dat de constructie van bijv. B.T.M.C. en Siemens verschillen in de wijze, waarop de krachtlijnen van de permanente magneet (in het vervolg kortweg: de magneet genaamd) overgaan in het anker.

De uitvoering van B.T.M.C. (fig. 2.2) komt overeen met de schematische opzet van fig. 2.1. De magneet ligt onder het anker en draagt daarvan de as. Geen enkel deel van het magneetsysteem is uitwisselbaar. De instelling van het geheel geschiedt eens en voor al tijdens de fabricage, waarbij de luchtspleet tussen het anker en de magneet zeer klein wordt

gehouden.

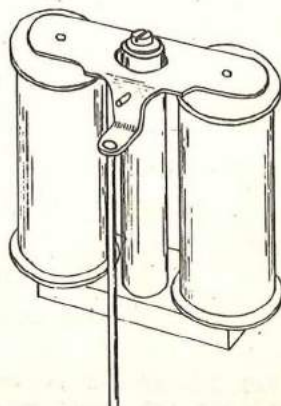
Bij de Siemensbel (fig. 2.3) is de ankeras dwars door de magneet gestoken en kan door het vastdraaien van een boutje worden gefixeerd. Een ring van niet-magnetisch materiaal bewaart de juiste afstand tussen de magneet en het anker. Op gemakkelijke wijze kan de magneet met het anker uit het juk worden verwijderd. Hetzelfde is het geval met de bekrachtigingsspoelen. De voor- en nadelen van een dergelijke constructie zullen nu niet worden besproken ; slechts wordt volstaan met de opmerking, dat de overgangsweerstand tussen anker en magneet vrij groot kan worden genoemd.

In dit proefschrift zal de Siemensbel herhaaldelijk worden aangehaald, omdat de slagwijde van deze bel, tengevolge van de constructie, instelbaar is.



F I G U U R 2.2

Bel van B.T.M.C.



F I G U U R 2.3

Siemensbel

2.2 De elektrische vergelijking.

Toepassing van de inductiewet van Faraday - Maxwell 1 op het circuit van de bel levert (zie fig. 2.1) :

$$u = i \cdot R + \frac{d\phi}{dt} \quad (2.1)$$

Hierin stelt R de gezamenlijke koperweerstand van de bekrachtigingsspoelen voor.

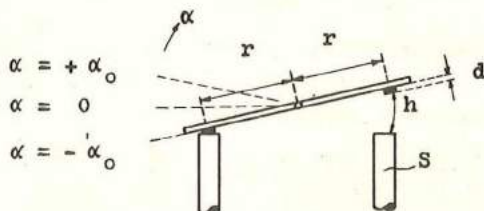
Tussen de klemmen van de bel heerst het spanningsverschil u , waarvan de positieve richting in de figuur is aangegeven.

De stroom i noemen wij positief, indien deze het anker naar

rechts omlegt, d.w.z. indien deze het permanente veld in de linker kern verzwakt, en dat in de rechter kern versterkt.

Een bijdrage tot de totale gekoppelde flux ϕ , welke door de bekrachtigingswikkeling wordt omvat is positief, indien zij volgens een rechtse schroef past bij de stroomrichting.

De stand van het anker wordt bepaald door de uitwijkingshoek α (fig. 2.4).



F I G U U R 2.4.

Over de stand van het anker.

De positieve zin voor α is rechtsom gekozen, omdat t.z.t. ook het koppel rechtsom positief zal worden gencoemd. In de middenstand zij $\alpha = 0$. De telegraaftechnicus spreekt hier van de neutrale stand. In de uiterste standen is $\alpha = \pm \alpha_0$.

De afstand tussen het anker-draaipunt en het midden van een anti-kleefstift wordt met r aangeduid.

De anti-kleefstiften bezitten de dikte d . Het is niet noodzakelijk de beweging van deze stiften als rechtlijnig te beschouwen; wij zullen dus met radialen rekenen.

De maximale boog tussen kern en anti-kleefstift staat bij de wisselstroombel bekend als de slagwijdte. Hiervoor wordt het symbool h ingevoerd.

$$\text{Blijkbaar is : } h = 2 r \alpha_0 \quad (2.2)$$

In de practijk wordt h gemeten door metalen stripjes van geijkte dikten tussen kern en anti-kleefstift te schuiven, en te onderzoeken, welke dikte nog juist passend kan worden ingebracht. Bij deze meting wordt dus van het verschil tussen boog en koorde afgezien.

De totale gekoppelde flux ϕ zal een functie zijn van de stroomsterkte en van de stand van het anker :

$$\phi = \phi (i , \alpha) \quad (2.3)$$

In plaats van eerst ϕ , en daarna $\frac{d\phi}{dt}$ te bepalen, zullen

wij rechtstreeks zoeken naar een uitdrukking voor $\frac{d\phi}{dt}$.

Differentiatie van ϕ naar t levert :

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\delta\phi}{\delta i} \cdot \frac{di}{dt} + \frac{\delta\phi}{\delta \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} \quad (2.4)$$

In het algemeen zijn $\frac{\delta\phi}{\delta i}$ en $\frac{\delta\phi}{\delta \alpha}$ functies van i en α .

Uit reactantiemetingen bij vastgeklemd anker ($\frac{d\alpha}{dt} = 0$)

kan $\frac{\delta\phi}{\delta i}$ worden bepaald. In dat geval is :

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\delta\phi}{\delta i} \cdot \frac{di}{dt} = L \frac{di}{dt} \quad (2.5)$$

De bij definitie ingevoerde L blijkt practisch onafhankelijk van de stand van het anker, en wijkt steeds minder dan 1 % van het gemiddelde af, in normale gevallen bijv. slechts 0,6 %.

L hangt wel af van de maximale waarde van de bekrachtigingsstroom tengevolge van verzadiging en wervelstroom-verliezen (zie Hoofdstuk 6).

Noemen wij :

$$\frac{\delta\phi}{\delta \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} = e_b \quad (2.6)$$

de bewegingsspanning, dan verkrijgt de electrische vergelijking de volgende eenvoudige gedaante :

$$u = i \cdot R + L \frac{di}{dt} + e_b \quad (2.7)$$

De bel doet zich dus voor als een smoorspoel, waarin door het bewegende anker een extra inductiespanning e_b wordt geïnduceerd. Bij stilstaand anker is $e_b = 0$.

2.3 De bepaling van $\frac{\delta\phi}{\delta \alpha}$.

De gedaante van $\frac{\delta\phi}{\delta \alpha}$, hierna de bewegingsfunctie genoemd ,

kan experimenteel worden bepaald door de stroom i constant te houden en α te variëren door het anker kunstmatig te bewegen.

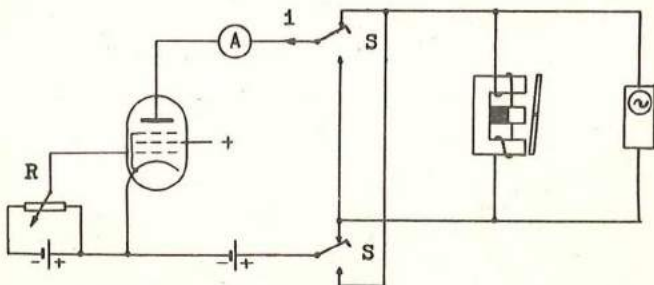
Immers indien $\frac{di}{dt} = 0$, geldt :

$$u = i \cdot R + e_b \quad (2.8)$$

waarin $i \cdot R$ een constante voorstelt. Met behulp van een kathodestraaloscillograaf is het mogelijk slechts het variabele deel van u , n.l. e_b zichtbaar te maken, en uit de krommevorm conclusies te trekken omtrent de gedaante van de bewegingsfunctie.

Bij het bekrachtigen van de bel met verschillende stroomsterkten moeten wij verhinderen, dat de op de klemmen van de bel aangesloten kathodestraaloscillograaf door de bekrachtigingsbron wordt kortgesloten. Bovendien moeten wij er voor zorgen, dat de stroom, ondanks het bewegende anker, constant blijft. Wegens de lage frequentie (ongeveer 25 Hz) zijn smoorspoelen onpractisch.

In fig. 2.5 is een goed bruikbare schakeling weergegeven, waarbij de bel in de plaatketen van een penthode met hoge inwendige weerstand is opgenomen. Met behulp van de potentiometer R kan de negatieve spanning op het stuurrooster worden geregeld, waardoor de plaatstroom op verschillende waarden kan worden ingesteld. De door de ankerbeweging geïnduceerde kleine spanningen hebben wegens de hoge impedantie van het circuit geen invloed op de plaatstroom.



F I G U U R 2.5

De bepaling van $\frac{\delta \psi}{\delta \alpha}$

Op het scherm van de oscillograaf verschijnt e_b . Door het omleggen van de schakelaar S kan de stroom worden gecommuteerd.

In fig. 2.6 is verduidelijkt, hoe aan het anker kunstmatig een sinusvormige snelheid kan worden verleend. Het getekende vlieg wiel draait met een constante hoeksnelheid ω .

De hefboom BD draait om het punt D, en is in B scharnierend met de stang BA verbonden.

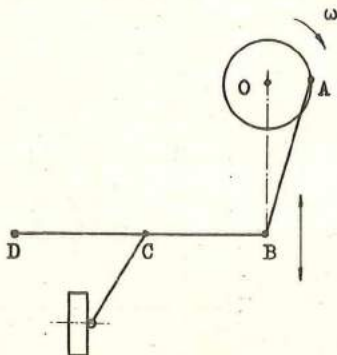
Indien bijv. $\frac{AB}{OA} = 30$, bevat de snelheid van het punt B

behalve de eerste harmonische : $\omega \cdot OA \cdot \cos \omega t$ (2.9)

als eerste vervormingsproduct een tweede harmonische :

$$\frac{\omega \cdot OA}{60} \cos 2 \omega t$$

De amplitude van deze harmonische is klein t.o.z. van die van de grondtrilling. De aanwezigheid van de 2 e harmonische oefent daardoor op het onderhavige experiment geen storende invloed uit. De frequenties van de overige vervormingsproducten zijn veelvoudigen van 2ω , de amplitudines zijn alle kleiner dan die van de 2 e harmonische.



F I G U U R 2.6

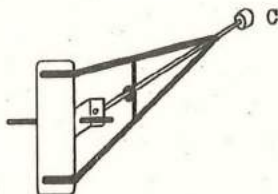
De kunstmatige ankerbeweging

Door een en ander krijgt het punt C de snelheid :

$$\omega \cdot \frac{DC}{DB} \cdot OA \cdot \cos \omega t \quad (2.10)$$

Punt C is zodanig met de klepel van de bel verbonden, dat de beweging van C aanleiding geeft tot een normale heen en weer gaande beweging van het anker van de bel. De klepelstang

is echter te slap om een trillingsvrije overbrenging te verzekeren. Hij moet daarom worden versterkt met een stevige constructie van koperdraad (fig. 2.7) .



F I G U U R 2.7

Versterking van de klepelstang

Eerst dan hebben wij de zekerheid, dat het anker sinusvormig beweegt. Het anker mag de kernen niet raken. Het is in dit opzicht nuttig gebleken de anti-kleefstiften te verwijderen, natuurlijk onder handhaving van de minimale afstanden tussen het anker en de kernen. Regeling van de slagwijdte geschiedt door C over DB te verschuiven.

Doven wij de penthode, dan is de bel onbekrachtigd, en het scherm van de oscillograaf vertoont een sinusvormige kromme ; aan de toppen valt nauwelijks een geringe vervorming door een 3 e harmonische waar te nemen.

Wordt de bel bekrachtigd, dan komt in het beeld een met het toenemen van de stroom sterker wordende 2 e harmonische tot uiting. In het onderhavige geval, n.l. bij een Siemensbel $2 \times 300 \Omega$, $d = 0,3 \text{ mm}$, $h = 0,7 \text{ mm}$, $\omega = 175,84$ verdween de grondgolf zelfs geheel bij een stroom van 33 mA, om bij toenemende stroomsterkte weer te verschijnen, zij het in verzwakte mate. Tengevolge van een constructieve onsymmetrie in het magneetsysteem verdween de grondgolf voor de omgekeerde stroomrichting eerst bij 43 mA .

Wij zullen nu nagaan, aan welke eisen de bewegingsfunctie moet voldoen om het bovenbeschreven gedrag te verklaren.

Bij $i = 0$ is de op de oscillograaf zichtbare spanning e_b sinusvormig (van de zeer kleine vervorming van de 3 e harmonische wordt nog even afgezien) .

$$\text{Omdat } \alpha = \alpha_0 \sin \omega t \text{ is } \frac{d\alpha}{dt} = \omega \alpha_0 \cos \omega t \quad (2.11)$$

$$\text{zodat : } e_b = \hat{e}_b \cos \omega t = \frac{\delta \phi}{\delta \alpha} \cdot \omega \alpha_0 \cos \omega t \quad (2.12)$$

Hieruit volgt, dat :

$$\left(\frac{\delta \psi}{\delta \alpha} \right)_{i=0} = \frac{e_b}{\omega \cdot \alpha_0} = b_1 \quad (2.13)$$

Omdat e_b onmiddellijk afleesbaar is, terwijl ω en α_0 bekend zijn, kan b_1 dus worden bepaald. Bij de juistgenoemde Siemensbel was, in praktische eenheden uitgedrukt: $b_1 = 0,26 \text{ V sec}$.

Bij bekrachtiging, dus bij $i \neq 0$, ontstaat in e_b een tweede harmonische. Deze wordt toegeschreven aan een term met α in de bewegingsfunctie. Immers:

$$\alpha \frac{d\alpha}{dt} = \omega \alpha_0^2 \sin \omega t \cdot \cos \omega t = \frac{1}{2} \omega \alpha_0^2 \sin 2\omega t \quad (2.14)$$

De sterkten van de grondgolf en van de 2^e harmonische zijn beide afhankelijk van de stroomsterkte. De grondgolf wordt bij toenemende stroomsterkte zwakker, daalt zelfs tot nul, doch keert daarna weer terug, zij het met omgekeerde faze. Dit geldt, naar het experiment aantoont, voor beide stroomrichtingen. De 2^e harmonische is niet aanwezig bij $i = 0$, doch verschijnt bij aangroeiende stroomsterkte, met dien verstande, dat de faze van de 2^e harmonische omkeert indien de stroom wordt gecommuteerd.

De waargenomen verschijnselen kunnen worden verklaard door aan te nemen, dat de bewegingsfunctie de volgende termen bevat:

$$f_1(i) + \alpha f_2(i) \quad (2.15)$$

waardoor in e_b de volgende componenten ontstaan:

$$f_1(i) \omega \alpha_0 \cos \omega t + f_2(i) \frac{\omega \alpha_0^2}{2} \sin 2\omega t \quad (2.16)$$

Het verloop van de functies f_1 en f_2 is in beginsel weergegeven in fig. 2.8^{***}. Het eenvoudigst stellen wij nu:

$$f_1(i) = b_1 - b_2 i - b_3 i^2 \quad (2.17)$$

$$f_2(i) = b_4 i \quad (2.18)$$

De term $b_2 i$ dient om de waargenomen onsymmetrie in het magneetsysteem te beschrijven en vervalt natuurlijk bij een volkomen symmetrische opbouw van het magnetische netwerk.

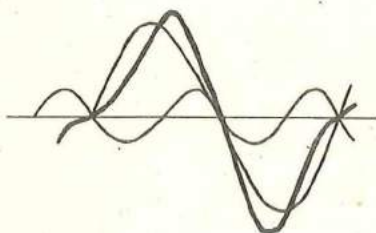
In de figuren 2.9 t/m 2.12 is e_b geconstrueerd voor de verschillende waarden van i . De krommen stemmen met de gedaante van de oscillogrammen overeen.

Fig. 2.9 geldt voor kleine positieve stroomsterkte, de grondgolf overheerst. Bij $i = 33 \text{ mA}$ is de grondgolf echter totaal verdwenen, doch komt bij toenemende stroomsterkte weer zwak terug (fig. 2.10). ^{***} zie pag. 2.27

Bij negatieve stroom verdwijnt de grondgolf eveneens, echter bij de waarde $i = 43 \text{ mA}$, hetgeen het gevolg is van de onsymmetrie. Fig. 2.11 geldt voor kleine negatieve stroomsterkte, fig. 2.12 heeft betrekking op een grote negatieve stroom.

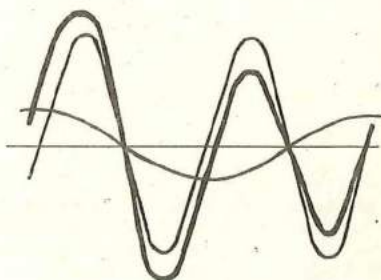
De geringe vervorming van e_b door een 3^e harmonische, die echter nauwelijks zichtbaar is, wordt klaarblijkelijk veroorzaakt door een term met α^2 in de bewegingsfunctie. Immers :

$$\alpha^2 \frac{d\alpha}{dt} = \frac{\omega \alpha_0^3}{4} \cos \omega t - \frac{\omega \alpha_0^3}{4} \cos 3\omega t \quad (2.19)$$



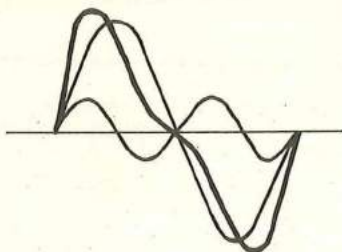
F I G U U R 2.9

De grondgolf overheerst
De stroom is positief



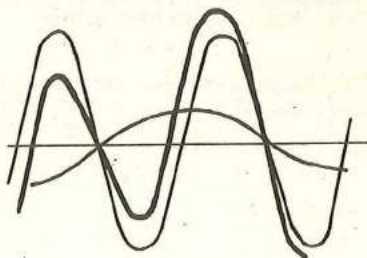
F I G U U R 2.10

Het octaaf overheerst
De stroom is positief



F I G U U R 2.11

De grondgolf overheerst
De stroom is negatief



F I G U U R 2.12

Het octaaf overheerst
De stroom is negatief

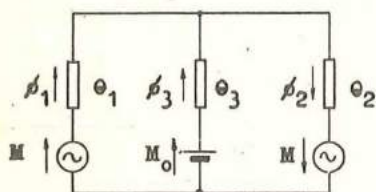
Resumerende komt er voor de bewegingsfunctie dus als eenvoudigste en met het experiment overeenstemmende uitdrukking :

$$\frac{\delta\psi}{\delta\alpha} = b_1 - b_2 i - b_3 i^2 + b_4 i \alpha + b_5 \alpha^2 \quad (2.20)$$

2.4 Berekening van $\frac{\delta\psi}{\delta\alpha}$ met behulp van de rekenwijze van

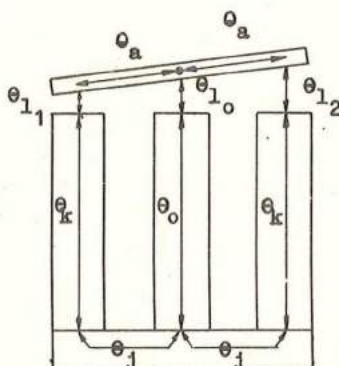
H o p k i n s o n .

Dergelijke magneetsystemen als dat van fig. 2.1 worden gewoonlijk berekend door een vervangingsschema in elektrische stijl op te zetten (fig. 2.14).



F I G U U R 2.14

Electrisch vervangingsschema
van magneetsysteem



F I G U U R 2.15

De verschillende magnetische
weerstand

Men beschouwt dan de verschillende delen van het magnetische netwerk als analoog met elektrische geleiders.

De verschillende magnetische weerstanden zijn afzonderlijk aangegeven in fig. 2.15 onder gebruikmaking van de letters θ , naar behoefte voorzien van indices. Zo slaat θ_a op het anker, θ_k op een kern en θ_j op het halve juk. Verder behoort θ_o bij de permanente magneet, terwijl θ_{11} en θ_{12} op de luchtspleten betrekking hebben. De groothed θ_{10}

stelt de magnetische weerstand voor van de luchtweig, welke om constructieve redenen aanwezig is tussen het anker en de permanente magneet.

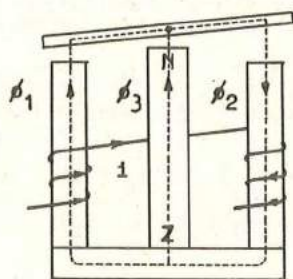
Ter vereenvoudiging worden nu de volgende grootheden ingevoerd :

$$\theta_1 = \theta_a + \theta_{1_1} + \theta_k + \theta_j \quad (2.21)$$

$$\theta_2 = \theta_a + \theta_{1_2} + \theta_k + \theta_j \quad (2.22)$$

$$\theta_3 = \theta_o + \theta_{1_o} \quad (2.23)$$

In fig. 2.16 zijn de fluxen Φ_1 , Φ_2 en Φ_3 weergegeven die bij de berekening van het magneetsysteem van belang zijn. Om de gedachten te bepalen is aangenomen, dat de magneet aan de bovenzijde een Noordpool en aan de benedenkant een Zuidpool heeft.



F I G U U R 2.16

De fluxen Φ_1 , Φ_2 en Φ_3

In fig. 2.14 stelt M_o de magnetomotorische kracht van de permanente magneet voor en heeft als zodanig het karakter van een gelijkspanning.

Voorts geeft M de magnetomotorische kracht per bekrachtigingsspoel aan. Wanneer per spoel w windingen voorkomen, kan eenvoudig voor M worden geschreven :

$$M = 4 \pi w i \quad (2.24)$$

Deze formule is in electromagnetische eenheden opgesteld, welk eenhedenstelsel ook in het vervolg zal worden aangehouden.

M heeft het karakter van een wisselspanning.

Uit fig. 2.16 kunnen de volgende vergelijkingen worden afgeleid :

$$\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 = 0 \quad (2.25)$$

$$\theta_1 \Phi_1 + \theta_2 \Phi_2 = 2 M \quad (2.26)$$

$$\theta_1 \Phi_1 - \theta_3 \Phi_3 = M - M_o \quad (2.27)$$

Hiervan luiden de oplossingen :

$$\Phi_1 = \frac{M (2 \theta_3 + \theta_2) - M_0 \theta_2}{\theta_1 \theta_2 + \theta_3 (\theta_1 + \theta_2)} \quad (2.28)$$

$$\Phi_2 = \frac{M (2 \theta_3 + \theta_1) + M_0 \theta_1}{\theta_1 \theta_2 + \theta_3 (\theta_1 + \theta_2)} \quad (2.29)$$

$$\Phi_3 = \frac{M (\theta_1 - \theta_2) + M (\theta_1 + \theta_2)}{\theta_1 \theta_2 + \theta_3 (\theta_1 + \theta_2)} \quad (2.30)$$

Worden de beide in serie geschakelde bekrachtigingswikkelingen bij een integratie van de elektrische kracht doorlopen, dan wordt een totale gekoppelde flux ϕ omvat :

$$\phi = w \Phi_1 + w \Phi_2 = w (\Phi_1 + \Phi_2) \quad (2.31)$$

Deze uitdrukking zullen wij nader uitwerken. Dit geeft :

$$\phi = w \frac{M (4 \theta_3 + \theta_1 + \theta_2) + M_0 (\theta_1 - \theta_2)}{\theta_1 \theta_2 + \theta_3 (\theta_1 + \theta_2)} \quad (2.32)$$

Nu kunnen wij op eenvoudige wijze afleiden, dat :

$$\theta_1 + \theta_2 = \theta_{1_1} + \theta_{1_2} + 2 (\theta_a + \theta_k + \theta_j) \quad (2.33)$$

$$\theta_1 - \theta_2 = \theta_{1_1} - \theta_{1_2} \quad (2.34)$$

Een beschouwing van fig. 2.4 leert :

$$\theta_{1_1} = \frac{r}{s} (\alpha_0 + \alpha) + \frac{d}{s} \quad (2.35)$$

$$\theta_{1_2} = \frac{r}{s} (\alpha_0 - \alpha) + \frac{d}{s} \quad (2.36)$$

Hieruit volgt weer, dat :

$$\theta_{1_1} + \theta_{1_2} = \frac{2 r \alpha_0 + 2 d}{s} \quad (2.37)$$

$$\theta_{1_1} - \theta_{1_2} = \frac{2 r \alpha}{s} \quad (2.38)$$

Voeren wij nu gemakshalve in :

$$\theta_c = \frac{r \alpha_o}{S} + \frac{d}{S} + \theta_a + \theta_k + \theta_j \quad (2.39)$$

als zijnde een constante, en noemen wij :

$$N = \theta_1 \theta_2 + \theta_3 (\theta_1 + \theta_2) \quad (2.40)$$

dan krijgen wij het volgende :

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \theta_o + \frac{r}{S} \alpha & \theta_1 \theta_2 &= \theta_o^2 - \frac{r^2}{S^2} \alpha^2 \\ \theta_2 &= \theta_o - \frac{r}{S} \alpha & \theta_1 + \theta_2 &= 2 \theta_o \\ N &= \theta_o^2 + 2 \theta_3 \theta_o - \frac{r^2}{S^2} \alpha^2 & \theta_1 - \theta_2 &= 2 \frac{r}{S} \alpha \end{aligned} \quad (2.41)$$

Voor ϕ kan zodoende worden geschreven :

$$\phi = \frac{w}{N} \left[4 \pi w i (4 \theta_3 + 2 \theta_o) + M_o \frac{2 \alpha r}{S} \right] \quad (2.42)$$

Partiële differentiatie naar α levert :

$$\frac{\delta \phi}{\delta \alpha} = \frac{2 r w M_o}{N S} + \frac{16 \pi w^2 r^2 (2 \theta_3 + \theta_o)}{N^2 S^2} \alpha + \frac{4 \pi r^3 M_o}{N^2 S^3} \alpha^2 \quad (2.43)$$

In beginsel staat hier :

$$\frac{\delta \phi}{\delta \alpha} = b'_1 + b'_4 \alpha + b'_5 \alpha^2 \quad (2.44)$$

waarin wij de coëfficiënten b' globaal als weinig afhankelijk van α zullen beschouwen. Schrijven wij nu :

$$\frac{1}{N} = \frac{\theta_1 + \theta_2}{\theta_3 + \frac{\theta_1 \theta_2}{\theta_1 + \theta_2}} \quad (2.45)$$

dan blijkt onze benadering neer te komen op de veronderstelling, dat :

$$\theta_3 \gg \frac{\theta_1 \theta_2}{\theta_1 + \theta_2} \quad (2.46)$$

in woorden :

De magnetische weerstand van de middelste tak van het magnetische netwerk is groot t.o.z. van de magnetische weerstand van de parallel geschakelde buitenste takken.

Bij polaire relais brengt men, ter vermindering van wervelstromen, de permanente magneet zoveel mogelijk buiten het bekrachtigingsveld (om dezelfde redenen lamelleert men de weekijzeren delen). Hierdoor wordt van nature aan (2.46) voldaan.

Bij de meeste bellen, ook bij de Siemensbel, staat de magneet eenvoudig midden tussen de bekrachtigingsspoelen. De reversibele permeabiliteit van de permanente magneet is evenwel gering, waardoor Θ_0 het karakter krijgt van een luchtweg. Hierdoor wordt aan (2.46) toch voldaan. Wij zien dus van de variatie van de b' coëfficiënten af.

2.5 Discussie van de verschillen tussen de gemeten- en de

berekende uitdrukking voor $\frac{\delta\phi}{\delta\alpha}$.

Gemakshalve schrijven wij beide vergelijkingen nog even neer :

$$\text{gemeten : } \frac{\delta\phi}{\delta\alpha} = b_1 - b_2 i - b_3 i^2 + b_4 i\alpha + b_5 \alpha^2 \quad (2.20)$$

$$\text{berekend : } \frac{\delta\phi}{\delta\alpha} = b'_1 + b'_4 i\alpha + b'_5 \alpha^2 \quad (2.44)$$

waarin de coëfficiënten b' en b in eerste benadering constant zijn.

Het berekende netwerk werd symmetrisch verondersteld. Het is daarom niet te verwonderen, dat in (2.44) geen term met $b'_2 i$ voorkomt. Immers de term $b_2 i$ in (2.20) beschrijft een gemeten onsymmetrie.

Waarom bevat (2.44) geen term $b'_3 i^2$?

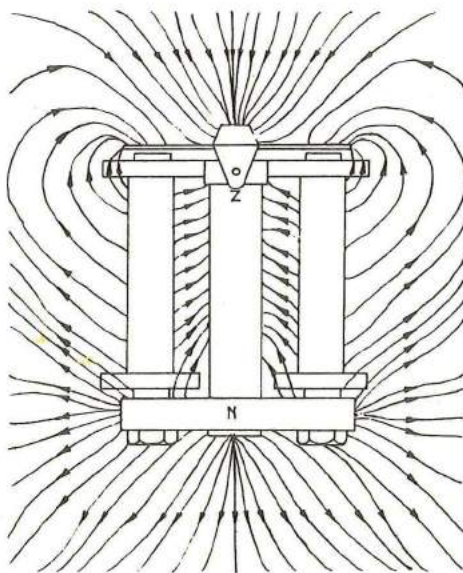
De voornaamste oorzaak is natuurlijk, dat bij de berekening geen aandacht besteed werd aan het niet-lineaire gedrag van het ijzer.

Evenmin werden wervelstromen in rekening gebracht, terwijl bij de Siemensbel geen enkel deel van het magnetische netwerk is gelamelleerd. Uit impedantiemetingen blijkt, dat de ijzer-verliezen zeer aanzienlijk zijn. Voorts hebben de wervelstromen tot gevolg, dat de fluxen in de luchtspleten niet meer in fase zijn met de bekrachtigingsstroom.

In onze berekening schuilt nog een onvolledigheid. Wij hebben n.l. de rekenwijze van H o p k i n s o n toegepast op een geïdealiseerd veld, zoals in fig. 2.16 is aangegeven. De krachtlijnen verlopen in het gestyleerde beeld evenwijdig aan de assen van de verschillende delen van het magnetische circuit. Met behulp van ijzervijselfiguren kunnen wij aantonen, dat een gedeelte van het veld inderdaad het gestyleerde verloop volgt. Teneinde duidelijker te kunnen waarnemen werd de normale bekrachtigingswikkeling van een Siemensbel vervangen door een zeer dunne wikkeling met een equivalent aantal

stroom-windingen.

Fig. 2.17 toont het krachtlijnenbeeld bij afwezigheid van de bekrachtigingsstroom. Dit is dus het permanente veld. Wij zien, dat een inductiebuis de Noordpool verlaat, de as van het juk volgt en langs de as van de kern de luchtspleet bereikt. Na het oversteken van de spleet loopt de buis, praktisch evenwijdig aan de as, van Zuid naar Noord terug. Alle veldlijnen, die niet onder het gestyleerde verloop vallen, noemen wij spreiding. Het spreidingsveld is in de ruimte tussen kernen en magneet het sterkst. De gedaante van het spreidingsveld wordt slechts weinig beïnvloed door de stand van het anker, en dan alleen nog maar in de onmiddellijke omgeving daarvan.



F I G U U R 2.17

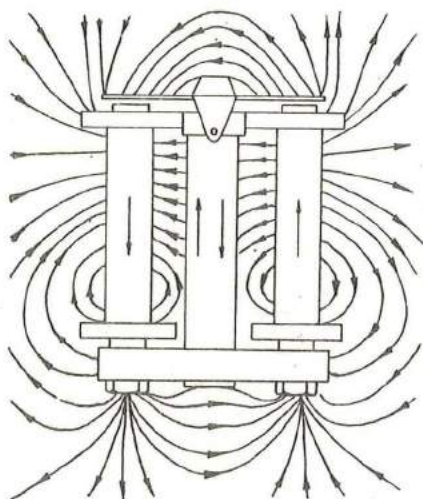
Het permanente veld.

Bij bekrachtiging is het totale veld de superpositie van het bekrachtigingsveld en het permanente veld. Om het bekrachtigingsveld afzonderlijk te kunnen weergeven werd de magneet eerst in de maagdelijke toestand teruggebracht. Het resultaat is in fig. 2.18 geschetst. De toegepaste stroomsterkte komt overeen met 10 mA door de normale bekrachtigingswikkeling. De pijlen in de kernen geven de veldrichting in het ijzer

aan. De stroomrichting is zodanig gekozen, dat het veld in de rechter kern wordt versterkt, en in de linker verzwakt. Het anker zal naar rechts worden omgelegd.

Het resulterende veld is in fig. 2.19 getekend. De rechter helft van de figuur vertoont veel overeenkomst met fig. 2.17, de linker helft juist met fig. 2.18. Tussen kernen en magneet overheerst het permanente veld.

Uit fig. 2.19 blijkt weer, dat het veld langs de assen van de kernen, het anker, de jukken en de magneet het gestyleerde verloop heeft. Voorts is de gedaante van het spreidingsveld weer weinig van de ankerstand afhankelijk. Uit onze impedantiemetingen is gebleken, dat de zelfinductie van de bel bij



F I G U U R 2.18

Het bekrachtigingsveld

vastgeklemd anker meestal minder dan 1 % varieert.

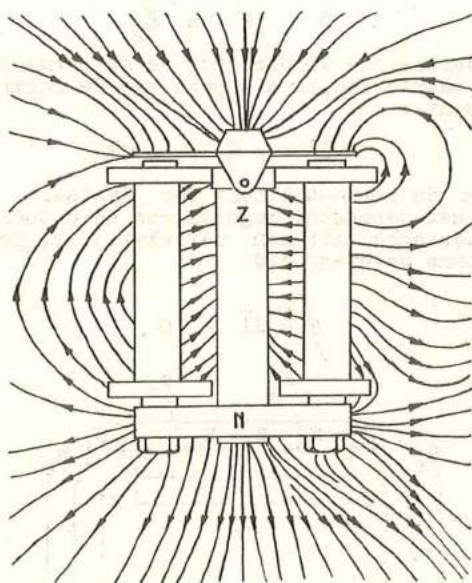
Het heeft daarom zin de volgende splitsing uit te voeren :

$$\phi = \phi_o + \phi_s$$

$$L = \frac{\delta\phi}{\delta i} = \frac{\delta\phi_o}{\delta i} + \frac{\delta\phi_s}{\delta i} = L_o + L_s$$

waarin de index o betrekking heeft op het gestyleerde beeld en de index s op het spreidingsveld. Ook in de literatuur kan een dergelijke splitsing worden aangetroffen.

Volgens Werner^{*)} is bij moderne telegraafrelais L_s wel 40 à 50 % van de totale zelfinductie L . Voor een magneetsysteem als dat van de Siemensbel geeft hij zelfs 80 % op. Dit mag niet verontrustend werken, omdat bij hoge



F I G U U R 2.19

Het resulterende veld.

kernpermeabiliteit het spreidingsveld in eerste instantie niet ten koste van het hoofdveld gaat^{**)} en slechts de tijds-

^{*)} K.H. Werner : Untersuchungen an polarisierten Telegrafenrelais, Dissertatie Darmstadt 1936.

^{**)} vergelijk : Theorie van het electromagnetische telefoonrelais, door dr.ir. W.Th.Bähler, pag. 63 .

constante van de wikkeling verhoogt.

De vergelijkingen (2.20) en (2.44) leren, dat het spreidingsveld in elk geval geen nieuwe machten van i en α introduceert. De term $b_2 i^2$ hebben wij immers reeds aan niet lineair gedrag toegeschreven.

In Hoofdstuk 3 zullen wij nogmaals terugkomen op de figuren 2.17, 2.18 en 2.19 in verband met de berekening van het koppel.

2.6 De magnetomotorische kracht van de permanente magneet.

Wij zullen in deze paragraaf nagaan, hoe de reeds eerder ingevoerde magnetomotorische kracht M_0 kan worden bepaald.

Het permanente veld kan worden beschreven met behulp van de vectoren :

$$\vec{B}, \vec{H} \text{ en } \vec{M}_p$$

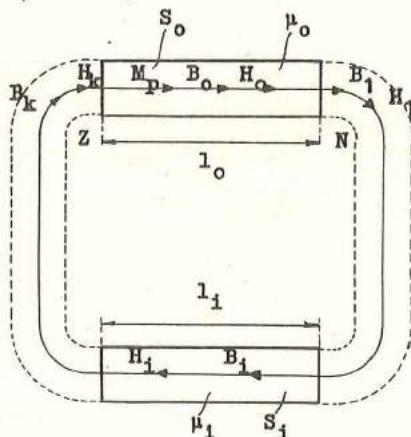
resp. de inductie, de veldsterkte en de permanente magnetisatie genaamd, waartussen in elk punt van de ruimte het volgende verband bestaat :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + 4\pi \vec{M}_p \quad (2.48)$$

Hierin is μ de permeabiliteit ter plaatse.

Aangezien het permanent magnetische veld door het ontbreken van macroscopische stromen wervelvrij is, geldt, langs een gesloten kromme geïntegreerd :

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = 0 \quad (2.49)$$



F I G U U R 2.20

Bij de bepaling van M_0

Dikwijls maakt een permanente magneet deel uit van een gesloten magnetisch circuit (zie fig. 2.20). Er wordt verondersteld, dat de magneet zuiver in de lengterichting is gemagnetiseerd, zodat $\vec{B}$, $\vec{H}$ en $\vec{M}_p$ volgens de lengte-as zijn gericht. Voorts wordt in het gehele circuit evenwijdigheid van krachtlijnen aangenomen. Het is niet noodzakelijk het veld overal homogeen te stellen. In elk gedeelte van het circuit met een constante doorsnede S_1 kan n.l. gesproken worden van een gemiddelde waarde van de inductie, die door de volgende uitdrukking wordt gegeven :

$$B_1 = \frac{1}{S_1} \int_{S_1} B \, dS \quad (2.50)$$

Van de vectornotatie kan worden afgezien.

Evenzo geldt voor de gemiddelde waarde van de veldsterkte :

$$H_1 = \frac{1}{S_1} \int_{S_1} H \, dS \quad (2.51)$$

Buiten de permanente magneet geldt :

$$B_1 = \mu_1 H_1 \quad (2.52)$$

Als positieve richting voor de veldsterkte is de richting van de (bronnenloze) inductie gekozen.

Voor de flux Φ door het circuit kan worden geschreven :

$$\Phi = \int_{S_1} B \, dS = B_1 S_1 \quad (2.53)$$

of :

$$\Phi = B_0 S_0 = B_1 S_1 = \dots = B_k S_k = \dots = B_k S_k \quad (2.54)$$

Voor het berekenen van de flux kunnen wij dus volstaan met de gemiddelde inducties.

Passen wij (2.49) zodanig op het gesloten circuit toe, dat de integratie plaats heeft langs de lijnen der gemiddelde inductie, dan komt er het volgende resultaat :

$$H_0 l_0 + H_1 l_1 + \dots + H_k l_k = 0 \quad (2.55)$$

of :

$$H_0 = - \frac{H_1 l_1 + H_2 l_2 + \dots + H_k l_k}{l_0} \quad (2.56)$$

Aangezien H_1 t/m H_k positief zijn, d.w.z. gelijkgericht met B , is dus H_0 negatief.

Voor H_0 kunnen wij nog schrijven :

$$H_0 = - \frac{\frac{B_1}{\mu_1} l_1 + \frac{B_2}{\mu_2} l_2 + \dots + \frac{B_k}{\mu_k} l_k}{l_0} \quad (2.57)$$

of met behulp van (2.54) :

$$H_0 = - \frac{\Phi}{l_0} \sum_{i=1}^{i=k} \frac{l_i}{\mu_i S_i} \quad (2.58)$$

In de vorm tussen haken herkennen wij de uitwendige magnetische weerstand, waarmede de magneet is afgesloten. Binnen de magneet geldt :

$$B_0 = \mu_0 H_0 + 4 \pi M_p \quad (2.59)$$

waarin B_0 , H_0 en M_p gemiddelde waarden voorstellen.

Vermenigvuldigen wij beide leden van deze vergelijking met

$\frac{l_0}{\mu_0}$, dan krijgen wij :

$$\Phi \frac{l_0}{\mu_0 S_0} = H_0 l_0 + 4 \pi M_p \frac{l_0}{\mu_0} \quad (2.60)$$

In deze uitdrukking kan (2.58) worden ingevoerd, hetgeen na rangschikking oplevert :

$$\Phi = \frac{4 \pi M_p \frac{l_0}{\mu_0}}{\frac{l_0}{\mu_0 S_0} + \sum_{i=1}^{i=k} \frac{l_i}{\mu_i S_i}} \quad (2.61)$$

De noemer van deze breuk stelt de totale magnetische weerstand in het circuit voor; de teller vertegenwoordigt de magneto-motorische kracht :

$$M_0 = 4 \pi M_p \frac{l_0}{\mu_0} \quad (2.62)$$

Een dergelijke uitdrukking kan men in de literatuur wel

vinden.*

Wat betreft de energieverdeling in het veld kunnen wij nog het volgende opmerken. Voor (2.55) kan worden geschreven :

$$- H_0 l_0 = \sum_{i=1}^{i=k} H_i l_i \quad (2.63)$$

Vermenigvuldiging van de vergelijkingen (2.54) en (2.63) levert :

$$- \frac{1}{8\pi} H_0 B_0 l_0 S_0 = \sum_{i=1}^{i=k} \frac{1}{8\pi} H_i B_i S_i l_i \quad (2.64)$$

Het rechter lid van deze vergelijking stelt de magnetische energie buiten de magneet voor.

De betekenis van het linker lid, dat betrekking heeft op de permanente magneet, zal straks blijken bij een nadere bespreking van de meest gunstige vorm van de permanente magneet.

Er zijn magneetsystemen (o.a. dat van het telegraafrelais 43 a van Siemens en Halske), waarin om constructieve redenen twee gelijke permanente magneten zijn parallel geschakeld. Een dergelijk samenstelsel van magneten staat bekend als een magnetisch magazijn. De magnetomotorische kracht van het geheel is gelijk aan die van elk der samenstellende magneten; de inwendige weerstand van het magazijn is echter twee maal zo klein als die van één afzonderlijke magneet.

Indien om een gedeelte van het gesloten magnetische circuit nog een bekrachtigingswikkeling wordt geslagen, is het veld niet meer wervelvrij, zodat dan geldt :

$$\oint H_1 dl = 4 \pi w i \quad (2.65)$$

Op dergelijke wijze als in het wervelvrije geval kan nu voor Φ de volgende uitdrukking worden afgeleid :

$$\Phi = \frac{4 \pi M_p \frac{l_0}{\mu_0} + 4 \pi w i}{\frac{l_0}{\mu_0 S_0} + \sum_{i=1}^{i=k} \frac{l_i}{\mu_i S_i}} \quad (2.66)$$

Een bijdrage tot de totale, door de integratieweg omvatte, stroomintensiteit $w i$ wordt positief gerekend, indien het veld van die bijdrage gelijkgericht is aan de inductie langs de integratieweg.

*Archiv.f.Elektrotechnik, 8 d XVI, N 6, 1926, pag. 395-495.
O.Löbl : Zur Kenntnis des permanent magnetischen Feldes.
E.Kurz : Beiträge zur Kenntnis des perm. magn. Feldes.
K.Laub : Zustandsänderungen im permanent magnetischem Feld.

Uit (2.66) blijkt, dat :

$$M_0 = 4\pi M_p \frac{1_0}{\mu_0} \quad (2.67)$$

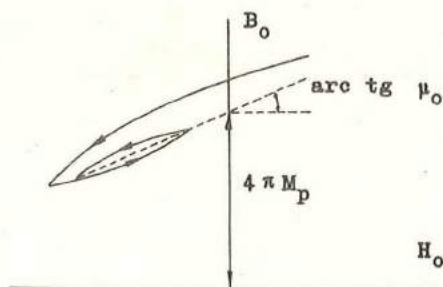
het permanent magnetische aandeel in de totale magnetomotorische kracht vertegenwoordigt.

Nu hebben wij voor het permanente veld ingevoerd :

$$B_0 = \mu_0 H_0 + 4\pi M_p \quad (2.59)$$

teneinde in de permanente magneet verband te leggen tussen B en H . Bij de wisselstroombel varieert evenwel de magnetische weerstand, waarmede de magneet is afgesloten en wij zullen dienen na te gaan, of bij dat proces nog wel een dergelijke formule als (2.59) mag worden gebruikt.

Het is uit experimenten van H. L. a u b² gebleken, dat voor magneten, vervaardigd uit de destijds meest voorkomende magnetische materialen, na een groot aantal cyclische veranderingen van de uitwendige magnetische weerstand, het verband tussen B en H kan worden voorgesteld door een smalle lus in het tweede kwadrant. Deze lus ligt in het tweede kwadrant, omdat in het zuiver permanent magnetische veld (voorlopig stellen wij even $i = 0$) de veldsterkte binnen de magneet tegengesteld gericht is aan de bronnenloze inductie, die steeds dezelfde richting vertoont. Er treedt bij niet te grote variaties een reversibel, stabiel proces in, waarbij de lus door een rechte lijn kan worden benaderd, waarvan de helling als de permeabiliteit μ_0 kan worden beschouwd, en die op de B -as een stuk afsnijdt gelijk aan 4π maal een permanente magnetisatie M_p . Een en ander is in fig. 2.21 verduidelijkt.



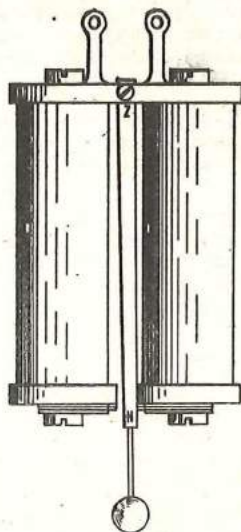
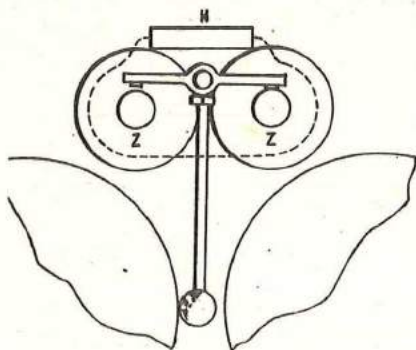
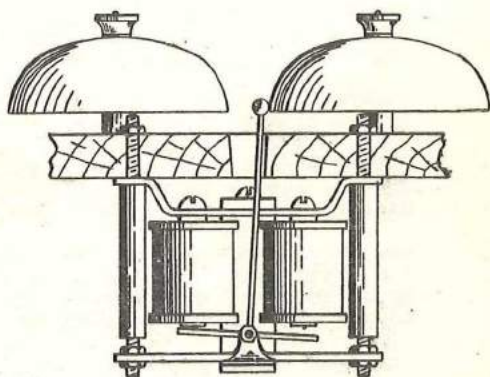
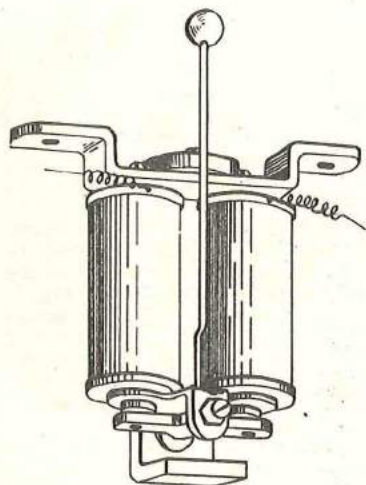
F I G U U R 2.21

Het verband tussen B_0 en H_0 bij variatie van de uitwendige magnetische weerstand.

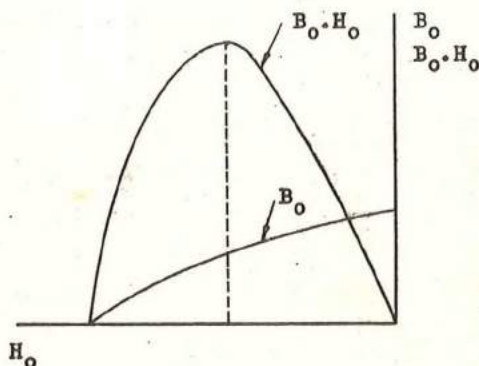
* zie de noot op de vorige bladzijde.

Verbohlende magnetische netwerken.

F I G U R 2.22



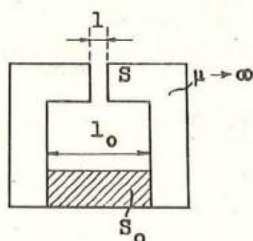
luchtspleet ter lengte l en met een doorsnede S een veldsterkte H wil verwekken, dient men na te gaan, met welk minimaal volume van permanent magnetisch materiaal dit mogelijk is. Dit probleem werd opgelost door A.Th.van Urk* door zich op de $B - H$ kromme van het betrokken materiaal te baseren.



F I G U U R 2.23

B_0 en $B_0 \cdot H_0$ als functie van H_0 .

In fig. 2.23 is een voorbeeld gegeven. Behalve het verband tussen B_0 en H_0 is ook het product $B_0 \cdot H_0$ uitgezet, en wel als functie van H_0 . Dit product blijkt een maximum te bezitten, waarvan de betekenis straks zal blijken.



F I G U U R 2.24

Magneet met poolschoenen.

*A.Th.van Urk : Het gebruik van moderne staalsoorten voor permanente magneten, Philips Techn.Tijdschrift No. 2, 1940. *

Ter vereenvoudiging wordt aangenomen, dat de magneet de inductielijnen toevoert over poolschoenen van zo grote permeabiliteit, dat daarin $H = 0$ mag worden gesteld (zie fig. 2.24). Toepassing van (2.55) levert :

$$H l = - H_0 l_0 \quad (2.68)$$

$$\text{Uit (2.54) volgt : } H S = B_0 S_0 \quad (2.69)$$

Vermenigvuldiging van de vergelijkingen (2.68) en (2.69) geeft

$$H^2 l S = - B_0 H_0 l_0 S_0 \quad (2.70)$$

Deze vergelijking is een bijzonder geval van (2.63) en brengt weer tot uitdrukking, hoe de energie in de luchtspleet samenhangt met de eigenschappen van de permanente magneet (rechter lid). Aangezien het linker lid vastligt, zal het product $l_0 S_0$, dat het volume van de permanente magneet voorstelt, zo klein mogelijk zijn, indien het product $B_0 H_0$

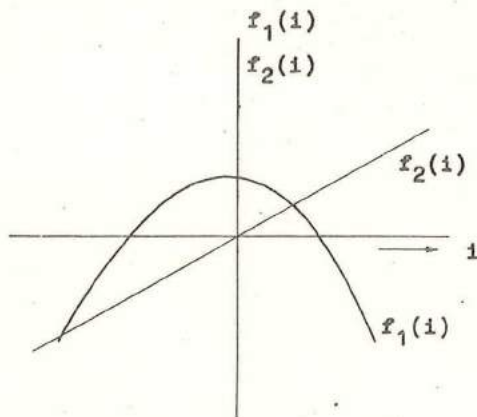
zo groot mogelijk gekozen wordt. De maximale waarde van $B_0 H_0$ kan uit de figuur worden afgelezen, evenals de bijbehorende waarden van B_0 en H_0 . Het gezochte minimale volume kan dus worden gevonden uit (2.70). De afmetingen l_0 en S_0 kunnen ook afzonderlijk worden bepaald uit resp. de vergelijkingen (2.68) en (2.69).

In het algemeen zal die staalsoort het geringste volume opleveren, waarvoor het product $B_0 H_0$ het grootst is. Een dergelijk materiaal kan echter zeer goed een lage remanentie bezitten. De vroeger veel toegepaste wolframstalen hadden een hoge remanentie. Vervangt men, bij gelijkblijvende afmetingen, een magneet door een andere, van een staalsoort met een hogere maximale waarde van $B_0 H_0$, dan is het resultaat in het algemeen teleurstellend, omdat het product $B_0 H_0$ voor de betere staalsoort bij de gegeven afmetingen niet maximaal behoeft te zijn. Verandering van materiaal brengt dus in den regel vormverandering mede.

De zojuist geschetste beschouwingwijze zouden wij ook op de wisselstroombel kunnen toepassen, door het anker bijv. in de middenstand vast te klemmen en de magneet op minimaal volume te dimensioneren ter verkrijging van een bepaalde gewenste veldsterkte in de luchtspleten. Het is echter de vraag, of de afmetingen van de aldus gedimensioneerde magneet constructief bruikbaar zijn.

Uit constructieve overwegingen wordt de magneet tegenwoordig als ronde of platte staaf uitgevoerd, die tussen de bekrachtigingsspoelen is aangebracht en tevens het draaipunt van het anker bevat. Er bestaat het gevaar, dat een dergelijke staafmagneet te ver wordt ontmagnetiseerd indien deze zich buiten het magnetische netwerk bevindt. Het is echter mogelijk de magneet in het circuit van de bel te magnetiseren door de bekrachtigingsspoelen tijdelijk zo te schakelen, dat in de magneet gelijkgerichte velden worden opgewekt.

Bij een wisselstroombel zijn van belang de gevoeligheid en de geluidsterkte. Zoals later zal blijken wordt de gevoeligheid bepaald door de drempelwaarde i_0 en hangt de geluidsterkte af van de bewegingsfactor b . Bij lange magneten zijn zowel i_0 als b in eerste instantie evenredig met het product $M_p S_0$. Overmatig opvoeren van b heeft weliswaar een grotere geluidsterkte tot gevolg, doch verlaagt tevens de gevoeligheid. Er moet dus steeds een compromis bestaan tussen geluidsterkte en gevoeligheid. Dit compromis is in de moderne bellen met lange magneten zeer zeker bereikt.



F I G U U R 2.8

$f_1(i)$ en $f_2(i)$

(Deze figuur behoort eigenlijk op pag. 2.8)

H O O F D S T U K 3

H E T A A N D R I J V E N D E K O P P E L

3.1 Ponderomotorische krachten in het magnetische netwerk.

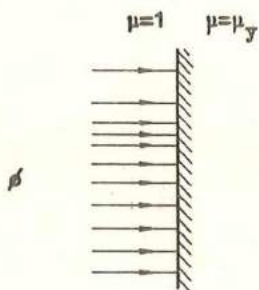
Uit de energiebalans van het electromagnetische veld kan worden berekend, dat op een volume-element dV de elementaire kracht :

$$d\vec{F} = - \frac{1}{8\pi} \cdot H^2 \cdot \nabla \mu \cdot dV \quad (3.1)$$

wordt uitgeoefend.[§] In woorden : er ontstaan in het veld krachten op die plaatsen, waar de permeabiliteit verandert; deze zijn tegengesteld gericht aan de toename van de permeabiliteit.

Uitdrukking (3.1) is geldig, zolang het verband tussen $\vec{B}$ en $\vec{H}$ lineair is, en er ter plaatse geen permanente magnetisatie aanwezig is.

Een moeilijkheid bij de toepassing van (3.1) op het in fig. 3.1 geschetste geval, waarin de permeabiliteit een sprong vertoont, ligt in de keuze van het volume-element dV . Wordt dV in het ijzer gekozen, dan is $\nabla \mu = 0$, omdat daar $\mu = \mu_y = \text{constant}$. Om de zelfde reden kan dV niet in de lucht gekozen worden.



De flux ϕ passeert loodrecht
het platte grensvlak tussen
lucht en ijzer

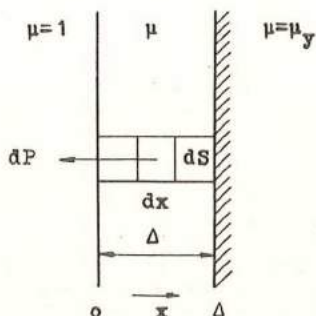
F I G U U R 3.1

Teneinde de permeabiliteitsprong mathematisch handelbaar te maken, wordt verondersteld, dat er tussen lucht en ijzer een fictieve grenslaag aanwezig is, waarin de permeabiliteit

[§] Prof. Jhr. Dr. G. J. Elias : Collegedictaat Theorie van Maxwell

toeneemt van 1 tot μ_y . Wij zullen zien, dat nòch de dikte van deze laag, nòch de wijze waarop de permeabiliteit in deze laag verandert van 1 tot μ_y , op de uitkomst van invloed is.

Een en ander is in fig. 3.2 verduidelijkt. Aangezien de grenslaag fictief is, zal het steeds mogelijk zijn, haar zonder permanente magnetisatie en met een lineair verband tussen B en H te denken.



F I G U U R 3.2

De fictieve grenslaag .

Bij de verdere berekening zullen wij van de vectornotatie afzien. De absolute waarde van $\nabla \mu$ is gelijk aan :

$$|\nabla \mu| = \frac{d\mu}{dx} \quad (3.2)$$

Voor het volume-element dV schrijven wij :

$$dV = dx \cdot dS \quad (3.3)$$

De formules worden eenvoudiger, door voorlopig te werken met de kracht per eenheid van oppervlakte dP^I . Wij vinden dan, met behulp van de vergelijkingen (3.1), (3.2) en (3.3) :

$$dP^I = \frac{1}{8\pi} \cdot H^2 \cdot \frac{d\mu}{dx} \cdot dx \quad (3.4)$$

Hieruit valt dus dx weg .

Aangezien de normale componenten van de inductie in de grenslaag continu is, dus geen functie van x , kunnen wij met voordeel schrijven :

$$dP^I = \frac{B^2}{8\pi} \cdot \frac{d\mu}{\mu^2} \quad (3.5)$$

Integratie over de grenslaag levert ons voor de kracht per eenheid van oppervlakte :

$$P^I = \frac{B^2}{8\pi} \int_1^{\mu_y} \frac{d\mu}{\mu^2} \quad (3.6)$$

of wel :

$$P^I = \frac{B^2}{8\pi} \left(1 - \frac{1}{\mu_y} \right) \quad (3.7)$$

De totale kracht, die op de grenslaag wordt uitgeoefend, wordt natuurlijk :

$$P = \frac{1}{8\pi} \left(1 - \frac{1}{\mu_y} \right) \int_S B^2 dS \quad (3.8)$$

Deze vergelijking geldt dus voor loodrecht invallende krachtlijnen. Voor scheef invallende lijnen kan een soortgelijke uitdrukking worden afgeleid, die wij hier echter achterwege zullen laten. Uit (3.8) volgt nog, dat $P=0$ voor $\mu_y = 1$, hetgeen wij natuurlijk mogen verwachten.

Is het veld homogeen, dan mag voor (3.8) worden geschreven:

$$P = \frac{\Phi^2}{8\pi S} \left(1 - \frac{1}{\mu_y} \right) \quad (3.9)$$

Bij week ijzer is dikwijls $\mu_y \gg 1$. In dat geval ontstaat de bekende grondwet van de magnetische aantrekking¹⁸ :

$$P = \frac{\Phi^2}{8\pi S} \quad (3.10)$$

Deze wet moet dus als een benadering worden opgevat, geldig voor een homogene flux, die loodrecht door het grensvlak tussen lucht en ijzer van hoge permeabiliteit treedt.

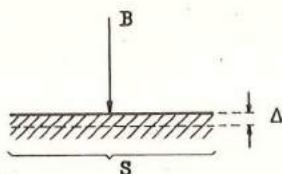
Nu kan vergelijking (3.8) ook worden afgeleid door gebruik te maken van een virtuele verplaatsing van het grensvlak. Zie hiervoor fig. 3.3. De verplaatsing Δ wordt zo klein verondersteld, dat de inductie niet verandert; zij moet bovendien zodanig worden uitgevoerd, dat andere grensvlakken op hun plaats blijven.

Door het verplaatsen van het grensvlak wordt het luchtvolume vergroot met de bijdrage :

$$\Delta \cdot S$$

waarin S de oppervlakte van het grensvlak voorstelt.

¹⁸ F.Breisig : Theoretische Telegrafie , 1910 , pag 134 .



F I G U U R 3.3

Virtuële verplaatsing van het grensvlak.

Bij constant blijvende inductie neemt de energie in de lucht toe met een bedrag :

$$\frac{\Delta}{8 \pi} \cdot \int_S B^2 dS \quad (3.11)$$

Deze energie wordt in de eerste plaats door ons zelf geleverd omdat wij het grensvlak, tegen de trekkracht P in, over de afstand Δ moeten verplaatsen, waarbij wij dus de arbeid :

$$P \cdot \Delta \quad (3.12)$$

leveren.

Maar ten tweede moeten wij er rekening mee houden, dat het ijzervolume met een bedrag :

$$\Delta \cdot S$$

wordt verkleind, aangezien alle andere grensvlakken op hun plaats blijven. Bij gelijkblijvende inductie staat het ijzer dus een energie :

$$\frac{\Delta}{8 \pi \mu_y} \cdot \int_S B^2 dS \quad (3.13)$$

af aan de lucht.

De volledige energiebalans luidt dus :

$$P \cdot \Delta + \frac{\Delta}{8 \pi \mu_y} \cdot \int_S B^2 dS = \frac{\Delta}{8 \pi} \cdot \int_S B^2 dS \quad (3.14)$$

$$\text{of wel :} \quad P = \frac{1}{8 \pi} \left(1 - \frac{1}{\mu_y} \right) \int_S B^2 dS \quad (3.15)$$

Teneinde het betoog evenwel niet overbodig formeel te maken zullen wij in het vervolg veronderstellen, dat bij de belasting :

$$\frac{1}{\mu_y} \ll 1, \text{ zodat de formule } P = \frac{\Phi^2}{8\pi S} \quad (3.10)$$

zonder bezwaar kan worden toegepast.

3.2 Berekening van het koppel onder verwaarlozing van het effect van de spreiding, de wervelstromen en de verzadiging.

Wij veronderstellen voorlopig, dat slechts de fluxen Φ_1 en Φ_2 (zie bijv. fig. 2.17) bijdragen tot het op het anker uitgeoefende koppel.

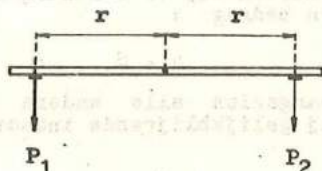
De flux Φ_1 , die wij homogeen veronderstellen, levert de kracht :

$$P_1 = \frac{\Phi_1^2}{8\pi S} \quad (3.16)$$

Evenzo geeft Φ_2 de kracht :

$$P_2 = \frac{\Phi_2^2}{8\pi S} \quad (3.17)$$

Deze twee krachten zijn in fig. 3.4 getekend.



F I G U U R 3.4

De krachten P_1 en P_2 .

Zij vormen te zamen een koppel K , dat wij rechtsonder posietief zullen noemen :

$$K = \frac{r}{8\pi S} (\Phi_2^2 - \Phi_1^2) \quad (3.18)$$

of :

$$K = \frac{r}{8\pi S} (\Phi_2 - \Phi_1) (\Phi_2 + \Phi_1) \quad (3.19)$$

Met behulp van de vergelijkingen (2.31) en (2.25) kunnen wij hiervoor schrijven :

$$K = \frac{r}{8 \pi S w} \cdot \Phi_3 \cdot \phi \quad (3.20)$$

Maken wij gebruik van (2.30), (2.41) en (2.42), dan krijgen wij voor K :

$$K = k_1 \cdot i + k_2 \cdot \alpha + k_3 \cdot i^2 \cdot \alpha + k_4 \cdot i \alpha^2 \quad (3.21)$$

waarin :

$$k_1 = \frac{2 M_o \theta_o (2 \theta_3 + \theta_c) r w}{N^2 S} \quad (3.22)$$

$$k_2 = \frac{M_o^2 \theta_c r^2}{2 \pi N^2 S^2} \quad (3.23)$$

$$k_3 = \frac{8 \pi (2 \theta_3 + \theta_c) r^2 w^2}{N^2 S^2} \quad (3.24)$$

$$k_4 = \frac{2 M_o w r^3}{N^2 S^3} \quad (3.25)$$

Evenals vroeger de b - coëfficiënten beschouwen wij de coëfficiënten k globaal als weinig van α afhankelijk, omdat zij het kwadraat van de factor :

$$\frac{1}{N}$$

bevatten, zie (2.45) en (2.46) .

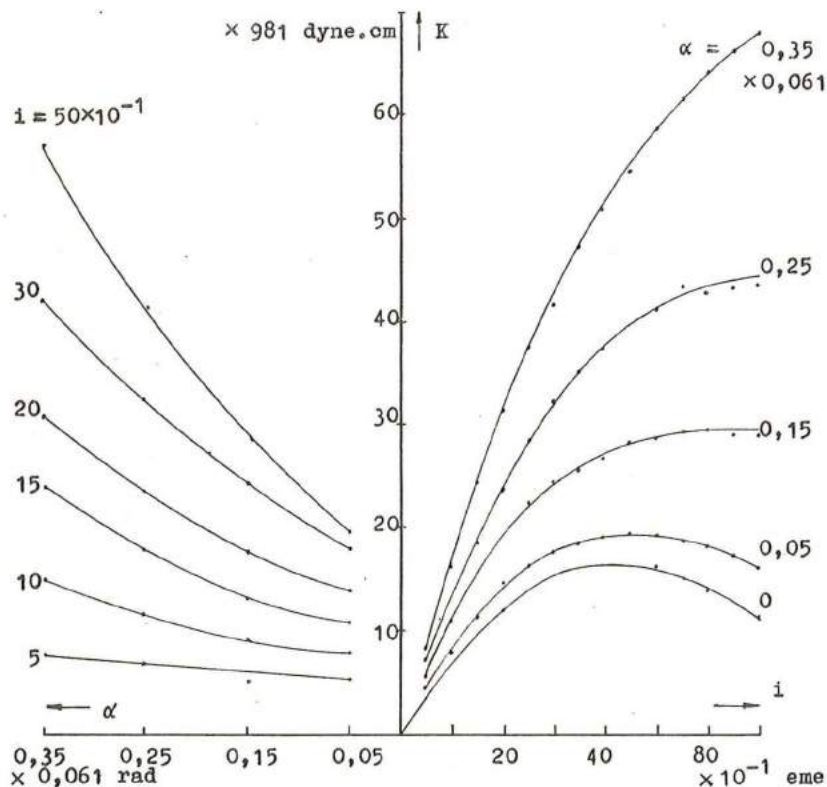
Wij hebben experimenteel bepaald, in hoeverre vergelijking (3.21) kwalitatieve correctie behoeft. Dit is geschied door aan een Siemensbel het koppel te meten bij verschillende waarden van i en van α . Een schaar van dergelijke krommen is in fig. 3.5 weergegeven.

Wij zien bijv. K als functie van i bij verschillende waarden van α . Omdat alle k - coëfficiënten positief zijn, kan met (3.21) niet worden verklaard, waarom de gemeten krommen naar boven bol zijn. Er ontbreekt een term :

$$- k_5 \cdot i^3 \quad (3.26)$$

waarin $k_5 > 0$.

De noodzakelijkheid van deze term blijkt ook uit een beschouwing van de in het tweede kwadrant getekende krommen, die K weergeven als functie van α bij verschillende waarden van



F I G U U R 3.5

Het koppel als functie van i en α .

Teneinde een meer praktisch inzicht in de meetresultaten te geven zijn de getallen op de i - as zo gekozen, dat zij mA aangeven. De getallen op de K - as vertegenwoordigen g.cm, terwijl die op de α - as de boog in mm uitdrukken.

de stroomsterkte. Weliswaar zijn deze, in overeenstemming met (3.21), hol naar boven, doch de waarden voor $\alpha = 0$, die volgens (3.21) evenredig moeten zijn met de stroomsterkte, zijn vooral bij grote i , te laag. Brengen wij ook term (3.26) in rekening, dan vinden wij bij $\alpha = 0$:

$$K = k_1 \cdot i - k_5 \cdot i^3 \quad (3.27)$$

waaruit de ligging van de snijpunten met de K - as kan worden verklaard.

Wij zullen nu motiveren, waarom voor (3.26) een derde macht van i werd ingevoerd. In de eerste plaats moet K aan de symmetrie-eis voldoen van teken te wisselen doch gelijk te blijven indien zowel i als α van teken veranderen. Bij alle termen moet daarom de som van de machten van i en α oneven zijn. De laagste macht van i , die in aanmerking komt is de derde. Uit de volgende overwegingen, waarin verband gelegd wordt tussen :

$$K \text{ en } \frac{\delta\phi}{\delta\alpha}$$

blijkt, dat wij niet hoger dan de derde macht behoeven te zoeken.

De elektrische vergelijking van het magneetsysteem luidt :

$$u = i \cdot R + \frac{d\phi}{dt} \quad (2.1)$$

Vermenigvuldiging van beide leden met $i \, dt$ levert :

$$u \cdot i \cdot dt = i^2 \cdot R \cdot dt + i \cdot d\phi \quad (3.28)$$

Het linker lid van deze vergelijking stelt de energie voor, die de generator in het tijdsdeeltje dt aan de bel toevoert. In het rechterlid vertegenwoordigt $i^2 \cdot R \cdot dt$ de in de bekrachtigingswikkeling gedissipeerde warmte, zodat de term $i \, d\phi$ de som van de toename van de magnetische energie en de geleverde mechanische arbeid $K \, d\alpha$ is. Noemen wij verder de magnetische energie van het systeem A , dan krijgen wij dus:

$$i \cdot d\phi = dA + K \cdot d\alpha \quad (3.29)$$

Nu zijn zowel ϕ als A functies van i en α , m.a.w. :

$$d\phi = \frac{\delta\phi}{\delta i} di + \frac{\delta\phi}{\delta\alpha} d\alpha \quad (3.30)$$

$$dA = \frac{\delta A}{\delta i} di + \frac{\delta A}{\delta\alpha} d\alpha \quad (3.31)$$

Combinatie van de laatste drie vergelijkingen levert :

$$i \frac{\delta \phi}{\delta i} di + i \frac{\delta \phi}{\delta \alpha} d\alpha = \frac{\delta A}{\delta i} di + \frac{\delta A}{\delta \alpha} d\alpha + K d\alpha \quad (3.32)$$

$$\text{of wel : } \left(i \frac{\delta \phi}{\delta i} - \frac{\delta A}{\delta i} \right) di + \left(i \frac{\delta \phi}{\delta \alpha} - \frac{\delta A}{\delta \alpha} - K \right) d\alpha = 0 \quad (3.33)$$

Om hieraan te voldoen voor alle waarden van i en α moet :

$$1 \frac{\delta \phi}{\delta i} = \frac{\delta A}{\delta i} \quad (3.34)$$

$$\text{en} \quad K = i \frac{\delta \phi}{\delta \alpha} - \frac{\delta A}{\delta i} \quad (3.35)$$

Wij wijzen er op, dat deze laatste formule volkomen correct is, zolang voor A de energie van het gehele systeem, inclusief de spreiding wordt ingevuld, en ook bij ϕ met de spreiding wordt rekening gehouden.

Nu hebben wij in punt 2.3 experimenteel de gedaante van $\frac{\delta \phi}{\delta \alpha}$ bepaald, en geconstateerd, dat daarin een term $-b_3 \cdot i^2$ voorkwam, die niet uit de berekening volgde. Volgens vergelijking (3.35) komt daardoor K een term :

$-b_3 i^3$ te bevatten, hetgeen in overeenstemming is met de term $-k_5 i^3$, die in het koppel werd gemeten. Wij merken nog op, dat de meting van het koppel statisch geschiedde, d.w.z. zonder dat er sprake was van wervelstromen. Dit wijst er op, dat wij inderdaad b_3 voornamelijk aan niet-lineair gedrag van het ijzer moeten toeschrijven.

3.3 De invloed van de spreiding op het koppel.

Tot nu toe hebben wij voor de bepaling van het koppel gebruik gemaakt van de fluxen ϕ_1 en ϕ_2 , en geen rekening gehouden met de spreiding. De berekende uitdrukking (3.21) voor K stemt evenwel kwalitatief met het experiment overeen afgezien van de aan verzadiging toegeschreven term met i^3 . In elk geval introduceert het verwaarlozen van de spreiding dus geen nieuwe machten van i en α .

In vergelijking (3.35) stelt ϕ de totale gekoppelde flux voor, die door de bekrachtigingswikkeling wordt omvat, en A de totale magnetische energie in het systeem.

Het gestyleerde veld, gevormd door de fluxen ϕ_1 en ϕ_2 tot ϕ de bijdrage :

$$\phi_0 = w (\phi_1 + \phi_2) \quad (3.36)$$

Het spreidingsveld geeft het aandeel ϕ_s , zodat :

$$\phi = \phi_0 + \phi_s \quad (3.37)$$

Op dergelijke wijze splitsen wij de veldenergie A in A_0 , de energie van het gestyleerde veld, en A_s , de energie van het spreidingsveld :

$$A = A_0 + A_s \quad (3.38)$$

Uit de vergelijkingen (3.35), (3.37) en (3.38) volgt, dat voor K kan worden geschreven :

$$K = K_0 + K_s \quad (3.39)$$

waarin :

$$\text{het nuttige koppel } K_0 = i \frac{\delta \phi_0}{\delta \alpha} - \frac{\delta A_0}{\delta \alpha} \quad (3.40)$$

$$\text{het spreidingskoppel } K_s = i \frac{\delta \phi_s}{\delta \alpha} - \frac{\delta A_s}{\delta \alpha} \quad (3.41)$$

Het is helaas niet mogelijk K_s uit vergelijking (3.41) te berekenen omdat wij voor het bepalen van ϕ_s en A_s als functie van i en α slechts ijzervijlsselfiguren ter beschikking hebben. Wij kunnen echter verwachten, dat :

$$\frac{\delta \phi_s}{\delta \alpha} \text{ en } \frac{\delta A_s}{\delta \alpha} \text{ veel kleiner zullen zijn dan resp. } \frac{\delta \phi_0}{\delta \alpha} \text{ en } \frac{\delta A_0}{\delta \alpha},$$

omdat een beschouwing van de ijzervijlsselfiguren 2.17 t/m 2.19 leert, dat slechts het spreidingsveld in de onmiddellijke omgeving van het anker door de stand daarvan zal worden beïnvloed.

Er is nog een andere wijze om het spreidingskoppel te interpreteren. Zoals bijv. uit fig. 2-19 te zien is, treden de spreidingslijnen loodrecht uit de bovenzijde van het anker. Uit vergelijking (3.8) volgt, dat op een oppervlakte-element dS aan de bovenzijde van het anker een elementaire kracht

$$dP = \frac{B^2}{8\pi} dS \quad (3.42)$$

wordt uitgeoefend, indien tenminste $\frac{1}{\mu_y} \ll 1$.

Bevindt het element zich op een afstand q van het draaipunt van het anker, dan is er dus tot het spreidingskoppel de bijdrage :

$$dK_s = q dP \quad (3.43)$$

Voor het spreidingskoppel komt er dus :

$$K_s = \int q \, dP \quad (3.44)$$

Voor een berekening van K_s moeten wij dus B kennen in elk punt van de bovenzijde van het anker, en wel als functie van i en van α . Nu wordt een stylering van het spreidingsveld bemoeilijkt door het feit, dat de gedaante van dat veld afhankelijk is van de stroomsterkte. Dit blijkt bijv. duidelijk uit de figuren 2.17 en 2.19. De ijzervijlselfiguren, die bij verschillende stroomsterkten behoren, zijn dus niet gelijkvormig. De oorzaak is de aanwezigheid van het permanente veld. Bij het neutrale relais bijv. doet deze moeilijkheid zich niet voor, zodat de spreiding zich daar beter voor berekening leent. Een tweede moeilijkheid is, dat wij aan de bovenzijde van het anker de inductie moeten kennen als functie van α . Deze afhankelijkheid kan bezwaarlijk uit ijzervijlselfiguren worden bepaald. Wij achten het gemotiveerd een diepergaande berekening van K_s achterwege te laten.

3.4 Over de drempel - en grendelwaarden van het magnetische netwerk.

De minimale stroom, waarmede een magneetsysteem kan worden bedreven, wordt door de drempelwaarde van dat systeem bepaald.

Ligt het anker bijv. in de stand $\alpha = -\alpha_0$, d.w.z. tegen de linker kern, dan is slechts een positief koppel in staat het anker in beweging te brengen; een negatief koppel zou het anker alleen maar vaster tegen de kern drukken. In deze situatie past bij een positief koppel een positieve stroom. Door het stellen van $K = 0$ bij $\alpha = -\alpha_0$ kan worden bepaald, hoe groot deze positieve stroom minstens moet zijn om het anker in beweging te brengen. Gebruiken wij voorlopig de berekende uitdrukking (3.21), dan komt er :

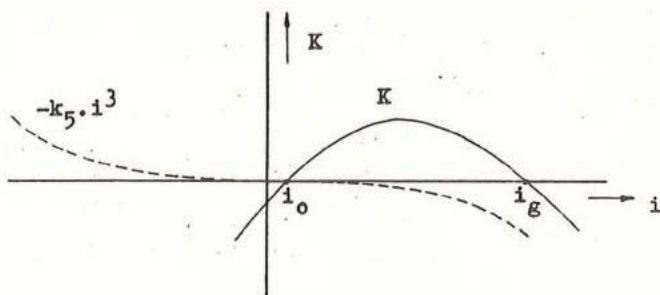
$$i^2 - \frac{k_1 + k_4 \cdot \alpha_0^2}{k_3 \cdot \alpha_0} i + \frac{k_2}{k_3} = 0 \quad (3.45)$$

De twee waarden van i , die hieraan voldoen, kunnen worden bepaald met behulp van de vergelijkingen (2.2), (3.22), (3.23), (3.24) en (3.25), hetgeen oplevert :

$$i_0 = \frac{M_0 h}{8 \pi w s (2 \theta_3 + \theta_0)} \quad (3.46)$$

$$i_g = \frac{M_0 \theta_c s}{2 \pi w h} \quad (3.47)$$

De kleinste van deze twee positieve wortels is i_0 , die wij de drempelwaarde noemen. De grootste noemen wij de grendelwaarde i_g . Deze benamingen zullen worden verduidelijkt aan de hand van fig. 3.6, waarin het koppel is uitgezet als



F I G U U R 3.6

K als functie van i bij het anker
in de stand $\alpha = -\alpha_0$

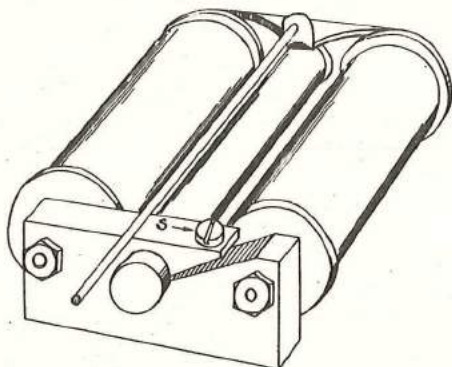
functie van i in de ankerstand $\alpha = -\alpha_0$. Onderzoek van deze kromme toont, dat bij $i = \frac{1}{2} (i_0 + i_g)$ het maximum $K = \frac{1}{4} k_3 \alpha_0 (i_g - i_0)^2$ voorkomt.

Bekrachtigen wij de bel met een negatieve stroom, dan is K negatief en het anker blijft in rust. Het koppel wordt pas positief indien $i > i_0$. De stroom moet dus een zekere drempelwaarde i_0 overschrijden om het anker te doen bewegen. Slechts voor $i_0 < i < i_g$ is $K > 0$. Houden wij het anker gefixeerd in de stand $-\alpha_0$ en voeren wij de stroom op tot boven i_g , dan is wederom $K < 0$, d.w.z. het anker komt niet in beweging, indien wij het nu loslaten. Het anker is a.h.w. vergrendeld, ondanks het feit, dat de stroom boven de drempelwaarde ligt.

De drempelwaarde kan worden gemeten door de bel met een kleine gelijkstroom te bekrachtigen, en deze zolang met kleine trappen op te voeren, tot het anker overslaat. Het blijkt daarbij, dat dergelijke metingen sterk worden beïnvloed door de voorgeschiedenis van het ijzer. Teneinde reproduceerbare resultaten te verkrijgen is het noodzakelijk het ijzer vóór elke meting in een stabiele toestand te brengen door de bel een tijd lang met een wisselstroom te magnetiseren. Dit is bovendien meer in overeenstemming met de bedrijfstoestand, waarin de bekrachtigingsstroom zelf voor het stabiliseren zorgt.

De gang van zaken is nu als volgt: met behulp van een wisselstroom (stabilisatiestroom genaamd) wordt de bel enige tijd bekrachtigd. Onmiddellijk na het wegnemen van de stabilisatiestroom wordt een kleine gelijkstroom op de bel geschakeld. Blijkt het anker op deze gelijkstroom niet over te slaan, dan wordt de stabilisatiestroom weer ingeschakeld en het proces herhaald, doch bij wat grotere gelijkstroom enz. enz., tot het anker eindelijk overslaat. De waarde van de gelijkstroom,

waarbij dit geschiedt, wordt als de drempelwaarde i_0 beschouwd.



F I G U U R 3.7

Het magneetsysteem van de
Siemensbel

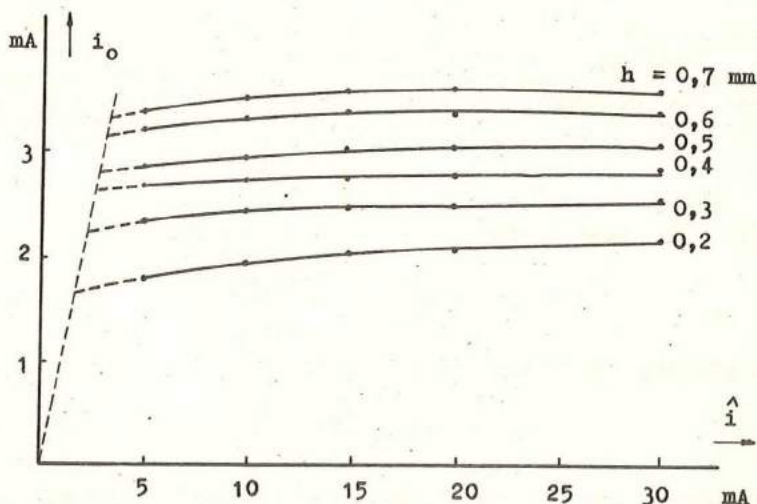
Ter controle hebben wij aan een Siemensbel de drempelwaarde gemeten bij verschillende waarden van de slagwijdte. Bij de Siemensbel wordt de permanente magneet, die tevens het anker draagt, in het juk vastgeklemd met behulp van de schroef S (zie fig. 3.7). Door verschuiving van de magneet kan zodoende de slagwijdte worden ingesteld. Het gevolg is echter, dat er slechts in één jukhelft een extra spleet voorkomt, die het magneetsysteem enigszins onsymmetrisch maakt. De twee drempelwaarden, die passen bij de ankerstanden $\alpha = -\alpha_0$ en $\alpha = +\alpha_0$ zijn daardoor ongelijk, zij verschillen ongeveer 3%. In het vervolg geven wij steeds de gemiddelde waarde op.

Fig. 3.8 toont i_0 als functie van i , de maximale waarde van de stabilisatiestroom, voor enkele waarden van de slagwijdte.

Het toenemen van i_0 bij stijgende i kan worden verklaard met een vermindering van θ_0 . Zoals wij straks bij de impedantiemetingen zullen zien, neemt de zelfinductie van de bel met het anker in de middenstand vastgeklemd, toe met i . Wij meten dan, vergelijk (2.5) :

$$L = \frac{\delta\phi}{\delta i} \quad (3.48)$$

Blijkens (2.42) is dan :



F I G U U R 3.8

De drempelwaarde als functie van de maximale waarde van de stabilisatiestroom.

$$L = \frac{8 \pi w^2 (2 \theta_3 + \theta_c)}{N} \quad (3.49)$$

Nu is in de middenstand van het anker $\alpha = 0$, zodat uit (2.41) volgt, dat :

$$N = \theta_c (2 \theta_3 + \theta_c) \quad (3.50)$$

Voor L komt er dus :

$$L = \frac{8 \pi w^2}{\theta_c} \quad (3.51)$$

De stijging van L moet dus ook door een daling van θ_c worden veroorzaakt.

Fig. 3.9 geeft het verloop van de drempelwaarde als functie van de slagwijde bij verschillende waarden van de stabilisatiestroom.

Het blijkt, dat i_0 niet zuiver recht evenredig is met h , waarvoor een aantal oorzaken zijn. In de eerste plaats neemt θ_c met h toe :

$$\theta_c = \frac{r\alpha_o}{s} + \frac{d}{s} + \theta_a + \theta_k + \theta_j \quad (2.39)$$

$$\text{of : } \theta_c = \frac{h}{2S} + \frac{d}{S} + \theta_a + \theta_k + \theta_j \quad (3.52)$$

Voorts geschiedt het instellen van de slagwijdte door het in- en uitschuiven van de permanente magneet, die daardoor van lengte verandert. Tevens zijn daardoor de magnetische weerstand en de magnetomotorische kracht van de magneet aan variatie onderhevig. Bij de slagwijdte $h = 0$ is de magneet zo kort mogelijk, n.l. l_{00} . Men ziet gemakkelijk, dat :

$$l_o = l_{00} + \frac{1}{2} h \quad (3.53)$$

Voor $2\theta_3$ komt er dus :

$$2\theta_3 = 2\theta_{l_o} + \frac{2l_{00} + h}{\mu_o S_o} \quad (3.54)$$

en, gebruik makend van (2.62) voor M_o :

$$M_o = 4\pi M_p \frac{l_{00} + \frac{1}{2} h}{\mu_o} \quad (3.55)$$

Combinatie van (3.46), (3.52), (3.54) en (3.55) geeft tenslotte na uitwerking :

$$i_o = \frac{M_p \cdot h}{4\pi\mu_o \left(\frac{1}{\mu_o S_o} + \frac{2\theta_{l_o} + \frac{h}{2S} + \frac{d}{S} + \theta_a + \theta_k + \theta_j}{2l_{00} + h} \right)} \quad (3.56)$$

De noemer van deze breuk neemt langzaam met h toe, omdat $2l_{00} \gg h$.

Zoals wij reeds in punt 2.5 uiteenzetten, neemt M_p af indien h toeneemt. Hiermede, en met (3.56) wordt dus verklaard, waarom i_o niet recht evenredig met h toeneemt.

Indien de magneet lang genoeg is, zal bij benadering :

$$i_o = \frac{M_p S_o h}{4\pi w S} \quad (3.56 a)$$

d.w.z. onafhankelijk van de lengte van de permanente magneet.

De grenselwaarde wordt in de literatuur niet genoemd. Toch kan zij praktisch worden aangetoond, en oefent zij wel degelijk invloed uit op de werking van de bel, voornamelijk bij overbelasting. Een Siemensbel, $2 \times 300 \Omega$, $2 \times 6600 w$, $h = 0,5 mm$, vibreert uitstekend op een wisselspanning van $75 V$, $50 Hz$. Past men daarentegen een spanning van $220 V$, $50 Hz$ toe, dan

blijft het anker in rust. De oorzaak van dit merkwaardige gedrag is, dat de snel aangroeiende stroom de grendelwaarde bereikt, éér het anker merkbaar in beweging is gekomen. Ook bij het afnemen van de stroom doorloopt deze het gebied tussen i_0 en i_g zo snel, dat het anker geen tijd krijgt om over te slaan. Het anker kan weer op gang worden gebracht door het verkleinen van de slagwijdte. Blijkens (3.47) stijgt daardoor de grendelwaarde.

In de telegraaftechniek bekrachtigt men polaire relais met gelijkstroom in circuits met zeer kleine tijdsconstanten. Hiervan wordt bij berekeningen wel gebruik gemaakt door de stroom tijdens de ankerbeweging constant te stellen, omdat deze practisch onmiddellijk na het inschakelen de eindwaarde bereikt.* Inmiddels kan men deze eindwaarde nooit boven de grendelwaarde kiezen, omdat dan het anker in het geheel niet overslaat.

In onderstaande tabel zijn verschillende, bij elkaar behorende waarden van i_0 en i_g vermeld, zoals deze aan een Siemensbel werden gemeten. Naar uit (3.47) kan worden verwacht, neemt i_g af bij toenemende slagwijdte. Het product van i_0 en i_g blijkt echter maar weinig te variëren.

h	i_0	i_g	$i_0 \cdot i_g$
mm	mA	mA	(mA) ²
0,3	2,6	44	116,6
0,4	2,8	41	114,8
0,5	3,1	37	114,7
0,6	3,4	34	114,6

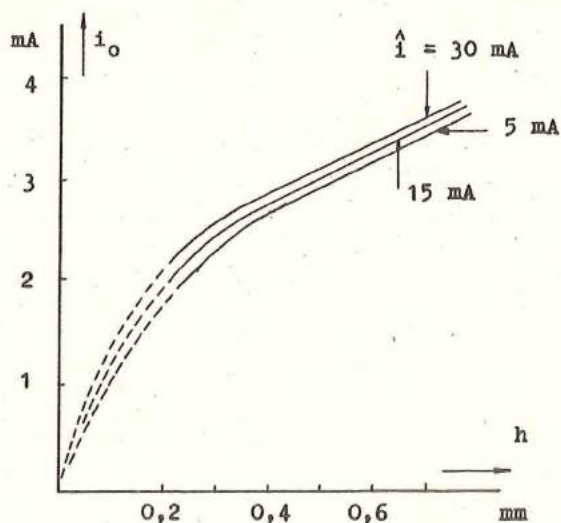
Bij het afleiden van de uitdrukkingen (3.46) en (3.47) hebben wij gebruik gemaakt van de berekende uitdrukking (3.21). Feitelijk hoort daarin nog de term $-k_5 \cdot i^3$, die door het experiment werd opgeleverd, te worden verdisconteerd. Tekenen wij daartoe in fig. 3.6 gestippeld de term $-k_5 \cdot i^3$, dan zien wij, dat i_0 practisch niet verandert, doch dat i_g wordt verkleind. Tevens wordt door de term $-k_5 \cdot i^3$ een derde, negatieve wortel geïntroduceerd, die echter zo onpractisch hoog ligt, dat wij er verder geen aandacht aan zullen besteden.

3.5 Benaderingen voor het koppel en de elektrische vergelijking.

De motivering van de nu in te voeren benaderingen ligt in het feit, dat de ankerbeweging zich meestal bij betrekkelijk lage stroomsterkten afspeelt.

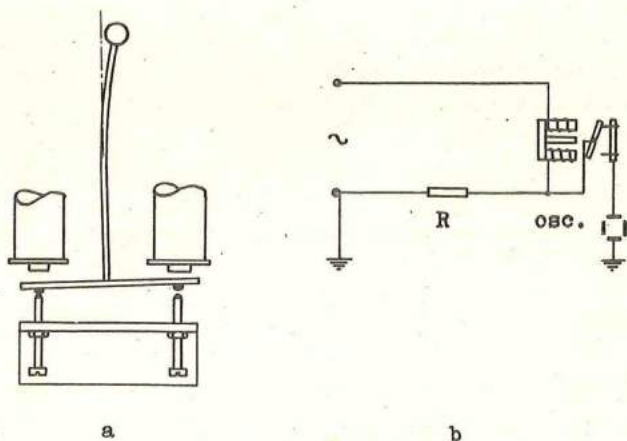
In het normale bedrijf kent het anker tijdperken van afwisselend rust en beweging. Ligt het in de stand $\alpha = -\alpha_0$, dan

* Ir. H. C. A. van Duuren : Typedruktelegrafie op Radioverbindingen, Proefschrift Delft 1941, pag. 57



F I G U U R 3.9

De drempelwaarde als functie van de slagwijdte bij verschillende waarden van de stabilisatiestroom.



F I G U U R 3.10

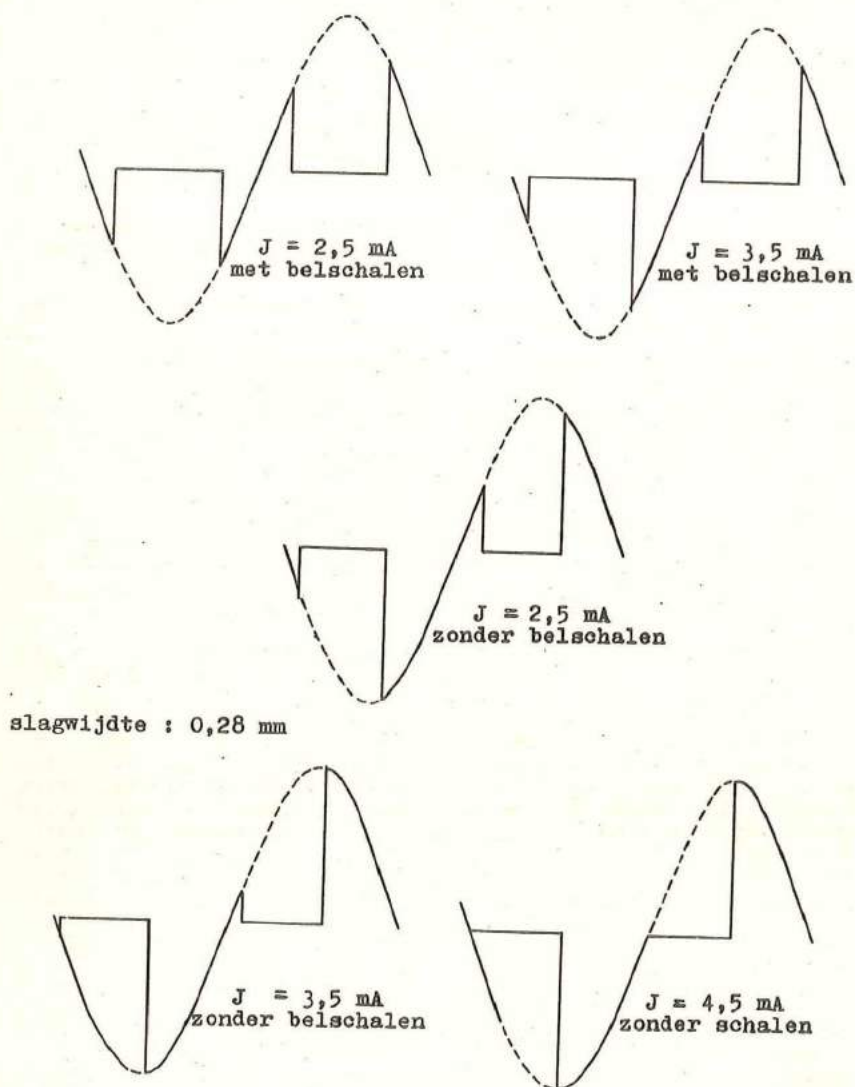
Het meten van de dynamische drempelwaarde.

moet het koppel positief zijn om beweging te veroorzaken. De stroom moet daartoe positief zijn, en bovendien groter dan i_0 . Na de botsing met de andere kern blijft het anker in de stand $+\alpha_0$ liggen. Om het anker weer naar de stand $-\alpha_0$ terug te drijven is een negatief koppel noodzakelijk. De bekrachtigingsstroom moet dan negatief zijn en $< -i_0$. Vergroting van de stroom na de ankerbotsing is van geen betekenis voor het versnellen van het anker, waar het tenslotte bij de wisselstroombel om gaat. Dit is o.a. de reden, dat de bel ondanks variërende stroomsterkte een praktisch constante geluidsdruk levert.

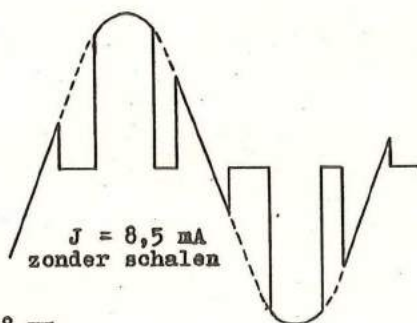
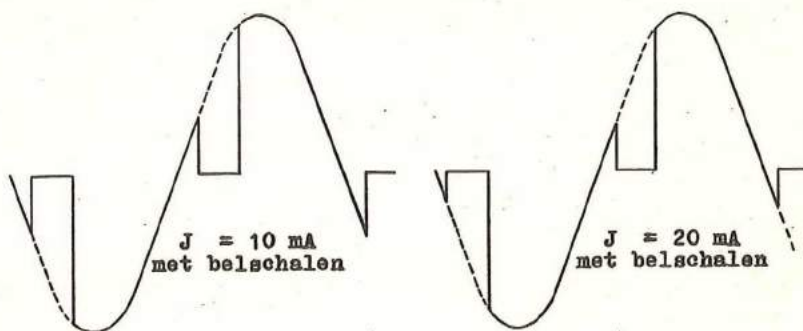
Wegens enkele oorzaken komt het anker in de bedrijfstoestand niet in beweging op het tijdstip, waarop de stroom de berekende drempelwaarde i_0 passeert. Wervelstromen veroorzaken fazeverschuivingen tussen koppel en bekrachtigingsstroom, waardoor het koppel later door 0 gaat, dan i door i_0 . Er is dus een vergroting van de drempelwaarde. Bij het polaire relais is dit het enige dynamische effect. Bij de wisselstroombel treedt echter juist een verlaging van de drempelwaarde op. De oorzaak hiervan is de klepel, die met behulp van een verende stang aan het anker is verbonden. Na het stuiten van het anker tegen de kern vliegt de klepel dóór en komt één of twee maal met de belschaal in botsing. Daarna trilt de klepel uit op de klepelstang. De klepelstang tracht daarbij het anker van de kern los te rukken. In de omgeving van de nulpunten van de bekrachtigingsstroom wordt op het anker slechts een klein koppel van electromagnetische oorsprong uitgeoefend. Dientengevolge slaagt de klepel er in, het anker reeds vóór het bereiken van de drempelwaarde te doen overslaan. In de praktisch voorkomende gevallen slaat het anker reeds bij $i=0$ over, soms zelfs bij negatieve stroomsterkte.

Het markeren van de tijdstippen, waarop het anker in beweging komt, kan electrisch geschieden door op het anker contacten aan te brengen. Bij een polair relais zijn deze van nature aanwezig, doch op een wisselstroombel moeten zij extra worden aangebracht. Bij de Siemensbel is dit op eenvoudige wijze mogelijk zoals in fig. 3.10 a is aangegeven. De antikleefstiften zijn door contactschroeven vervangen. Het anker bótst nu tegen deze schroeven in plaats van tegen de kern, hetgeen weinig verschil uitmaakt: de afregeling van het geheel kan dezelfde blijven als bij de normale bel. De klepel is in een stand getekend, waarin hij tracht het anker van de kern los te rukken.

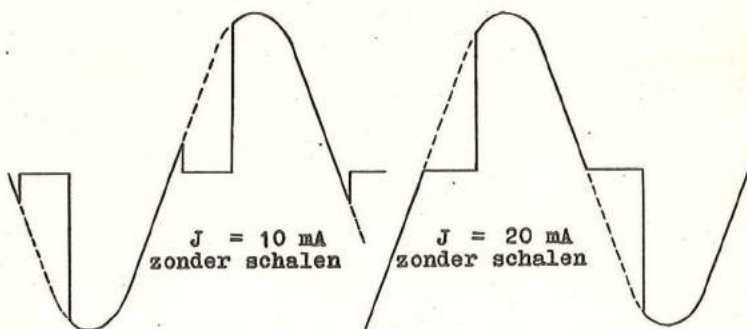
In fig. 3.10 b is geschetst, hoe een kathodestraaloscillograaf op de contacten van het anker is aangesloten. Zolang het anker niet beweegt, verschijnt de bekrachtigingsstroom op het beeldvlak van de oscillograaf; de spanning op de weerstand R is n.l. een maat voor die stroom. Tijdens de ankerbeweging is het beeld onderbroken. Het verbroken gedeelte wordt aan de voorzijde begrensd door de dynamische drempelwaarde i_d . De lengte van de onderbreking stelt de overslagtijd t_a voor. In de figuren 3.11 en 3.12 zijn enkele os-



F I G U U R 3.11
Oscillogrammen bij 50 Hz.



slagwijate : 0,28 mm



F I G U U R 3.12

Oscillogrammen bij 25 Hz.

cillogrammen weergegeven, opgenomen bij een Siemensbel, waaraan een betrekkelijk kleine slagwijdte was verleend, dit laatste met het oog op het regelmatig vibreren op 25 en 50 Hz.

Het blijkt, dat verwijderen van de belschalen daling van i_d tot gevolg heeft. Dit komt, doordat de klepelstang een veel groter koppel op het anker uitoefent, nu de klepel geen kinetische energie aan de belschalen afstaat: de klepelstang veert nu verder door. Voorts betekent het opvoeren van de bekrachtigingsstroom eveneens een daling van i_d , omdat er dan sprake is van meer mechanische energie, met als gevolg een groter door de klepelstang op het anker uitgeoefend koppel.

Het valt op, dat bij 25 Hz (fig. 3.12 voor 8,5 mA) het anker in één halve periode zelfs twee bewegingstijdvakken heeft. Bij 50 Hz is dit nooit het geval, omdat de periode daarvoor te kort is.

Uit onze onderzoeken is gebleken, dat de stroom tijdens de ankerbeweging voor de normale Siemensbel op de frequentie 25 Hz zelden groter dan ongeveer 10 mA is. Een beschouwing van fig. 3.5 leert, dat de benadering:

$$K = k_1 \cdot i + k_2 \cdot \alpha \quad (3.57)$$

in het beschouwde gebied zeker op haar plaats is. Wij zullen ons daarom in het vervolg steeds van deze lineaire formule bedienen, doch voeren, ter vermijding van indices, de coëfficiënten b en a in:

$$K = b \cdot i + a \cdot \alpha \quad (3.58)$$

Schrijven wij hieronder de reeds eerder afgeleide uitdrukking:

$$K = i \frac{\delta \phi}{\delta \alpha} - \frac{\delta A}{\delta \alpha} \quad (3.55)$$

dan zien wij onmiddellijk, dat onze benadering neerkwam op het stellen van:

$$\frac{\delta \phi}{\delta \alpha} = b \quad (3.59)$$

$$\text{en:} \quad - \frac{\delta A}{\delta \alpha} = a \cdot \alpha \quad (3.60)$$

Uit (2.6) en (3.59) volgt nu, dat:

$$e_b = b \cdot \frac{d\alpha}{dt} \quad (3.61)$$

zodat wij voor de elektrische vergelijking (2.7) mogen schrijven:

$$u = i \cdot R + L \frac{di}{dt} + b \frac{d\alpha}{dt} \quad (3.62)$$

Tot hetzelfde resultaat kunnen wij ook langs de volgende weg komen : in de overslagtijd t_a wordt het anker omgelegd van de stand $-\alpha_0$ naar $+\alpha_0$. Door het koppel wordt daarbij de arbeid :

$$A_1 = \int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} K d\alpha \quad (3.63)$$

verricht.

Vullen wij hier (3.58) in, dan komt er :

$$A_1 = \int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} b \cdot i d\alpha + \int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} a \cdot \alpha \cdot d\alpha \quad (3.64)$$

of :

$$A_1 = \int_0^{t_a} b \cdot i \frac{d\alpha}{dt} dt \quad (3.65)$$

Voor de elektrische vergelijking :

$$u = i \cdot R + L \frac{di}{dt} + e_b \quad (2.7)$$

schrijven wij :

$$\int_0^{t_a} u \cdot i \cdot dt = \int_0^{t_a} i^2 \cdot R \cdot dt + \int_0^{t_a} L \frac{di}{dt} i dt + \int_0^{t_a} e_b \cdot i \cdot dt \quad (3.66)$$

Wegens de energiebalans moet :

$$\int_0^{t_a} e_b \cdot i \cdot dt = A_1 = \int_0^{t_a} b \cdot \frac{d\alpha}{dt} \cdot i \cdot dt \quad (3.67)$$

Hieraan wordt voldaan, indien :

$$e_b = b \frac{d\alpha}{dt} \quad (3.68)$$

De coëfficiënt a kan als volgt worden bepaald. Voor $i = 0$ levert (3.58) op :

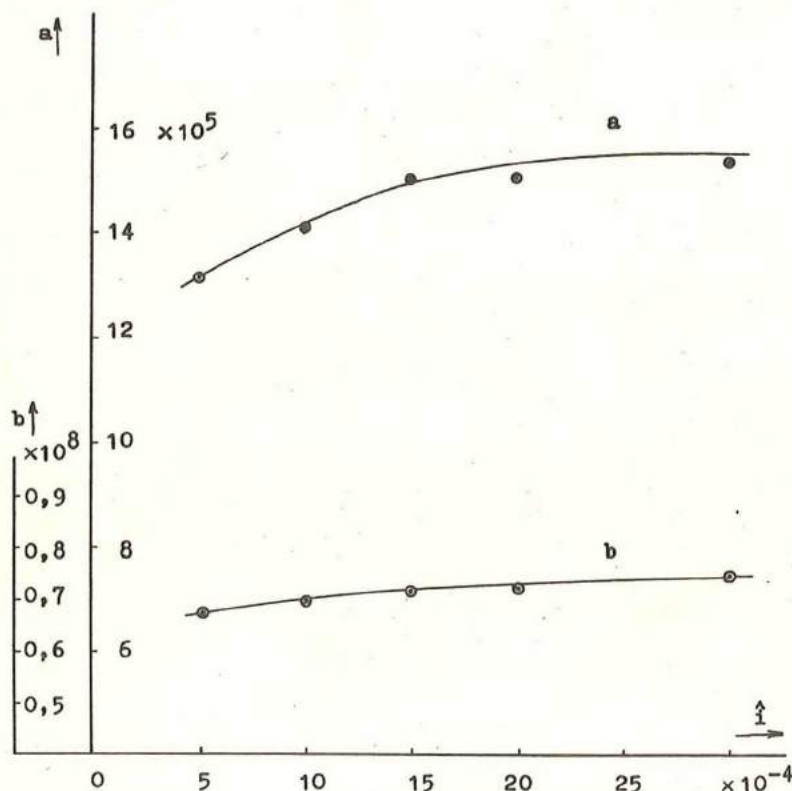
$$K = a \cdot \alpha \quad (3.69)$$

Dit koppel is in de uiterste standen van het anker zo groot mogelijk; het ligt dus voor de hand, K te meten bij $\alpha = \alpha_0$:

$$K_0 = a \cdot \alpha_0 \quad (3.70)$$

Dit kan geschieden, door op het anker een koppel uit te oefenen, dat het juist van de kern los maakt. Nu blijkt K_0 weer af te hangen van de voorgeschiedenis van het ijzer, zodat stabiliseren vóór elke meting noodzakelijk is. Na meting van K_0 kan a gemakkelijk uit (3.70) worden berekend.

De coëfficiënt b kan worden berekend uit K_0 en i_0 .



F I G U U R 3.13

De coëfficiënten a en b als functie van de maximale waarde van de stabilisatiestroom.

Immers uit (3.58) volgt, dat bij de drempelwaarde :

$$K = 0 = b \cdot i_0 - a \cdot \alpha_0 \quad (3.71)$$

of :

$$b = \frac{a \alpha_0}{i_0} = \frac{K_0}{i_0} \quad (3.72)$$

Het spreekt vanzelf, dat in deze formule waarden van K_0 en i_0 moeten worden ingevuld, die bij dezelfde stabilisatiestroom werden gemeten.

In fig. 3.13 zijn a en b weergegeven als functie van de stabilisatiestroom. De betrokken bel was een Siemensbel $2 \times 300 \Omega$, $2 \times 6600 \Omega$, $h = 0,5$ mm. In de grafieken is het electromagnetische eenhedenstelsel gebruikt.

Voor de coëfficiënt b , die wij hierna de bewegingsfactor zullen noemen, kan een benadering worden ingevoerd, die van belang is bij het dimensioneren van de magneet. Wij maken daartoe gebruik van :

$$b = k_1 = \frac{2 M_0 \theta_c (2 \theta_3 + \theta_c) r w}{N^2 S} \quad (3.22)$$

Aangezien de magneet betrekkelijk lang is, en een geringe reversibele permeabiliteit bezit, stellen wij :

$$2 \theta_3 \gg \theta_c \quad \text{en} \quad N = 2 \theta_3 \theta_c \quad (3.73)$$

Combinatie van de vergelijkingen (3.22), (3.73) en (2.62) geeft, dat bij benadering :

$$b = \frac{4 \pi M_p l_0 r w}{\mu_0 S \cdot \theta_3 \theta_c} \quad (3.74)$$

Omdat wij reeds hebben aangenomen, dat de magnetische weerstand van de magneet groot is, zal praktisch :

$$\theta_3 = \theta_0 \quad (3.75)$$

Zodoende kunnen wij voor b schrijven :

$$b = \frac{4 \pi M_p S_0 r w}{S \theta_c} \quad (3.76)$$

Deze uitdrukking is onafhankelijk van de lengte van de permanente magneet.

3.6 De definitie van de gevoeligheid van een polair systeem.

Zoals uit vergelijking (3.46) blijkt, is bij het kippende polaire magneetsysteem minstens een aantal stroomwindingen :

$$i_0 \cdot w = \frac{M_0 \cdot h}{8 \pi s (2 \theta_3 + \theta_0)} \quad (3.77)$$

nodig om het anker juist te doen overslaan. Het heeft dus weinig zin de gevoeligheid als drempelwaarde i_0 te definiëren, omdat daarbij nog het aantal windingen moet worden opgegeven. Het rekenen met stroom-windingen is dikwijls minder handig, bijv. bij het dimensioneren van de bekrachtigingsbron. Langs de volgende weg wordt echter een bruikbare definitie van de gevoeligheid verkregen, die in het algemeen toepasbaar is op spoelen, die een voorgeschreven aantal stroom-windingen moeten leveren.

Aangezien elke spoel w windingen telt, komt er voor de totale koperweerstand van de bekrachtigingswikkelingen :

$$R = 2 w \frac{1}{\frac{1}{4} \pi x^2 g} \quad (3.78)$$

waarin : l_g : gemiddelde windinglengte
 x : draaddiameter
 g : specifiek geleidingsvermogen

Heeft de wikkelruimte een doorsnede Δ , en is er een vulfactor k_w (< 1), dan zal :

$$k_w \cdot \Delta = w \cdot \frac{\pi}{4} \cdot x^2 \quad (3.79)$$

Uit (3.78) en (3.79) volgt, dat :

$$R = 2 w^2 \frac{1}{k_w \Delta g} \quad (3.80)$$

Bij de drempelwaarde wordt er dus in de spoelen een vermogen W_0 ontwikkeld, gegeven door :

$$W_0 = i_0^2 \cdot R = 2 (i_0 \cdot w)^2 \frac{1}{k_w \Delta g} \quad (3.81)$$

Wij zien dus, dat voor het bereiken van het vereiste aantal stroomwindingen $i_0 \cdot w$ een bepaald vermogen W_0 door de bekrachtigingsbron moet worden geleverd. Het heeft dus zin het drempelvermogen W_0 als maatstaf voor de gevoeligheid te beschouwen. Een gevoelig systeem heeft een lage W_0 .

Het vermogen W_0 kan, wat de bekrachtigingswikkeling betreft, worden verkleind door Δ op te voeren, dus door de kernen zo vol mogelijk te bewikkelen. Daaraan is natuurlijk een grens in verband met de constructie. Een hoge dunne spoel is er beter aan toe, omdat daarbij l_g bij dezelfde waarde van

Δ kleiner is. De vulfactor krijgt men met rond, geëmailleerd draad niet groter dan 0,5 à 0,6. Aan de specifieke geleidbaarheid valt niet te verbeteren, omdat men wegens economische redenen op koper is aangewezen.

Het is ook mogelijk W_0 op magnetische wijze te verkleinen, n.l. door verlaging van het product $i_0 \cdot w$. Dit laatste kan, blijkens (3.56) geschieden door vermindering van M_p . Hieraan is echter het nadeel verbonden, dat ook de bewegingsfactor b , die n.l. evenredig is met M_p , kleiner wordt. Op het anker wordt dan een kleiner koppel uitgeoefend, waardoor de bel een geringere geluidsterkte oplevert. Dit laatste werd bij Siemens experimenteel vastgesteld.*

3.7 Slotopmerking.

Tengevolge van de wervelstroomverliezen zullen de werkelijke waarden van de coëfficiënten a en b natuurlijk afwijken van de in fig. 3.13 weergegeven waarden, die werden gemeten op een wijze, die wel rekening hield met de stabiliserende invloed van de bekrachtigingsstroom, doch niet met de wervelstromen.

Het is daarom niet te verwonderen, dat de in punt 2.3 bepaalde waarde b_1 lager is uitgevallen dan met fig. 3.13 overeenstemt.

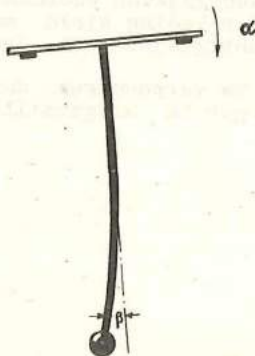
*F. Pfleiderer en F. Seide : Ueber Auswahl und Beurteilung von Elektrischen Weckern in der Fernsprechtechnik, Siemens Technische Mitteilungen des Fernmeldewerkes, October 1937, Band Fg 2.

H O O F D S T U K 4

DE BEWEGINGSVERGELIJKINGEN

4.1 Inleiding.

Bij de wisselstroombel is de klepel meestal door middel van een verende stang met het anker verbonden. Dit is bijv. in fig. 4.1 duidelijk zichtbaar. Door deze constructie wordt bereikt, dat de klepel, na één of tweemaal met de belschaal in botsing te zijn geweest, niet tegen de schaal blijft liggen en dat trillingslichaam weer dempt. In de rusttoestand is er dus steeds enige afstand tussen klepel en schaal.



F I G U U R 4.1

Anker met verende klepelstang.

Het anker en de klepel vormen een gekoppeld mechanisch systeem dat kan worden geïdealiseerd door twee massa's, die door een veerkracht zijn verbonden, en waarvan er één, n.l. het anker, wordt aangedreven.

Wanneer het systeem in rust is, en het anker begint te bewegen, heeft de klepel de neiging om achter te blijven, doch wordt gaandeweg medegenomen. Botst het anker tegen de kern, dan staat het daarbij zijn kinetische energie grotendeels af. De klepel evenwel vliegt door, en slechts zijn energie van beweging is in staat een belschaal in trilling te brengen. De kinetische energie van het anker dient als verlies te worden beschouwd, en het verdient aanbeveling het traagheidsmoment van het anker zo klein mogelijk te kiezen t.o.z. van dat van de klepel als uit een standpunt van mechanische stevigheid en magnetische geleidbaarheid is verantwoord. De modernere constructies zijn volgens dergelijke richtlijnen gebouwd.

In het algemeen zal de klepel een relatieve hoekuitwijking β t.o.z. van het anker bezitten. Wij noemen β rechtsom positief, evenals de hoekuitwijking α van het anker.

Zij T_a het traagheidsmoment van het anker, en T_k dat van de klepel, alles gerekend t.o.z. van het draaipunt. Ook de massawerking van de klepelstang kan men in T_k verdiscon- teerd denken. De klepel oefent, door middel van de verende klepelstang, op het anker een met β evenredig koppel uit, gelijk aan $c \cdot \beta$. De constante c is het koppel, dat de klepelstang op het anker uitoefent bij de eenheid van hoek- uitwijking. Heeft het anker een wrijvingsconstante F_a , en de klepel F_k , dan gelden de volgende twee bewegingsverge- lijkingen :

$$T_a \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + F_a \frac{d\alpha}{dt} - c \cdot \beta = K \quad (4.1)$$

$$T_k \left(\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{d^2 \beta}{dt^2} \right) + F_k \left(\frac{d\alpha}{dt} + \frac{d\beta}{dt} \right) + c \cdot \beta = 0 \quad (4.2)$$

Wij leiden reeds af :

$$K = b \cdot i + a \cdot \alpha \quad (3.58)$$

en :

$$u = i \cdot R + L \frac{di}{dt} + b \frac{d\alpha}{dt} \quad (3.62)$$

Het is nu het eenvoudigste de grootheden α en β uit de bovenstaande vergelijkingen te elimineren, waarna een diffe- rentiaalvergelijking in i ontstaat van de 5 e orde :

$$a_5 \frac{d^5 i}{dt^5} + a_4 \frac{d^4 i}{dt^4} + a_3 \frac{d^3 i}{dt^3} + a_2 \frac{d^2 i}{dt^2} + a_1 \frac{di}{dt} + a_0 = f(t) \quad (4.3)$$

Hierin zijn :

$$a_5 = \frac{T_k T_a L}{c b} \quad (4.4)$$

$$a_4 = \frac{T_k T_a R}{c b} + \frac{L}{b} \left(\frac{F_a T_k}{c} + \frac{F_k T_a}{c} \right) \quad (4.5)$$

$$a_3 = \left(\frac{F_a T_k}{c} + \frac{F_k T_a}{c} \right) \frac{R}{b} + \left(T_k - T_k \frac{a}{c} + \frac{F_k F_a}{c} + T_a \right) \frac{L}{b} + T_k \frac{b}{c} \quad (4.6)$$

$$a_2 = \left(T_k - T_k \frac{a}{c} + \frac{F_k F_a}{c} + T_a \right) \frac{R}{b} + \left(F_k - F_k \frac{a}{c} + F_a \right) \frac{L}{b} + F_k \frac{b}{c} \quad (4.7)$$

$$a_1 = \left(F_k - F_k \frac{a}{c} + F_a \right) \frac{R}{b} - a \frac{L}{b} + b \quad (4.8)$$

$$a_0 = -a \frac{R}{b} \quad (4.9)$$

$$f(t) = \frac{T_k T_a}{c b} \frac{d^4 u}{dt^4} + \left(\frac{F_a T_k}{c} + \frac{F_k T_a}{c} \right) \frac{1}{b} \frac{d^3 u}{dt^3} + \left(T_k - T_k \frac{a}{c} + \frac{F_k F_a}{c} + T_a \right) \frac{1}{b} \frac{d^2 u}{dt^2} + \left(F_k - F_k \frac{a}{c} + F_a \right) \frac{1}{b} \frac{du}{dt} - \frac{a}{b} u \quad (4.10)$$

De algemene oplossing van (4.3) luidt :

$$i = \sum_{k=1}^{k=5} C_k \varepsilon^{p_k t} + \text{bijz. integraal} \quad (4.11)$$

waarin de grootheden C_1 t/m C_5 integratieconstanten zijn, die door de beginvoorwaarden worden bepaald, en de eigenfrequenties p_1 t/m p_5 de vijf wortels voorstellen van de vergelijking :

$$a_5 p^5 + a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0 \quad (4.12)$$

Wij hebben bij (4.11) stilzwijgend verondersteld, dat u niet van α of i afhangt.

Nadat de integratieconstanten C_1 t/m C_6 zijn bepaald (zie punt 4.5) is i volkomen bekend. Met behulp van vergelijking (3.62) kan dan ook α worden bepaald, hetgeen aanleiding geeft tot een dergelijke uitdrukking als (4.11) :

$$\alpha = \sum_{k=1}^{k=5} A_k \varepsilon^{p_k t} + \text{bijz. integraal} \quad (4.13)$$

Tussen de constanten C_k en A_k bestaat een bepaald verband.

4.2 De kenmerken van de kippende instelling.

Het zal blijken, dat minstens één van de 5 eigenfrequenties positief is. Dit heeft tot gevolg, dat α een onbeperkt met de tijd toenemende term bevat. De ankerbeweging krijgt daardoor een labiel karakter. De betekenis van deze labiliteit kan het eenvoudigste worden toegelicht bij een bel met verbroken bekrachtigingswikkeling en stijve klepelstang. Het blijkt, dat verschillende buitenlandse toestellen, o.a. de Russische, voorzien zijn van een bel met volkomen stijve klepelstang. Ons vereenvoudigde geval is dus ook een praktisch geval.

Noemen wij het totale traagheidsmoment van het anker en de klepel T_t en de totale wrijvingsconstante F_t , dan komt er als bewegingsvergelijking :

$$T_t \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + F_t \frac{d\alpha}{dt} = K \quad (4.14)$$

waarin, omdat er geen stroom kan vloeien :

$$K = a \cdot \alpha \quad (4.15)$$

zodat :

$$T_t \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + F_t \frac{d\alpha}{dt} - a \cdot \alpha = 0 \quad (4.16)$$

De oplossing hiervan luidt :

$$\alpha = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} \quad (4.17)$$

waarin :

$$p_1 = -\frac{F_t}{2T_t} + \sqrt{\frac{F_t^2}{4T_t^2} + \frac{a}{T_t}} \quad p_2 = -\frac{F_t}{2T_t} - \sqrt{\frac{F_t^2}{4T_t^2} + \frac{a}{T_t}} \quad (4.18)$$

p_1 is positief en p_2 negatief.

Plaatsen wij het anker in de stand $\alpha = \alpha_1$, en laten wij het daarna los, dan begeeft het anker zich zelfstandig naar de dichtstbijzijnde kern, hetgeen wij als volgt mathematisch kunnen toelichten. De constanten A_1 en A_2 volgen uit de beginvoorwaarden :

$$\text{ten tijde } t=0, \alpha = \alpha_1, \quad \frac{d\alpha}{dt} = 0 \quad (4.19)$$

Uit (4.17) kan eenvoudig worden opgelost :

$$A_1 = -\alpha_1 \frac{p_2}{p_1 - p_2} \quad A_2 = \alpha_1 \frac{p_1}{p_1 - p_2} \quad (4.20)$$

Voor α komt er dus :

$$\alpha = \alpha_1 \frac{p_1 \varepsilon^{p_2 t} - p_2 \varepsilon^{p_1 t}}{p_1 - p_2} \quad (4.21)$$

Omdat $p_1 > 0$ en $p_2 < 0$ heeft α steeds het zelfde teken als α_1 , d.w.z. het anker blijft aan de zelfde kant van de middenstand en begeeft zich naar de kern, aangezien :

$$\varepsilon^{p_1 t} \rightarrow \infty$$

Door de botsing tegen de kern wordt de hoekuitwijking evenwel aan de eindige grenzen $\pm \alpha_0$ gebonden.

Ook de hoeksnelheid :

$$\frac{d\alpha}{dt} = \alpha_1 \frac{p_1 \cdot p_2}{p_1 - p_2} (\varepsilon^{p_2 t} - \varepsilon^{p_1 t}) \quad (4.22)$$

bevat de onbeperkt toenemende term $\varepsilon^{p_1 t}$ en streeft dus naar een oneindig grote waarde. De in (4.22) voorkomende breuk is negatief, evenals de vorm tussen haakjes. Dus heeft :

$\frac{d\alpha}{dt}$

steeds het zelfde teken als α_1 .

Over de labiele instelling van het anker kunnen wij nog het volgende opmerken. Wordt het anker in de middenstand gebracht, en daarna losgelaten, dan blijft steeds $\alpha = 0$ en :

$\frac{d\alpha}{dt}$

= 0, omdat immers $\alpha_1 = 0$. Dit is een labiele evenwichts-

stand, want zodra α_1 ook maar een kleine, eindige waarde bezit, groeit deze steeds aan, waardoor het anker naar de ene of de andere zijde overkipt. Vandaar dat men spreekt over de k i p p e n d e instelling. Zoals wij straks uitvoeriger zullen uiteenzetten, ligt de oorzaak van de kippende werking in het feit, dat in de differentiaalvergelijking voor α de coëfficiënten van α en van de hoogste afgeleide van α tegengesteld teken bezitten.

In verband met de kippende instelling is het strikt genomen niet noodzakelijk het anker tijdens de gehele duur van de ankerbeweging te bekrachtigen. Het is interessant om na te gaan, hoe groot op een bepaald ogenblik de uitwijking en de snelheid van het anker moeten zijn, wil dit nog juist op de middenstand terechtkomen, indien op dat ogenblik de bekrachtigingswikkeling wordt onderbroken. Stel, dat het anker op het ogenblik van verbreken de hoekuitwijking α_1 en de snelheid ω bezit. (Het zal duidelijk zijn, dat ons probleem slechts betekenis heeft, indien α_1 en ω tegengesteld van teken zijn.) Na het verbreken geldt weer (4.16) met als oplossing (4.17) en (4.18). De beginvoorwaarden zijn nu even-

$$t = 0, \alpha = \alpha_1 \quad \text{en} \quad \frac{d\alpha}{dt} = \omega \quad (4.23)$$

Voor de integratieconstanten komt er zodoende :

$$A_1 = \frac{\omega - p_2 \alpha_1}{p_1 - p_2} \quad \text{en} \quad A_2 = \frac{p_1 \alpha_1 - \omega}{p_1 - p_2} \quad (4.24)$$

De term $A_1 e^{p_1 t}$ in (4.17) verzet zich er tegen, dat het anker op de middenstand terecht komt. Slechts indien $A_1 = 0$ zal :

$$\alpha = A_2 e^{p_2 t} \quad (4.25)$$

met als kenmerk, dat $\alpha \rightarrow 0$ voor $t \rightarrow \infty$.

$$\text{Nu is } A_1 = 0 \text{ indien : } \frac{\omega}{\alpha_1} = p_2 \quad (4.26)$$

Wij kunnen nu de k i p f u n c t i e Ω invoeren :

$$\Omega = \frac{1}{\alpha} \frac{d\alpha}{dt} \quad (4.27)$$

en het volgende schema opstellen.

Wordt de bekrachtigingswikkeling onderbroken op het ogenblik dat :

$\Omega > p_2$, dan bereikt het anker de middenstand niet en valt terug

$\Omega = p_2$, dan bereikt het anker juist de middenstand

$\Omega < p_2$, dan kipt het anker over de middenstand heen.

Bij een polair relais met kippende instelling verstaat men onder de aanspreektijd t_k , de tijd gedurende welke men het relais moet bekrachtigen teneinde het anker juist op de middenstand te brengen.* Wij kunnen eenvoudig zeggen :

$$\Omega(t_k) = p_2 \quad (4.28)$$

Wij zullen nu terugkomen op de wortels van vergelijking (4.12). Indien in het algemeen de coëfficiënten a_n en a_0 van de n^{e} machtsvergelijking :

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0 \quad (4.29)$$

*Ir.H.C.A.van Duuren : Typedruktelegrafis op Radioverbindingen, Proefschrift Delft 1941, pag. 59

van teken verschillen, dan is minstens één van de wortels positief. Het bewijs, hieronder beknopt weergegeven, kan worden geleverd met behulp van het *T h e o r e m a* v a n *D e s c a r t e s* * :

"Het aantal positieve wortels is gelijk aan het aantal variaties, of het is een even aantal minder".

Wij moeten dus aantonen, dat het aantal variaties in vergelijking (4.29) oneven is. Wij gaan daartoe uit van :

$$a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0 \quad (4.30)$$

Gesteld, dat a_2 en a_0 tegengesteld teken bezitten, dan zijn er de volgende tekenmogelijkheden :

$$\begin{array}{ll} + + - & : 1 \text{ variatie} \\ + - - & : 1 \text{ variatie} \end{array}$$

Er is dus één positieve wortel. Dit schema kan worden veranderd in dat van de vergelijking :

$$a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0 \quad (4.31)$$

door de linker kolom één plaats naar links te verschuiven en in de vrijgekomen ruimte of een kolom + tekens, of een kolom - tekens te plaatsen :

$$\begin{array}{ll} + + + - & : 1 \text{ variatie} \\ + + - - & : 1 \text{ variatie} \\ + - + - & : 3 \text{ variaties} \\ + - - - & : 1 \text{ variatie} \end{array}$$

Er is dus minstens weer één positieve wortel. Voorts merken wij de volgende regelmaat op. Het tussenvoegen van een + teken brengt geen verandering in het aantal variaties. Het tussenvoegen van een - teken verandert het aantal variaties niet, indien het gevolgd wordt door een - teken, doch het verhoogt het aantal variaties met 2, indien het wordt gevolgd door een + teken. Wij trekken dus de conclusie, dat het verhogen van de graad van de vergelijking met één het aantal variaties niet beïnvloedt, of het met 2 vermeerderd. Hieruit volgt, dat er steeds minstens één positieve wortel aanwezig blijft, indien de graad van de vergelijking met één wordt verhoogd, mits a_n en a_0 verschillende tekens behouden.

Nu blijkt uit (4.4) en (4.9) duidelijk, dat a_0 en a_5 tegengesteld van teken zijn, zodat dus minstens één van de wortels van (4.12) positief is, welk feit wij reeds in de aanvang van punt 4.2 vermeldde.

De oplossing (4.13) is slechts juist, indien u niet van i en α afhankelijk is. Feitelijk moeten wij dan van een e.m.k. e spreken i.p.v. een klemspanning u , hetgeen wij in het vervolg ook zullen doen. (In beginsel blijven (4.12) en (4.13) ook geldig, indien de inwendige impedantie van de generator de serieschakeling is van een weerstand en een zelfinductie. Deze kunnen immers worden verdisconteerd in

* A.H. Rahusen : Lobatto's lessen over de Hogere Algebra, 1909, pag. 152.

de weerstand resp. de zelfinductie van de bel .)

Tegenover de zo juist besproken bekrachtiging met constante spanning staat de bekrachtiging met constante stroom. De bel bevindt zich dan in een circuit, waarin de door de ankerbeweging geïnduceerde spanningen te klein zijn, om nog op de stroom terug te werken. Deze situatie komt in de praktijk zeer veel voor. De voor dit geval geldende differentiaalvergelijking in α kan worden gevonden door de vergelijkingen (4.1), (4.2) en (3.58) te combineren, hetgeen oplevert :

$$\begin{aligned} \frac{d^4 \alpha}{dt^4} + \left(\frac{F_a}{T_a} + \frac{F_k}{T_k} \right) \frac{d^3 \alpha}{dt^3} + \left(\frac{c}{T_k} + \frac{c-a}{T_a} + \frac{F_a F_k}{T_a T_k} \right) \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \\ + \left(\frac{F_k}{T_k} \cdot \frac{c-a}{T_a} + \frac{F_a c}{T_a T_k} \right) \frac{d \alpha}{dt} - \frac{c a}{T_k T_a} \alpha = \frac{b}{T_a} \frac{d^2 i}{dt^2} + \\ + \frac{F_k b}{T_k T_a} \frac{di}{dt} + \frac{b c}{T_k T_a} i \end{aligned} \quad (4.32)$$

De oplossing hiervan luidt :

$$\alpha = \sum_{k=1}^{k=4} A_k e^{p_k t} + \text{bijz. integraal} \quad (4.33)$$

Eén van de eigenfrequenties is weer positief omdat de coëfficiënt van α in (4.32) negatief is. Het is niet steeds noodzakelijk om de eigenfrequenties uit te rekenen teneinde interessante feiten omtrent de werking van de bel te constateren. Beschouwen wij bijv. eens het geval, dat de stroom de k a n t e e l v o r m bezit, d.w.z. afwisselend de constante waarde $+J$ of $-J$ heeft. Wordt het anker omgelegd van de ene uiterste stand naar de andere, dan wordt door de stroombron via de bewegingsspanning e_b aan het anker-klepelsysteem de arbeid :

$$A = \int_0^{t_a} J \cdot e_b dt = J \cdot b \int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} d\alpha = 2 \alpha_0 b J \quad (4.34)$$

toegevoerd, vergelijk (3.67) .

Het is merkwaardig, dat deze energie onafhankelijk is van de verdeling van het traagheidsmoment tussen anker en klepel. Zelfs het totale traagheidsmoment doet niets ter zake, evenmin als de stijfheid van de klepelstang.

Voor het polaire relais is er de volgende consequentie. Bij de oudere typen zijn de contacten meestal massief uitgevoerd. Door de botsing van het anker tegen deze contacten ontstaat het " chatter " verschijnsel. Hieronder verstaat men de contactonderbrekingen, die het gevolg zijn van het terugkaatsen van het anker. Deze terugkaatsing is des te heviger, naar

mate het anker meer kinetische energie bezit. Al maakt men het anker lichter, de toegevoerde energie blijft gelijk. Kennen wij aan de wrijving een ondergeschikte rol toe, dan wordt die energie uitsluitend gebruikt om het anker kinetische energie te verlenen. Een licht anker slaat in kortere tijd over dan een zwaar anker, doch vergaart de zelfde arbeid van beweging. De enige manier om het "chatteren" te verhelpen is dus de contacten verend uit te voeren.

Bij de wisselstroombel moet de constante energie, die door de bekrachtigingswikkeling per ankerslag wordt toegevoerd, zodanig over het anker en de klepel worden verdeeld, dat zo weinig mogelijk in het anker terecht komt. Een beter inzicht in de dimensionering van het anker-klepelsysteem levert de in punt 4.4 gegeven elektrische analogie.

Voor het product $b \cdot \alpha_0$ in vergelijking (4.34) kan nog de volgende benadering worden gegeven. Wij gebruiken daartoe :

$$b = \frac{4 \pi M_p S_0}{S \theta_c} \quad (4.35)$$

Voor θ_c leiden wij uit (2.39) de volgende benadering af :

$$\theta_c \sim \frac{r \alpha_0}{S} \quad (4.35)$$

Dit komt dus neer op het verwaarlozen van de magnetische weerstand van juk, kern en anker t.o.z. van de weerstand van de luchtspleet in de middenstand van het anker :

Wij vinden zodoende :

$$A = \frac{8 \pi M_p J S_0}{r} \quad (4.36)$$

In eerste instantie is A dus onafhankelijk van α_0 , dus van de ingestelde slagwijdte.

De eigenfrequenties p_1 t/m p_4 kunnen gemakkelijk worden berekend, indien wij in (4.32) alle wrijvingen verwaarlozen. Voor p komt er dan de volgende vergelijking :

$$p^4 + \left(\frac{c}{T_k} + \frac{c-a}{T_a} \right) p^2 - \frac{c \cdot a}{T_k T_a} = 0 \quad (4.37)$$

Dit is een vierkantsvergelijking in p^2 .

Er zijn twee reële, gelijk en tegengestelde wortels :

$$p_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{1}{2} \left(\frac{c}{T_k} + \frac{c-a}{T_a} \right)} + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{c}{T_k} + \frac{c-a}{T_a} \right)^2 + \frac{c \cdot a}{T_k T_a}} \quad (4.38)$$

en twee zuiver imaginaire wortels :

$$p_{3,4} = \pm j \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{c}{T_k} + \frac{c-a}{T_a} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{c}{T_k} + \frac{c-a}{T_a} \right)^2 + \frac{c \cdot a}{T_k T_a}}}$$

4.3 Het bepalen van de integratieconstanten. (4.39)

Wij keren nu terug naar (4.11) teneinde de daarin voorkomende constanten C_1 t/m C_5 te bepalen. Dit geschiedt via de beginvoorwaarden, die de energietoestand van het systeem ten tijde $t=0$ vastleggen. Het systeem bevat (in overeenstemming met het aantal integratieconstanten) de volgende vijf energiereservoirs :

ENERGIERESERVOIR	Inhoud bepaald door:
permanent magnetische systeem	α
traagheidsmoment van het anker	$\frac{d\alpha}{dt}$
traagheidsmoment van de klepel	$\frac{d\alpha}{dt} + \frac{d\beta}{dt}$
verende klepelstang	β
zelfinductie van de bel	i

Gemakshalve schrijven wij (4.11) in de volgende vorm :

$$i = \sum_{k=1}^{k=5} C_k e^{p_k t} + F(t) \quad (4.40)$$

Door differentiatie komt er :

$$\frac{di}{dt} = \sum_{k=1}^{k=5} p_k C_k e^{p_k t} + \frac{dF}{dt} \quad (4.41)$$

$$\frac{d^2 i}{dt^2} = \sum_{k=1}^{k=5} p_k^2 C_k e^{p_k t} + \frac{d^2 F}{dt^2} \quad (4.42)$$

$$\frac{d^3 i}{dt^3} = \sum_{k=1}^{k=5} p_k^3 C_k e^{p_k t} + \frac{d^3 F}{dt^3} \quad (4.43)$$

$$\frac{d^4 i}{dt^4} = \sum_{k=1}^{k=5} p_k^4 C_k e^{p_k t} + \frac{d^4 F}{dt^4} \quad (4.44)$$

Het is dus noodzakelijk de eerste vier afgeleiden van i uit te drukken in α , β , $\frac{d\alpha}{dt}$ en $\frac{d\beta}{dt}$, omdat tenslotte deze laatste vier grootheden ten tijde $t=0$ bekend zijn. Veronderstel, dat het anker in de stand $\alpha = -\alpha_0$ ligt, dus tegen de kern, dan zal het eerst dan in beweging komen, indien de som van het magnetische koppel :

$$K = b \cdot i + a \cdot \alpha \quad (3.58)$$

en het verende koppel van de klepelstang : $c \cdot \beta$ positief is. Een negatieve som drukt het anker slechts vaster tegen de kern. In het overgangsgeval is de som gelijk aan nul, en op dat ogenblik leggen wij het tijdstip $t=0$. Op dat moment passeert de stroom de dynamische drempelwaarde i_d , terwijl $\alpha = -\alpha_0$ en $\beta = \beta_0$, zodat :

$$0 = b \cdot i_d - a \cdot \alpha_0 + c \cdot \beta_0 \quad (4.45)$$

Combinatie met (3.71) geeft :

$$i_d = i_0 - \frac{c}{b} \beta_0 \quad (4.46)$$

Uit deze formule blijkt duidelijk, dat de dynamische drempelwaarde i_d kleiner is dan de statische drempelwaarde i_0 { zie bijv. de figuren (3.11) en (3.12) } tengevolge van de doorbuiging van de klepelstang, die nog niet is uitgetrild. Omdat het anker ten tijde $t=0$ in rust is, zal :

$t = 0$, $\frac{d\alpha}{dt} = 0$. Maar tevens is dan $\frac{d^2\alpha}{dt^2} = 0$, hetgeen volgt

uit (4.1), (3.58) en (4.45). Uit (3.62) kunnen nu $\frac{di}{dt}$ en $\frac{d^2i}{dt^2}$

ten tijde $t = 0$ worden berekend, hetgeen oplevert :

$$\left(\frac{di}{dt} \right)_0 = \frac{e(0) - i_d \cdot R}{L} \quad (4.47)$$

$$\left(\frac{d^2i}{dt^2} \right)_0 = \frac{1}{L} \left[\left(\frac{de}{dt} \right)_0 - \frac{R}{L} \{ e(0) - i_d \cdot R \} \right] \quad (4.48)$$

Om ook $\left(\frac{d^3i}{dt^3} \right)_0$ uit (3.62) te kunnen berekenen, moet $\left(\frac{d^3\alpha}{dt^3} \right)_0$ bekend zijn. Door combineren van (4.1) en (4.2)

wordt verkregen :

$$T_a \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + F_a \frac{d\alpha}{dt} = b \cdot i + a \cdot \alpha + c \cdot \beta \quad (4.49)$$

Na differentiatie van beide leden en het stellen van $t = 0$ komt er :

$$\left(\frac{d^3 \alpha}{dt^3} \right)_0 = \frac{1}{T_a} \left[b \left(\frac{di}{dt} \right)_0 + c \left(\frac{d\beta}{dt} \right)_0 \right] \quad (4.50)$$

Door nogmaals te differentiëren krijgen wij :

$$\left(\frac{d^4 \alpha}{dt^4} \right)_0 = \frac{1}{T_a} \left[b \left(\frac{d^2 i}{dt^2} \right)_0 + c \left(\frac{d^2 \beta}{dt^2} \right)_0 - F_a \left(\frac{d^3 \alpha}{dt^3} \right)_0 \right] \quad (4.51)$$

De in deze uitdrukking voorkomende versnelling $\left(\frac{d^2 \beta}{dt^2} \right)_0$

kan weer worden bepaald uit (4.2) door daarin $t = 0$ te stellen :

$$\left(\frac{d^2 \beta}{dt^2} \right)_0 = \frac{1}{T_k} \left[c \cdot \beta_0 - F_k \left(\frac{d\beta}{dt} \right)_0 \right] \quad (4.52)$$

Nu de 3^e en de 4^e afgeleide van α bekend zijn, kunnen wij dus met behulp van (3.62) de 3^e en 4^e afgeleide van i ten tijde $t=0$ bepalen. Voor de integratieconstanten C_1 t/m C_5 komen er dus vijf lineaire vergelijkingen, die voor de oplossing daarvan voldoende zijn.

Berekening van α geschiedt door (4.40) te substitueren in (3.62). Daarna kan β weer worden opgelost uit (4.2).

Indien de terugwerking van de ankerbeweging op de stroom kan worden verwaarloosd, heeft de zelfinductie van de bel geen betekenis meer als energiereservoir bij het opstellen van de beginvoorwaarden. Zoals uit (4.32) blijkt, kan nu op eenvoudige wijze een differentiaalvergelijking in α worden opgesteld. Deze is slechts van de vierde orde, zodat in de oplossing (4.33) maar vier integratieconstanten voorkomen. Voor het bepalen daarvan zijn er de volgende vier beginvoorwaarden, ten tijde $t = 0$:

$$\alpha = -\alpha_0, \quad \frac{d\alpha}{dt} = 0, \quad \beta = \beta_0 \quad \text{en} \quad \frac{d\beta}{dt} = \left(\frac{d\beta}{dt} \right)_0 \quad (4.53)$$

Deze voorwaarden leggen weer de energietoestand van het systeem ten tijde $t = 0$ vast.

4.4 De elektrische analogieën van het anker-klepelsysteem.

Volledigheidshalve geven wij hieronder nog eens het complex van vergelijkingen, dat de anker - en klepelbeweging bepaalt.

$$u = L \frac{di}{dt} + i \cdot R + b \frac{d\alpha}{dt} \quad (3.62)$$

$$T_a \frac{d^2\alpha}{dt^2} + F_a \frac{d\alpha}{dt} - a \cdot \alpha - c \cdot \beta = b \cdot i \quad (4.49)$$

$$T_k \left(\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{d^2\beta}{dt^2} \right) + F_k \left(\frac{d\alpha}{dt} + \frac{d\beta}{dt} \right) + c \cdot \beta = 0 \quad (4.2)$$

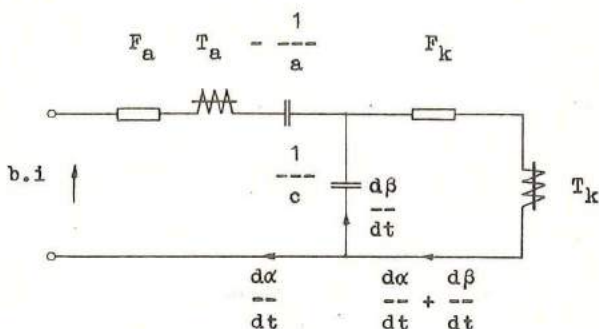
Beperken wij ons nu voorlopig tot het opstellen van een electrisch netwerk, dat door analoge vergelijkingen wordt bepaald als (4.49) en (4.2). Is een dergelijk electrisch netwerk eenmaal gevonden, dan kan er onmiddellijk een tweede, duaal netwerk aan worden toegevoegd. Volgens de theorie van de duale netwerken behoort bij elk electrisch netwerk, dat in een plat vlak kan worden getekend zonder kruising van twee takken, een duale configuratie, die door analoge differentiaalvergelijkingen wordt beheerst. Deze dualiteit is wederkerig.*

De genoemde dualiteit uit zich in de wijze, waarop de (hoek-) snelheid in het mechanische systeem wordt gekoppeld aan een electrische grootheid in het electrische systeem. Een en ander is in de volgende tabel verduidelijkt.

Notatie	Mechanisch	E l e c t r i s c h
b . i	koppel	spanning
$\frac{d\alpha}{dt}$ en $\frac{d\beta}{dt}$	hoeksnelheid	stroom
α en β	hoekuitwijking	spanning
T_a en T_k	traagheidsmoment	lading
F_a en F_k	weerstandskoppel per eenheid van hoeksnelheid	stoot
$\frac{1}{a}$ en $\frac{1}{c}$	compliantie	zelfinductie
		capaciteit
		geleidbaarheid
		snelheid en stroom zijn analoog
		snelheid en spanning zijn analoog
1	2	3
		4

* B.D.H.Tellegen. : Meetkundige configuraties en dualiteit van electrische netwerken, Tijdschrift van het Nederlands Radiogenootschap, Deel IX, Juni 1941, No. 1.

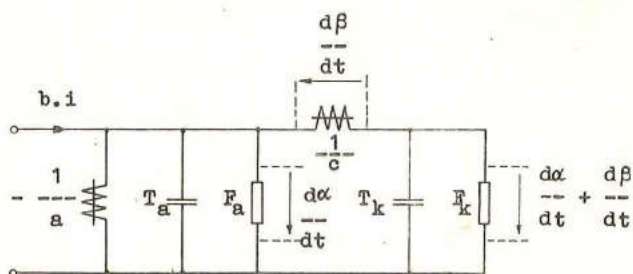
Denken wij de snelheid analoog met een elektrische stroom, dan ontstaat de, hetgeen wij zullen noemen, snelheid-stroom analogie. Hierop hebben de kolommen 1, 2 en 3 van de tabel betrekking, terwijl het bijbehorende elektrische schema in fig. 4.2 is getekend.



F I G U U R 4.2

Een elektrische interpretatie van de vergelijkingen (4.49) en (4.2) .

De snelheid - stroom analogie wordt het meest gebruikt. Aanschouwelijk is het feit, dat de (hoek) uitwijking analoog is met de lading, die dikwijls via een condensator als spanning te voorschijn komt. Dit is van belang bij de berekening van bijv. een koelmicrofoon, waarbij ons de uitwijking van de trillplaat meer interesseert dan de snelheid daarvan. Door sommigen wordt als nadeel beschouwd, dat dingen, die mecha-



F I G U U R 4.3

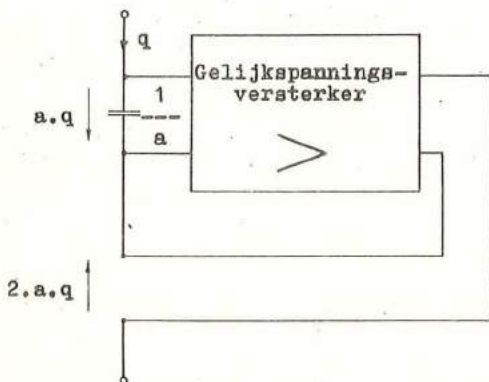
Het duale schema van Fig. 4.2

nisch gezien kennelijk het karakter van een parallelschakeling bezitten, in de elektrische analogie als een serieschakeling worden afgespiegeld.

Bij de snelheid - spannings analogie beschouwen wij de (hoek-) snelheid en de elektrische spanning als analoge grootheden (zie kolommen 1, 2 en 4 en fig. 4.3). Omdat mechanische krachten (koppels) nu overeenkomen met elektrische stromen correspondeert een mechanische parallelschakeling met een elektrische parallelschakeling. Weinig aantrekkelijk is echter, dat het analogen van de uitwijking geen gebruikelijke elektrische grootheid is, n.l. :

$$\int u \, dt$$

De in de figuren 4.2 en 4.3 voorkomende negatieve elementen kunnen als volgt fysisch worden verwezenlijkt. Een condensator met de capaciteit $-\frac{1}{a}$ is een tweepool, op de klemmen waarvan een spanning $-a \cdot q$ verschijnt, indien een lading q wordt toegevoerd. Een dergelijke tweepool kan worden verkregen door in serie met een gewone condensator met capaciteit $\frac{1}{a}$ een generator met zeer lage inwendige weerstand te schakelen, die een tegenspanning $-2 a q$ levert (fig. 4.4).



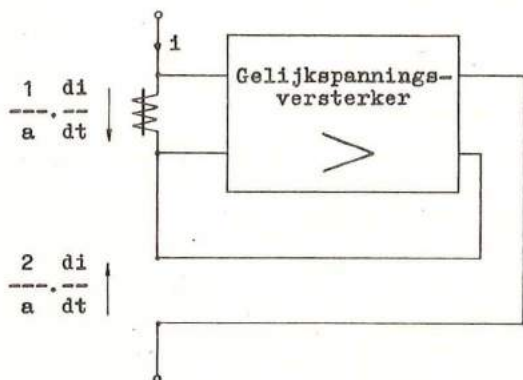
F I G U U R 4.4

Het verwezenlijken van een negatieve condensator.

Een dergelijke generator wordt gevormd door een gelijkspanningsversterker, waarvan de ingang een zeer hoge, en de uitgang een zeer lage impedantie bezit. De ingang van deze versterker wordt parallel op de condensator geschakeld, terwijl de uitgang met de juiste faze in serie met de condensator

wordt aangesloten.

Een negatieve zelfinductie $-\frac{1}{a}$ kan op overeenkomstige wijze worden verwezenlijkt door de gelijkspanningsversterker met de ingang parallel op een zelfinductie $\frac{1}{a}$ te schakelen en de uitgang weer in serie met de zelfinductie op te nemen (zie fig. 4.5).



F I G U U R 4.5

Het verwezenlijken van een negatieve zelfinductie.

In de nu volgende beschouwingen zullen wij ons steeds op het standpunt van de snelheid - stroom analogie stellen.

4.5 Een nader inzicht in de kippende werking van het magneetsysteem.

De kippende werking weerspiegelt zich in het elektrische vervangingsschema als een negatief element, in de snelheid-stroom analogie dus als een negatieve condensator.

Veronderstel nu, dat op het anker nog een extra, symmetrische veer wordt aangebracht, die een tegenwerkend koppel :

$$d \cdot \alpha$$

levert. Vergelijking (4.49) moet dan als volgt worden aangevuld :

$$T_a \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + F_a \frac{d\alpha}{dt} + (d - a) \alpha - c \cdot \beta = b \cdot i \quad (4.54)$$

Afhankelijk van de keuze van d kunnen drie gevallen worden onderscheiden.

Is $d < a$, dan is de coëfficiënt van α in (4.54) nog steeds negatief, zodat de kippende werking is behouden. In het vervangingsschema is er een negatieve condensator en minstens één van de eigenfrequenties is positief.

Voor $d > a$ is de coëfficiënt van α positief, de kippende werking is opgeheven, in het vervangingsschema is er een gewone condensator. De eigenfrequenties zijn negatief of complex met negatief reëel deel. Men spreekt nu van de verende instelling, omdat het anker na het wegnemen van de bekrachtiging naar de middenstand terugveert. De verende instelling wordt bij de wisselstroombel zelden toegepast. Zij behoort meer tot het terrein van het polaire relais.

Indien $d = a$ is er noch een kippende, noch een verende werking. In het vervangingsschema komt er op de plaats van de condensator een kortsluiting omdat de coëfficiënt van α gelijk is aan 0. In stroomloze toestand kan het anker in elke stand blijven liggen: het magneetstelsel kent geen drempelwaarden meer, elke stroom, hoe gering ook, brengt het anker in beweging (afgezien van de tapwrijving).

Het is interessant, dat de uitdrukking :

$$A = 2 \alpha_0 \cdot b \cdot J \quad (4.34)$$

die de arbeid voorstelt, welke per ankerslag door de bekrachtigingswikkeling aan het anker - klepelsysteem wordt toegevoerd bij een kanteelvormige stroom de coëfficiënt a (of $d - a$) niet bevat. Zij geldt dus zowel voor de kippende als voor de verende instelling.

Door een beschouwing van fig. 4.2 wordt het ook duidelijk, waarom A slechts afhangt van α_0 , b en J . Er is immers een generator met de constante klemspanning $b \cdot J$, die aan het systeem de lading $2 \alpha_0$ levert en daarna wordt afgeschakeld. De geleverde energie A is het product van klemspanning en geleverde lading.

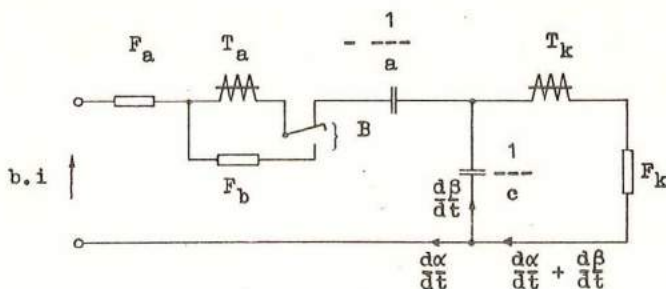
4.6 De beweging van de klepel na de ankerbotsing.

Deze beweging kan worden verduidelijkt door in het elektrische vervangingsschema ook de ankerbotsing electrisch te interpreteren en wel door de schakelaar B in fig. 4.6.

Uit oscillogrammen, opgenomen met contacten op het anker, zoals in fig. 3.10, blijkt dat de ankerbotsing vrijwel reflectieloos geschiedt. Dit heeft twee oorzaken: zowel de doornliegende klepel als het magnetische koppel, dat op het ogenblik van de ankerbotsing meestal ongeveer maximaal is, verzetten zich tegen terugkaatsing van het anker.

Bij een botsing zonder reflectie verliest het anker in zeer korte tijd alle snelheid en blijft dan tegen de kern liggen. In zeer korte tijd wordt de kinetische energie omgezet in vervormingswarmte.

De taak van de schakelaar B is, de stroom $\frac{d\alpha}{dt}$ plotseling gelijk aan 0 te maken, dus het anker stop te zetten. De zich in de smoorspoel bevindende magnetische energie (kinetische energie van het anker) vindt een uitweg in de vonkblusweerstand F_b . De daarin ontwikkelde warmte is



F I G U U R 4.6

De ankerbotsing als schakelaar in
het electrische vervangingsschema.

analoog met de bij de botsing vrijkomende vervormingsarbeid. De schakelaar B is in beginsel overlappend (maak vóór verbreek) gedacht, omdat de stroom door T_a onder alle omstandigheden continu moet blijven.

Bij het openen van de schakelaar blijft de spanning van de condensator $\frac{1}{c}$ continu, evenals de stroom $\frac{d\alpha}{dt} + \frac{d\beta}{dt}$ door de zelfinductie T_k . Aangezien in $\frac{d\beta}{dt}$ een sprong voorkomt moet de relatieve snelheid $\frac{d\beta}{dt}$ een gelijke en tegengestelde sprong vertonen. Wij zien dus, dat de stroom door de condensator $\frac{1}{c}$ discontinu is. Dit is geoorloofd zolang de

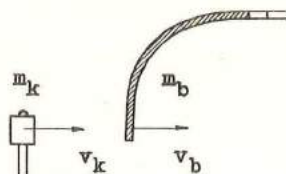
condensatorspanning continu blijft, hetgeen het geval is. Tot op het ogenblik, dat de klepel tegen de belschaal botst geldt de vergelijking :

$$T_k \frac{d^2\beta}{dt^2} + F_k \frac{d\beta}{dt} + c \cdot \beta = 0 \quad (4.55)$$

Dit is een gedempte trilling.

Bij de botsing tussen klepel en belschaal worden beide lichamen in het aanrakingsgebied in zeer korte tijd samengedrukt. Daarbij ontstaan grote elastische krachten, die de lichamen zeer snel weer uit elkaar drijven.

Het gedeelte van de belschaal, dat aan de botsing deelneemt vatten wij eenvoudigheidshalve op als een massa m_b met de snelheid v_b . De klepel heeft de massa m_k en de snelheid v_k . De positieve richtingen zijn in fig. 4.7 aangegeven.



F I G U U R 4.7

De botsing tussen de klepel
en de belschaal.

Duiden wij de snelheden juist vóór de botsing aan met de index 1, en die juist na de botsing met de index 2, dan mogen wij volgens de mechanica schrijven :

$$v_{b2} - v_{b1} = \frac{(1 + \epsilon) (v_{k1} - v_{b1})}{1 + \frac{m_b}{m_k}} \quad (4.56)$$

Hierin is ϵ de botsingscoëfficiënt. Voor de zuiver elastische botsing is $\epsilon = 1$, bij de zuiver niet-elastische botsing is $\epsilon = 0$. Practisch is $0 < \epsilon < 1$.

De toename van de kinetische energie van de belschaal tengevolge van de botsing met de klepel bedraagt :

$$\Delta A_b = \frac{1}{2} m_b (v_{b2}^2 - v_{b1}^2) \quad (4.57)$$

Noemen wij :

$$n = \frac{1 + \epsilon}{1 + \frac{m_b}{m_k}} \quad (4.58)$$

dan komt er :

$$\Delta A_b = \frac{1}{2} m_b n (v_{k1} - v_{b1}) [n v_{k1} + (2-n) v_{b1}] \quad (4.59)^*$$

Bij gegeven v_{k1} is ΔA_b een functie van v_{b1} .

* Deze uitdrukking verliest natuurlijk haar betekenis indien $v_{b1} > v_{k1}$.

Voor :

$$v_{b_1} = \frac{1-n}{2-n} v_{k_1} \quad (4.60)$$

bereikt ΔA_b een maximum. Dit ligt bij :

$$\Delta A_{b_{\max}} = \frac{1}{2} m_b \frac{n}{2-n} v_{k_1}^2 \quad (4.61)$$

De mogelijkheid is echter niet uitgesloten, dat ΔA_b negatief wordt. Dit is n.l. het geval indien :

$$v_{b_1} < - \frac{n}{2-n} v_{k_1} \quad (4.62)$$

De belschaal staat dan bij de botsing kinetische energie af, er is uitdoving.

Zonder in details te treden kunnen wij dus zeggen, dat de energieoverdracht van klepel op belschaal afhankelijk is van de snelheid, die de belschaalrand op het ogenblik van de botsing bezit. Dit is een willekeurige kwestie. Wij kunnen derhalve niet verwachten, dat elke klepelslag de schaal met de zelfde energie verrijkt. Deze onregelmatigheid in de energietoevoer veroorzaakt ook een onregelmatige geluidsdruk. De gebruikelijke drukniveaumeters (bijv. de Soundlevelmeter van General Radio) geven op het geluid van de wisselstroombel geen constante uitslag.

Met behulp van vertraagde film kan worden vastgesteld,* dat een bel een grotere geluidsdruk afgeeft, indien de klepel per ankerslag twee maal achter elkaar met de zelfde belschaal in botsing komt. Het hangt natuurlijk van de eigenfrequentie van de klepel (met klepelstang) af, of er in de beschikbare halve periode van de bekrachtigingsstroom tijd is voor twee botsingen. Beschouwen wij nu nogmaals fig. 3.12, die betrekking heeft op een met 25 Hz bekrachtigde Siemensbel.

De slagwijdte is verkleind van 0,6 op 0,28 mm teneinde de overslagtijd te verminderen en zoveel mogelijk tijd voor het uittrillen van de klepel beschikbaar te hebben. De laatste drie oscillogrammen zijn opgenomen zonder belschalen. De klepel veert dan ver door. De eigen periode van de klepel van de Siemensbel is ongeveer 7 msec. Uit het oscillogram voor 8 mA blijkt duidelijk, dat de klepel twee maal heen en weer gegaan is. Wanneer de klepel voor de eerste maal terugveert, oefent de stang op het anker een sterk koppel uit, waardoor dit vroegtijdig even van de kern wordt losgerukt. Bij het voor de tweede maal terugveren helpt de klepel de bekrachtigingsstroom om het anker los te maken nog vóór de drempelwaarde i_0 is bereikt. Bij grotere stroomsterkten is het koppel van de bekrachtigingsstroom groot genoeg om vroegtijdig losrukken te voorkomen, doch de drempelwaarde verdwijnt geheel.

* Dit geschiedde in het laboratorium van de E.T.M.C. te Antwerpen.

Indien de belschalen wel aanwezig zijn, staat de klepel bij de botsingen te veel energie af om de drempelwaarde sterk te beïnvloeden, hetgeen uit de eerste twee oscillogrammen van fig. 3.12 blijkt.

Wordt de zelfde bel met 50 Hz bekrachtigd (fig. 3.11), dan blijft er van de halve periode slechts ongeveer 4 msec over voor de klepelbeweging. Zoals uit de eerste twee oscillogrammen blijkt, kan de klepel in dat tijdsverloop slechts éénmaal tegen de schaal botsen. Zonder belschalen (zie de laatste drie oscillogrammen) is er voor de klepelbeweging ongeveer 5,3 msec beschikbaar. Hoewel de periode van de vrije klepeltrilling 7 msec bedraagt, komt de klepel nog heen en weer omdat de klepel reeds snelheid bezit op het ogenblik, waarop het anker tegen de kern botst. Zonder belschalen is de invloed van de klepel op de drempelwaarde zeer groot, hetgeen door het volgende experiment duidelijk wordt gedemonstreerd.

Door de bekrachtigingswikkeling van een zich in rust bevindend magneetsysteem wordt een wisselstroom van 50 Hz gestuurd, die juist even te zwak is om beweging te veroorzaken. Dit wijst er op, dat de drempelwaarde van het systeem te hoog is. Brengen wij nu het anker met de hand op gang, dan verlaagt de klepel de drempelwaarde, waardoor het systeem blijft doortrillen.

Wij hebben onderzocht, of de klepel van een normaal werkende Siemensbel bij een bekrachtigingsfrequentie van 25 Hz twee maal achter elkaar met de zelfde belschaal in botsing komt. Voor een stroomsterkte van 25 mA blijkt dit niet het geval te zijn: vergroting van de frequentie van 25 Hz op 50 Hz doet de afgegeven geluidsdruk met 3 dB stijgen, overeenkomend met een vermogensverdubbeling.

Stellen wij de stroom echter in op 5 mA, dan wordt bij 25 Hz en bij 50 Hz de zelfde geluidsdruk geleverd, ten teken, dat er bij 25 Hz per sec evenveel klepelbotsingen plaats vinden als bij 50 Hz. Bij 25 Hz en 5 mA raakt de klepel de zelfde schaal blijkbaar twee maal achter elkaar.

4.7 Het volledige elektrische vervangingsschema met inbegrip van het bekrachtigingscircuit, tijdens de ankerbeweging.

In fig. 4.8 is het volledige vervangingsschema getekend van de vergelijkingen (3.62), (4.49) en (4.2). Vergelijking (3.62) beschrijft de serieschakeling van een zelf-inductie L en een weerstand R , waarin behalve de klemspanning u nog een generator zonder inwendige impedantie en

een e.m.k. $b \frac{dx}{dt}$ is opgenomen. Een dergelijke generator kan

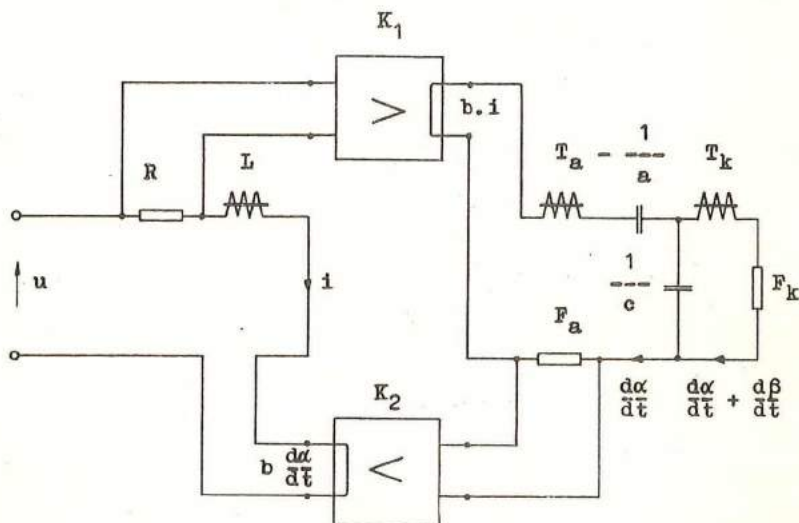
worden verwezenlijkt door de uitgang van een gelijkspannings-versterker K_2 met zeer lage uitgangsimpedantie. De zeer hoogohmige ingang van deze versterker is aangesloten op een

met $\frac{dx}{dt}$ evenredige spanning in het anker-klepelsysteem, dus

bijv. op de wrijvingsweerstand F_a . De versterking is zodanig geregeld, dat $F_a = b$.

De aandrijving van het anker - klepelsysteem geschiedt eveneens door middel van een gelijkspanningsversterker K_1 met een zeer lage uitgangsimpedantie, die een e.m.k. $b \cdot i$ levert en met de zeer hoogohmige ingang is aangesloten op de weerstand R .

Indien de terugwerking van de ankerbeweging op de bekrachtigingsstroom kan worden verwaarloosd, betekent dit, dat in het vervangingsschema de ingang van de versterker K_2 zonder bezwaar kan worden losgenomen.



F I G U U R 4.8

Het elektrische vervangingsschema van de wisselstroombel.

H O O F D S T U K 5

HET KARAKTER VAN DE BEKRACHTIGINGSSTROOM

5.1 Probleemstelling.

Indien wij op de klemmen van de bel een periodieke spanning schakelen, kunnen wij ons afvragen, of ook de belstroom en de ankerbeweging op de duur periodieke verschijnselen zullen worden.

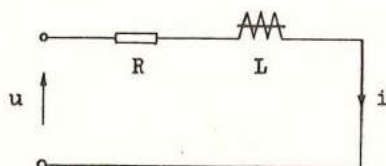
Een magneetsysteem met vastgeklemd anker gedraagt zich als de serieschakeling van een zelfinductie en een weerstand (fig. 5.1) . Daarvoor geldt de vergelijking :

$$u = i \cdot R + L \frac{di}{dt} \quad (5.1)$$

Hiervan luidt de algemene oplossing :

$$i = \frac{e^{-\frac{R}{L}t}}{L} \int u \cdot e^{\frac{R}{L}t} dt + C \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \quad (5.2)$$

De tweede term van het rechterlid vertegenwoordigt een schakelverschijnsel en verdwijnt voor $t \rightarrow \infty$.



F I G U U R 5.1

Serieschakeling van weerstand en zelfinductie.

Indien de klemspanning u een periodieke functie van de tijd is, kan zij worden ontwikkeld in een reeks van F o u - r i e r . Deze reeks kan als volgt worden geschreven :

$$u = \sum \hat{u}_n \sin (n \omega t + \theta_n) \quad (5.3)$$

Substitueren wij nu uitdrukking (5.3) in vergelijking (5.2) dan komt er :

$$i = \sum \frac{\hat{a}_n}{Z_n} \sin(n\omega t + \theta_n - \varphi_n) + C \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \quad (5.4)$$

waarin : $Z_n = \sqrt{R^2 + (n\omega L)^2}$ en $\tan \varphi_n = n \frac{\omega L}{R}$

De in vergelijking (5.4) voorkomende som is wederom een reeks van F o u r i e r , zodat wij hebben bewezen, dat na het verdwijnen van de term :

$$C \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

het stroomverloop eveneens een periodiek verschijnsel is geworden.

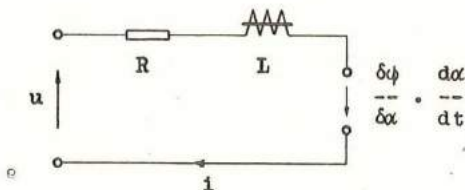
In de bedrijfstoestand echter beweegt het anker heen en weer met dien verstande, dat het afwisselend in rust en in beweging verkeert.

Gedurende de intervallen, waarin het anker tegen de kern ligt, geldt vergelijking (5.1), terwijl tijdens het overslaan van het anker de volgende betrekking van kracht is :

$$u = i \cdot R + L \frac{di}{dt} + \frac{\delta \psi}{\delta \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} \quad (5.5)$$

Wij kunnen ook zeggen, dat uitdrukking (5.5) steeds geldig is en voor ankerrust overgaat in vergelijking (5.1). Immers dan is :

$$\frac{d\alpha}{dt} = 0$$



F I G U U R 5.2

Vervangingschema bij bewegend anker.

De bewegingsspanning

$$u_b = \frac{\delta\phi}{\delta\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt}$$

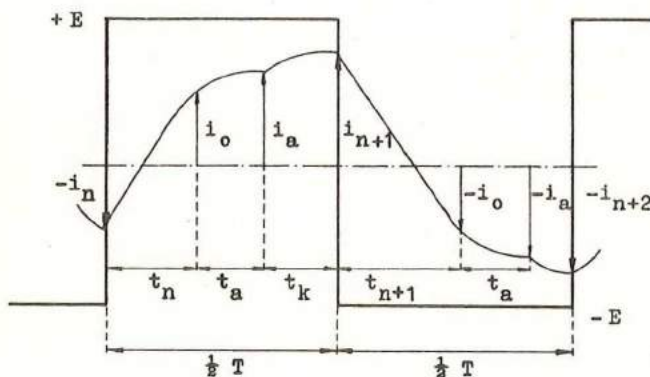
hangt via de bewegingsvergelijking weer samen met de stroomsterkte met als kenmerk, dat het anker pas in beweging komt, wanneer de stroom een bepaalde waarde, n.l. de drempelwaarde i_o heeft overschreden.

Wij stellen ons nu in dit Hoofdstuk ten doel om na te gaan, of ook bij bewegend anker het stroomverloop op de duur een periodiek karakter aanneemt, indien op de klemmen van de bel een periodieke spanning wordt geschakeld.

Ter vereenvoudiging wordt slechts het geval behandeld, waarin de klemspanning een kanteelvorm bezit. Bij de nu volgende beschouwingen gaan wij van de vereenvoudigende veronderstelling uit, dat de klepel steeds is uitgetrild, wanneer het anker voor het maken van een slag in beweging komt. Voor een polair relais geldt deze restrictie natuurlijk niet.

5.2 De klemspanning is een kanteelkromme.

Het bekrachtigen met een kanteelkromme (ook bekend als : " vierkante sinus ") heeft het mathematische voordeel, dat de klemspanning bij het overslaan van het anker constant is (fig. 5.3) .



F I G U U R 5.3

De klemspanning is een kanteelkromme .

Het gevolg is, dat de overslagtijd t_a een constante is, en niet afhankelijk van het tijdstip t_n (of t_{n+1}) waarop het anker in beweging komt. Ook de waarde van de stroom bij de bot-

sing tegen de kern, i_a is een constante.

Het is niet noodzakelijk de ankerbotsing als reflectieloos te beschouwen. Immers elke ankerbotsing vindt plaats onder de zelfde omstandigheden : het anker heeft bij de botsing steeds dezelfde snelheid. De duur van het " chatter " verschijnsel en de waarde van de stroom aan het einde daarvan zijn dus constant ; deze grootheden kunnen in t_a en in i_a worden verdisconteerd.

Wij beschouwen nu een positieve spanningsschrede, die wordt begrensd door de stromen $-i_n$ en i_{n+1} .

Voor het tijdvak t_k daarin geldt :

$$i = \left(i_a - \frac{E}{R} \right) \epsilon^{-\frac{R}{L} t} + \frac{E}{R} \quad (5.6)$$

Uit fig. 5.3 blijkt :

$$t_k = \left(\frac{1}{2} T - t_a \right) - t_n \quad (5.7)$$

$$\text{Noemen wij : } \frac{R}{L} \left(\frac{1}{2} T - t_a \right) = A \quad (5.8)$$

waarbij $A > 0$, dan geeft combinatie van (5.6), (5.7) en (5.8) :

$$i_{n+1} = \left(i_a - \frac{E}{R} \right) \epsilon^{-A} \cdot \epsilon^{-\frac{R}{L} t_n} + \frac{E}{R} \quad (5.9)$$

Voor t_n kunnen wij nu een andere variabele invoeren, gegeven door :

$$\epsilon^{-\frac{R}{L} t_n} = y_n \quad (5.10)$$

Uit (5.9) en (5.10) komt er dan :

$$i_{n+1} = \left(i_a - \frac{E}{R} \right) \epsilon^{-A} \cdot y_n + \frac{E}{R} \quad (5.11)$$

Voor het in de volgende spanningsschrede liggende tijdvak t_{n+1} geldt :

$$i = \left(i_{n+1} + \frac{E}{R} \right) \epsilon^{-\frac{R}{L} t} - \frac{E}{R} \quad (5.12)$$

Het tijdstip $t = 0$ valt aan het begin van t_{n+1} .

Ten tijde $t = t_{n+1}$ is :

$$-i_0 = \left(i_{n+1} + \frac{E}{R} \right) \epsilon^{-\frac{R}{L} t_{n+1}} - \frac{E}{R}$$

Voeren wij weer in :

$$y_{n+1} = \epsilon \frac{R}{L} t_{n+1}, \text{ dan komt er :}$$

$$\left(i_{n+1} + \frac{E}{R} \right) = \left(\frac{E}{R} - i_0 \right) \cdot y_{n+1} \quad (5.13)$$

Combinatie van de vergelijkingen (5.12) en (5.13) geeft tenslotte :

$$y_{n+1} = \frac{2 E}{E - i_0 \cdot R} - \frac{E - i_a \cdot R}{E - i_0 \cdot R} \cdot \epsilon^{-A} \cdot y_n \quad (5.14)$$

De eerste term van het rechter lid is positief. Indien $i_a > i_0$, hetgeen bij een normaal werkende bel zeker het geval is, zal de coëfficiënt van y_n kleiner dan 1 zijn. ^{*}

Wij mogen dus eenvoudig schrijven :

$$y_{n+1} = a - b \cdot y_n \quad (5.15)$$

waarin $a > 0$ en $b < 1$.

Gaan wij uit van $y_n = y_0$, dan kunnen wij de volgende serie vergelijkingen opstellen.

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= a - b \cdot y_0 \\ y_2 &= a - b \cdot y_1 = a(1 - b) + b^2 \cdot y_0 \\ y_3 &= a - b \cdot y_2 = a(1 - b + b^2) - b^3 \cdot y_0 \\ &\vdots \\ y_n &= a - b \cdot y_{n-1} = a(1 - b + b^2 \dots + [-b]^{n-1}) + (-b)^n \cdot y_0 \end{aligned} \right\} \quad (5.16)$$

Omdat $b < 1$, zal uit de laatste vergelijking de term met y_0 verdwijnen voor $n \rightarrow \infty$. Voor y_n komt er dan :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \frac{a}{1 + b} \quad (5.17)$$

Wij noteren nu :

^{*} Omdat $\epsilon^{-A} < 1$ kan zelfs bij $i_a < i_0$ de coëfficiënt van y_n kleiner dan 1 zijn.

$$y_{\infty} = \frac{a}{1+b} = \frac{2 E}{E - i_0 R + (E - i_a R) \epsilon - \frac{R}{L} (\frac{1}{2} T - t_a)}$$

De grootheid t_n , die het tijdsverloop aangeeft tussen het begin van een spanningsschrede en het ogenblik, waarop het anker in beweging komt, kan uit vergelijking (5.10) worden opgelost :

$$t_n = \frac{L}{R} \ln y_n \quad (5.18)$$

Voor t_{∞} komt er dus :

$$t_{\infty} = \frac{L}{R} \ln \frac{2 E}{E - i_0 R + (E - i_a R) \epsilon - \frac{R}{L} (\frac{1}{2} T - t_a)} \quad (5.19)$$

Door te bewijzen, dat het interval t_n na zeer vele ankerslagen nadert tot de limiet t_{∞} , hebben wij in feite aangetoond, dat het stroomverloop op de duur een periodiek verschijnsel wordt.

Wij hadden natuurlijk ook anders te werk kunnen gaan, en het verband tussen i_{n+1} en i_n kunnen bepalen. Wij zouden dan, onder weglaten van het rekenwerk, gevonden hebben :

$$i_{n+1} = \frac{E}{R} \left(1 - \frac{E - i_a R}{E - i_0 R} \right) \epsilon - \frac{R}{L} (\frac{1}{2} T - t_a) - i_n \frac{E - i_a R}{E - i_0 R} \epsilon - \frac{R}{L} (\frac{1}{2} T - t_a)$$

Dit is een dergelijke uitdrukking als vergelijking (5.15). De eerste term van het rechterlid is > 0 en de coëfficiënt van i_n is < 1 . Er is dus wederom sprake van een limiet :

$$i_{\infty} = \frac{E}{R} \cdot \frac{E - i_0 R - (E - i_a R) \epsilon - \frac{R}{L} (\frac{1}{2} T - t_a)}{E - i_0 R + (E - i_a R) \epsilon - \frac{R}{L} (\frac{1}{2} T - t_a)} \quad (5.20)$$

Uit deze uitdrukking blijkt, dat de stroomwaarde i_n na zeer vele ankerslagen nadert tot de limiet i_∞ . Het is duidelijk, dat ook op deze wijze is bewezen, dat het stroomverloop een periodiek verschijnsel is geworden.

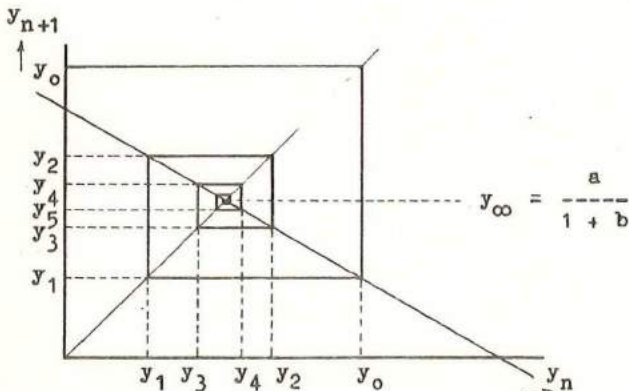
Het behoeft weinig toelichting, dat bij een periodieke stroom een periodieke beweging van het anker past.

5.3 Grafische voorstelling van de wijze, waarop de eindwaarde y_∞ wordt bereikt, uitgaande van een waarde y_0 .

In fig. 5.4 is de functie :

$$y_{n+1} = a - b \cdot y_n \quad (5.21)$$

weergegeven. Door deze rechte wordt op de y_{n+1} - as een



F I G U U R 5.4

De rechthoekige spiraal, die convergeert naar y_∞

stuk a afgesneden ; op de y_n - as een stuk $\frac{a}{b}$.

Op de y_n - as wordt in het punt y_0 een loodlijn opgericht en gesneden met de rechte (5.21). Evenwijdig aan de y_n - as wordt door dit snijpunt een lijn getrokken, die de y_{n+1} - as snijdt in het punt y_1 .

Eveneens op grafische wijze kunnen wij thans :

$$y_2 = a - b \cdot y_1$$

bepalen, door op de y_n - as de waarde y_1 uit te zetten en in dat punt een loodlijn op te richten en deze te snijden met de rechte (5.21). Een lijn evenwijdig aan de y_n - as door

dit snijpunt snijdt dan de y_{n+1} - as in het punt y_2 .

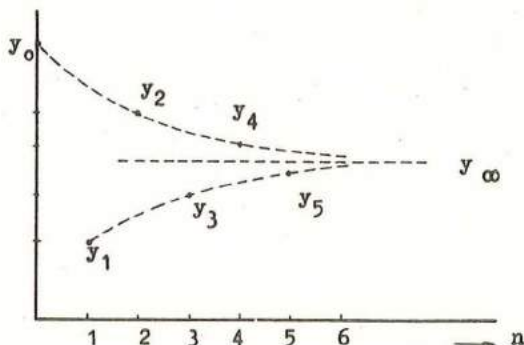
Op dergelijke wijze kunnen wij y_3 vinden uit :

$$y_3 = a - b \cdot y_2 \quad (5.22)$$

Wij zien , dat de constructie aanleiding geeft tot een recht-hoekige spiraal, die convergeert naar het punt :

$$y_{n+1} = y_n = \frac{a}{1+b} \quad (5.23)$$

Deze spiraal wordt opgebouwd met behulp van de bisectrix van het eerste kwadrant. Het snijpunt van deze bisectrix met de rechte (5.21) is de limiet y_∞ , terwijl uit het feit, dat de grootheid $b < 1$ volgt, dat de spiraal inderdaad convergeert naar dat snijpunt.



F I G U U R 5.5

De grootheid y als functie van n

Door uit de spiraalfiguur de achtereenvolgende waarden van y_0 , y_1 , y_2 enz. in een aparte figuur te tekenen als functie van n , ontstaat fig. 5.5, waaruit nogmaals blijkt, dat y op slingerende wijze y_∞ benadert. De eindwaarde wordt des te sneller bereikt, naarmate b kleiner is.

Wij merken nog op, dat het beschouwde probleem eigenlijk tweeledig is.

$$\text{Schrijven wij n.l. : } y_{n+1} = f(y_n) \quad (5.24)$$

dan hebben wij zowel door berekening als grafisch bewezen, te, dat er een reële waarde y_∞ is, die wordt bepaald door :

$$y_{\infty} = f(y_{\infty}) \quad (5.25)$$

2e, dat deze limiet wordt bereikt, door uitgaande van een willekeurige waarde y_0 , achtereenvolgens vele malen de functie f op y_0 toe te passen :

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= f(y_0) \\ y_2 &= f(y_1) = ff(y_0) \\ y_3 &= f(y_2) = fff(y_0) \\ &\vdots \\ y_n &= \underbrace{ff \dots ff}_{n}(y_0) \end{aligned} \right\} \quad (5.26)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = y_{\infty}$$

5.4 Het verband met de theorie van de herhaalde functies.

Ter voorkoming van verwarring voeren wij de variabele x in:

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= a - b \cdot x \\ ff(x) &= a(1-b) + b^2 \cdot x = f_2(x) \\ &\vdots \\ \underbrace{fff \dots f}_n(x) &= a(1-b+b^2 \dots + [-b]^{n-1}) + (-b)^n \cdot x = f_n(x) \end{aligned} \right\} \quad (5.27)$$

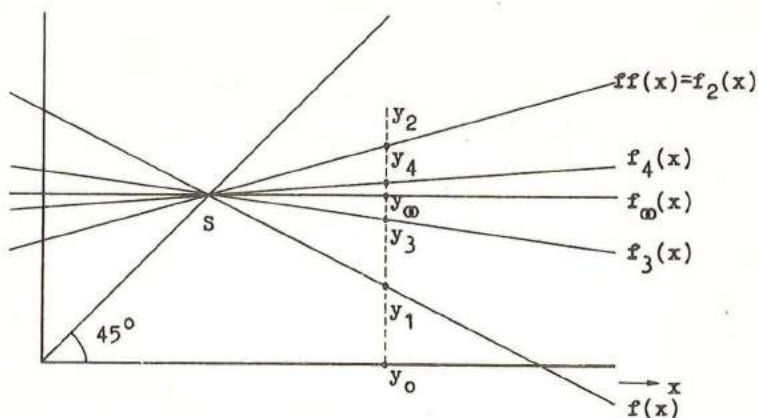
De overeenkomst tussen de vergelijkingen (5.16) en (5.27) is duidelijk.

De achtereenvolgende herhalingen (of iteraties) van $f(x)$ zijn in fig. 5.6 weergegeven. Het zijn wederom rechte lijnen, die alle door het punt S gaan, dat op de bisectrix is gelegen bij :

$$x = \frac{a}{1+b}$$

Naarmate de iteratie verder wordt doorgezet, wordt de helling van de rechten steeds kleiner. Tenslotte is de onbeperkt doorgezette herhaling $f_{\infty}(x)$ zelfs een rechte door S evenwijdig aan de x -as, d.w.z. $f_{\infty}(x)$ is constant voor alle waarden van x .

Kiezen wij $x = y_0$, dan levert $f(x)$ de waarde y_1 , het resultaat van één ankerslag. Wij vinden y_1 door op de x -as in het punt y_0 een loodlijn op te richten en deze met $f(x)$



F I G U U R 5.6

De achtereenvolgende iteraties van
 $f(x) = a - b \cdot x$

te snijden.

De waarde y_2 , het gevolg van twee ankerslagen, wordt gevormd door het snijpunt van de lijn $x = y_0$ met $f_2(x)$. Zo is y_3 het snijpunt met $f_3(x)$ enz. De achtereenvolgende waarden y_1, y_2, y_3 enz. slingeren dus rond de eindwaarde $y_\infty = f_\infty(x)$. Hoe dichter y_0 bij de waarde :

$$\frac{a}{1 + b}$$

ligt, des te minder ankerslagen (iteraties) zijn nodig om dicht bij de eindwaarde te komen.

H O O F D S T U K 6

DIAGRAMMEN VAN DE WISSELSTROOMBEL

6.1 Inleiding.

In dit Hoofdstuk zal worden aangenomen, dat de bekrachtigingsstroom een periodieke functie is, welke veronderstelling o.a. op in de practijk opgenomen oscillogrammen berust.

Wij zullen nu eerst enkele resultaten uit de F o u r i e r-analyse in herinnering brengen.

Indien x en y periodieke functies met dezelfde periode T voorstellen, kunnen zij als volgt in reeksen van Fourier worden ontwikkeld :

$$x = x_0 + \hat{x}_1 \sin(\omega t + \gamma_{x_1}) + \dots + \hat{x}_n \sin(n\omega t + \gamma_{x_n}) \quad (6.1)$$

$$y = y_0 + \hat{y}_1 \sin(\omega t + \gamma_{y_1}) + \dots + \hat{y}_n \sin(n\omega t + \gamma_{y_n}) \quad (6.2)$$

$$\text{waarin :} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad (6.3)$$

Het geniet algemene bekendheid, dat nu :

$$\frac{1}{T} \int_0^T x y \, dt = x_0 y_0 + \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\hat{x}_n \hat{y}_n}{2} \cos(\gamma_{x_n} - \gamma_{y_n}) \quad (6.4)$$

Na invoering van de effectieve waarden :

$$X_n = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{x}_n \sqrt{2} \quad (6.5) \quad Y_n = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{y}_n \sqrt{2} \quad (6.6)$$

komt er :

$$\frac{1}{T} \int_0^T x y \, dt = x_0 y_0 + \sum_{n=1}^{n=\infty} X_n Y_n \cos(\gamma_{x_n} - \gamma_{y_n}) \quad (6.7)$$

Het blijkt dus, dat slechts harmonischen van gelijke frequentie een bijdrage tot de integratie leveren. Van deze eigenschap zal in het volgende enkele malen worden geprofiiteerd. Door in (6.7) $y = x$ te stellen, ontstaat natuurlijk:

$$\frac{1}{T} \int_0^T x^2 \, dt = x_0^2 + \sum_{n=1}^{n=\infty} X_n^2 \quad (6.8)$$

Het linkerlid van deze vergelijking stelt bij definitie het kwadraat van de effectieve waarde X van x voor, zodat kan

worden geschreven :

$$X^2 = x_0^2 + \sum_{n=1}^{n=\infty} x_n^2 \quad (6.9)$$

$$\text{of :} \quad X = \sqrt{x_0^2 + \sum_{n=1}^{n=\infty} x_n^2} \quad (6.10)$$

Dit is een bekend resultaat, aan de hand waarvan bijv. de vervorming t.o.z. van de eerste harmonische kan worden gedefinieerd.

In plaats van vergelijking (6.1) kan ook worden geschreven:

$$x = x_0 + x_1 + x_2 + \dots + x_n \quad (6.11)$$

waarin :

$$x_1 = \hat{x}_1 \sin(\omega t + \gamma_{x_1}) \quad (6.12)$$

$$x_2 = \hat{x}_2 \sin(2\omega t + \gamma_{x_2}) \quad (6.13)$$

$$x_3 = \hat{x}_3 \sin(3\omega t + \gamma_{x_3}) \quad (6.14)$$

$$x_n = \hat{x}_n \sin(n\omega t + \gamma_{x_n}) \quad (6.15)$$

Omdat slechts harmonischen van gelijke frequentie een bijdrage tot de integratie kunnen geven, levert het stellen van $y = x_n$ in vergelijking (6.7) het volgende resultaat op :

$$\frac{1}{T} \int_0^T x x_n dt = x_n^2 \quad (6.16)$$

Door beide leden van uitdrukking (6.1) naar de tijd te differentiëren ontstaat de volgende vergelijking :

$$\frac{dx}{dt} = \sum_{n=1}^{n=\infty} n \omega \hat{x}_n \cos(n\omega t + \gamma_{x_n}) \quad (6.17)$$

Hiervoor kan worden geschreven :

$$\frac{dx}{dt} = \sum_{n=1}^{n=\infty} n \omega \hat{x}_n \sin(n\omega t + \gamma_{x_n} + \frac{1}{2}\pi) \quad (6.18)$$

waaruit blijkt, dat in het algemeen de n^e harmonische van $\frac{dx}{dt}$ een $n\omega$ x zogrote maximale waarde bezit als, en $\frac{1}{2}\pi$ radialen in fase verschoven is t.o.z. van de n^e harmonische van x .

6.2 Toepassing op de wisselstroombel.

Wij gaan uit van de elektrische vergelijking :

$$u = i \cdot R + L \frac{di}{dt} + e_b \quad (2.7)$$

en veronderstellen, dat zowel u , i als e_b periodieke functies van de tijd zijn geworden. In de praktijk komt, tengevolge van de constructie van de belstroomgeneratoren, de verschuivingssymmetrie het meest voor. Dientengevolge kan één van de grootheden u , i of e_b als een reeks van oneven sinustermen zonder fazehoek worden geschreven. Wij kiezen daarvoor de spanning u .

$$u = \sum_{n=1}^{n=\infty} \hat{u}_n \sin n\omega t \quad (6.19)$$

Voor i komt er :

$$i = \sum_{n=1}^{n=\infty} \hat{i}_n \sin (n\omega t - \varphi_n) \quad (6.20)$$

terwijl er voor e_b kan worden geschreven :

$$e_b = \sum_{n=1}^{n=\infty} \hat{e}_{b_n} \sin (n\omega t - \phi_n) \quad (6.21)$$

Door beide leden van (6.20) te differentiëren, ontstaat na toepassing van (6.18) :

$$\frac{di}{dt} = \sum_{n=1}^{n=\infty} n \omega \hat{i}_n \sin (n\omega t - \varphi_n + \frac{1}{2}\pi) \quad (6.22)$$

Vermenigvuldiging van beide leden van (2.7) met $i dt$ levert :

$$u i dt = i^2 R dt + L i \frac{di}{dt} dt + e_b i dt \quad (6.23)$$

Door beide leden te integreren komt er :

$$\frac{1}{T} \int_0^T u i dt = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 R dt + \frac{L}{T} \int_0^T i \frac{di}{dt} dt + \frac{1}{T} \int_0^T e_b i dt \quad (6.24)$$

Het linkerlid stelt het, over de periode gemiddelde, vermogen voor, dat aan de klemmen van de bel wordt toegevoerd :

$$W = \frac{1}{T} \int_0^T u i \, dt \quad (6.25)$$

Voor de eerste integraal van het rechterlid kan voorts worden geschreven :

$$\frac{1}{T} \int_0^T i^2 R \, dt = J^2 R \quad (6.26)$$

waarin J de effectieve waarde van de stroom voorstelt. De term $J^2 R$ correspondeert met het over de periode gemiddelde vermogen, dat in de bekrachtigingswikkeling en in het ijzer in warmte wordt omgezet.

De tweede integraal van het rechterlid kan als volgt worden uitgewerkt :

$$\frac{L}{T} \int_0^T i \frac{di}{dt} \, dt = \frac{L}{T} \int_{i(0)}^{i(T)} i \, di = \frac{L}{2T} \{i^2(T) - i^2(0)\} = 0$$

omdat i periodiek is met de periode T .

De laatste integraal van (6.24) vertegenwoordigt het, over de periode gemiddelde vermogen, dat wordt opgenomen tengevolge van de ankerbeweging :

$$W_b = \frac{1}{T} \int_0^T e_b i \, dt \quad (6.27)$$

Wij kunnen nu (6.25) en (6.27) uitwerken in de geest van (6.7) hetgeen oplevert :

$$W = \sum_{n=1}^{n=\infty} U_n J_n \cos \varphi_n \quad (6.28)$$

$$W_b = \sum_{n=1}^{n=\infty} E_{b_n} J_n \cos (\varphi_n - \phi_n) \quad (6.29)$$

Voor (6.24) kan dus worden geschreven :

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} U_n J_n \cos \varphi_n = J^2 R + \sum_{n=1}^{n=\infty} E_{b_n} J_n \cos (\varphi_n - \phi_n) \quad (6.30)$$

Ter afleiding van het diagram van de bel vermenigvuldigen wij nu beide leden van (2.7) met $i_n dt$. Na integratie komt er dan :

$$\frac{1}{T} \int_0^T u i_n dt = \frac{1}{T} \int_0^T i i_n R dt + \frac{L}{T} \int_0^T i_n \frac{di}{dt} dt + \frac{1}{T} \int_0^T e_b i_n dt \quad (6.31)$$

waarin : $i_n = i_n \sin(n\omega t - \varphi_n)$ (6.32)

Omdat slechts harmonischen van gelijke frequentie een bijdrage tot de integratie geven, levert (6.31) het volgende resultaat op :

$$U_n J_n \cos \varphi_n = J_n^2 R + n\omega L J_n^2 \cos \frac{1}{2}\pi + E_{b_n} J_n \cos(\varphi_n - \phi_n) \quad (6.33)$$

of wel : $U_n \cos \varphi_n = J_n R + E_{b_n} \cos(\varphi_n - \phi_n)$ (6.34)

Teneinde nog een dergelijke uitdrukking af te leiden worden beide leden van (2.7) met $u_n dt$ vermenigvuldigd en daarna geïntegreerd :

$$\frac{1}{T} \int_0^T u u_n dt = \frac{1}{T} \int_0^T u_n i R dt + \frac{1}{T} \int_0^T L u_n \frac{di}{dt} dt + \frac{1}{T} \int_0^T e_b u_n dt \quad (6.35)$$

Volgens de bekende regelen komt hiervoor :

$$U_n^2 = U_n J_n R \cos \varphi_n + U_n J_n n \omega L \cos(\varphi_n - \frac{1}{2}\pi) + E_{b_n} U_n \cos \phi_n \quad (6.36)$$

of na vereenvoudiging :

$$U_n = J_n R \cos \varphi_n + J_n n \omega L \sin \varphi_n + E_{b_n} \cos \phi_n \quad (6.37)$$

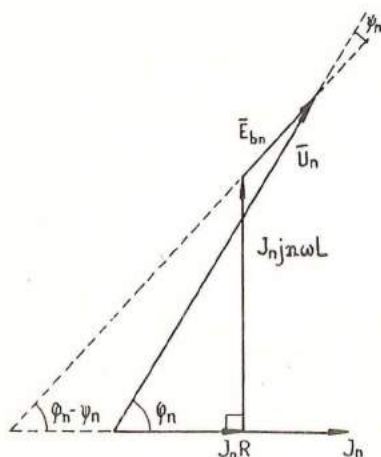
De vergelijkingen (6.34) en (6.37) beschrijven het in fig. 6.1 geschetste diagram, dat geldig is voor de n^e harmonische. Feitelijk zijn er dus n diagrammen. In het diagram is op het complexe vlak overgegaan, waarbij de stroom $\bar{J}_n$ in de reële as is gelegd.

Zuiver formeel kan tussen $\bar{E}_{b_n}$ en $\bar{J}_n$ het volgende verband worden gedefiniëerd :

$$\bar{Z}_{b_n} = \frac{\bar{E}_{b_n}}{\bar{J}_n} = R_{b_n} + j X_{b_n} \quad (6.38)$$

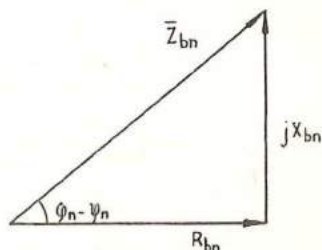
Wij noemen $\bar{Z}_{b_n}$ de bewegingsimpedantie voor de n^e harmonische. De bewegingsreactantie X_{b_n} kan zowel positief als negatief zijn ; de bewegingsweerstand is wel steeds positief.

De totale impedantie $\bar{Z}_n$ wordt als volgt gedefiniëerd :



F I G U U R 6.1

Diagram van de bel



F I G U U R 6.2

De bewegingsimpedantie

$$\bar{Z}_n = \frac{\bar{U}_n}{\bar{I}_n} = R_n + j X_n \quad (6.39)$$

waarin R_n de totale weerstand en X_n de totale reactantie voorstellen. Uit de figuren 6.1 en 6.2 leiden wij gemakkelijk af :

$$R_n = R + R_{bn} \quad (6.40)$$

$$X_n = n\omega L + X_{bn} \quad (6.41)$$

Het bekrachtigen met een sinusvormige stroom levert belangrijke vereenvoudigingen op.

6.3 Bekrachtiging van de bel met een sinusvormige stroom.

Een sinusvormige stroom kan worden verkregen door de bel in een circuit met hoge impedantie te bekrachtigen met behulp van een generator, die een sinusvormige e.m.k. levert. Bij de gebruikelijke generatoren is het nodig een filter voor te schakelen om aan de stroom de sinusvorm op te dringen.

In een dergelijke schakeling kan de terugwerking van de ankerbeweging worden verwaarloosd en het heeft totaal geen invloed op de stroom of het anker wordt vastgehouden aan wel losgelaten. Dit komt, doordat de impedantieveranderingen, die door de ankerbeweging worden veroorzaakt zeer klein zijn

%, o. z. van de totale impedantie in het circuit.

Hoewel de stroom door de bel constant is, wordt de spanning u op de klemmen van de bel wel degelijk door de ankerbeweging beïnvloed. Zelfs bij stilstaand anker is u niet sinusvormig tengevolge van, door het ijzer veroorzaakte, sterke oneven harmonischen. * De ankerbeweging introduceert opnieuw harmonischen in u , doch speciaal van belang is de wijziging, die de eerste harmonische van u zowel in grootte als in fase ondergaat. Dit zal thans nader worden toegelicht.

Beschouwen wij nogmaals vergelijking (6.30).

Het linkerlid stelt het aan de klemmen van de bel toegevoerde vermogen W voor. Indien de stroom sinusvormig is, zijn er buiten J_1 geen harmonischen, zodat bij de stroom de index 1 kan worden weggelaten :

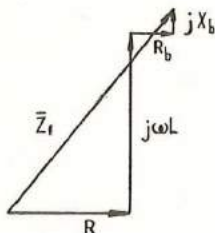
$$U_1 J \cos \varphi = J^2 R + E_{b1} J \cos (\varphi - \varphi) \quad (6.42)$$

Uit de definitie van $\bar{Z}_b$ en uit fig. 6.2 volgt, dat voor (6.42) kan worden geschreven :

$$U_1 J \cos \varphi = J^2 (R + R_b) \quad (6.43)$$

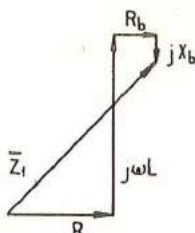
De bewegingsweerstand R_b is een fictieve weerstand, waarin per sec evenveel warmte vrijkomt als het bewegingsvermogen w_b bedraagt :

$$w_b = J^2 \cdot R_b \quad (6.44)$$



F I G U U R 6.3

De ankerbeweging geeft reactantieverhoging.



F I G U U R 6.4

De ankerbeweging geeft reactantieverlaging.

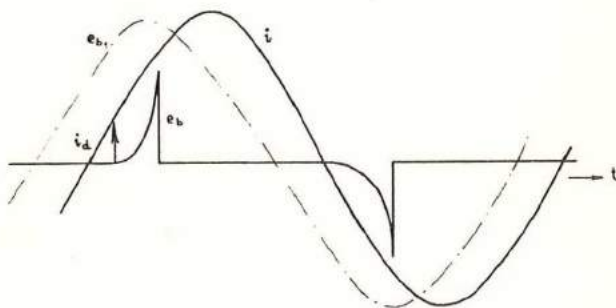
Wij hebben dus het volgende beeld verkregen :

* Althans bij bellen van Siemens en B.T.M.C.

Klemmen wij het anker vast, en laten wij het daarna los, dan meten wij aan de klemmen van de bel een weerstandsverhoging, die noodzakelijk is, om de constante stroom gelegenheid te geven het bewegingsvermogen af te leveren boven de koper- en de ijzerverliezen.

De ankerbeweging introduceert niet alleen een weerstandsverhoging R_b , doch tevens een reactantieverandering X_b . Deze laatste kan zowel positief als negatief zijn, afhankelijk van de instelling. Beide gevallen zijn in de figuren 6.3 en 6.4 aangegeven.

Het teken van X_b wordt sterk beïnvloed door de dynamische drempelwaarde. Wij lichten dit toe met behulp van fig. 6.5. Daarin zijn voor een bepaald geval i en e_b getekend. De bewegingsspanning is nul zolang het anker in rust verkeert.



F I G U U R 6.5

Het fazeverschil tussen e_{b1} en i .

Het verloop tijdens de ankerbeweging is schematisch aangegeven. Het is mogelijk de eerste harmonische e_{b1} van e_b te construeren. Deze is met een streep-stip lijn getekend. In het getekende geval is e_{b1} in fase vóór bij i , d.w.z. X_b is positief. Naarmate de dynamische drempelwaarde kleiner is, komt het anker eerder in beweging en wordt de fazeverschuiving tussen e_{b1} en i groter; X_b neemt dan toe. Kleiner worden van i_d treedt bijv. op bij het vergroten van de bekrachtigingsstroom, waardoor er meer spanning in de koppelstang komt. Bovendien daalt i_d , indien wij de slagwijdte verkleinen. Immers hierdoor wordt i_0 kleiner.

Uit de figuur blijkt verder, dat bij vergroting van i_d

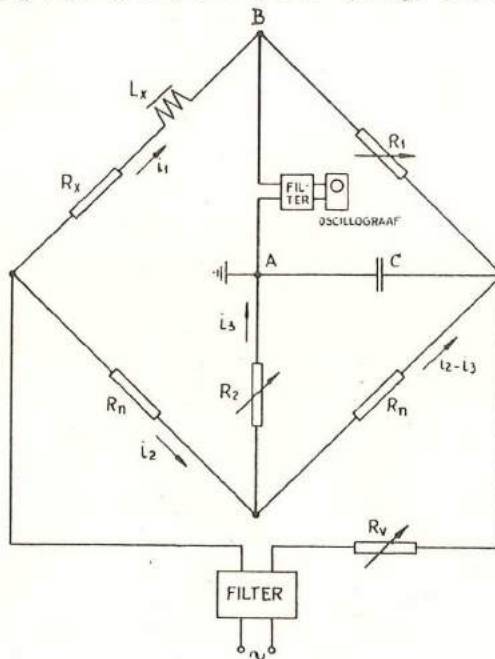
het fazeverschil tussen e_b en i steeds kleiner wordt. Het is mogelijk, dat e_b en i in fase komen, en zelfs dat de stroom in fase vóór loopt bij de bewegingsspanning. In dat geval is X_b negatief. Een grote dynamische drempelwaarde past bij een grote slagwijdte en een lage bekrachtigingsstroom.

Voeren wij de bekrachtigingsfrequentie op, dan wordt een groter gedeelte van de halve periode gebruikt voor de ankerbeweging. Dit komt er op neer, dat e_b in de figuur naar rechts verschuift t.o.z. van i , m.a.w. het karakter van X_b wordt meer negatief.

Bovenstaande beschouwingen worden door impedantiemetingen bevestigd.

6.4 Impedantiemetingen bij rustend en bewegend anker.

De impedantie van de bel voor de eerste harmonische kan het nauwkeurigst worden gemeten in de frequentie - onafhankelijke brugschakeling van Anderson (fig. 6.6)



F I G U U R 6.6

De bel in de brug van Anderson

Deze brug heeft nog het voordeel, dat het evenwicht uitsluitend met behulp van variabele weerstanden kan worden ingesteld.

Indien de brug voor de grondfrequentie in evenwicht is, bevat de spanning tussen de punten A en B geen eerste harmonische. Wij voeren nu de stromen $\bar{I}_1$, $\bar{I}_2$ en $\bar{I}_3$ in, die uitsluitend op de grondgolf betrekking hebben, waardoor de complexe notatie geoorloofd is.

In geval van evenwicht kunnen de volgende vergelijkingen worden opgesteld :

$$\bar{I}_1 R_1 - \frac{\bar{I}_3}{j\omega C} = 0 \quad (6.45)$$

$$\bar{I}_3 \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C} \right) - (\bar{I}_2 - \bar{I}_3) R_n = 0 \quad (6.46)$$

$$\bar{I}_1 (R_x + j\omega L_x) - \bar{I}_2 R_n - \bar{I}_3 R_2 = 0 \quad (6.47)$$

De evenwichtsvoorwaarden ontstaan nu, door na rangschikking van de bovenstaande vergelijkingen, de systeemdeterminant gelijk aan nul te stellen :

$$\begin{vmatrix} R_1 & 0 & -\frac{1}{j\omega C} \\ 0 & R_n & -(R_2 + R_n + \frac{1}{j\omega C}) \\ R_x + j\omega L_x & -R_n & -R_2 \end{vmatrix} = 0 \quad (6.48)$$

Na uitwerking komt er :

$$-R_1 \left(2R_2 + R_n + \frac{1}{j\omega C} \right) + \frac{R_x}{j\omega C} + \frac{L_x}{C} = 0 \quad (6.49)$$

Deze uitdrukking valt uiteen in de volgende twee voorwaarden :

$$R_x = R_1 \quad (6.50)$$

$$\text{en :} \quad L_x = C R_1 (2R_2 + R_n) \quad (6.51)$$

De te meten weerstandscomponente kan dus onmiddellijk op R_1 worden afgelezen, terwijl voor het bepalen van L_x een omrekening noodzakelijk is van de afgelezen weerstandswaarden R_1 en R_2 .

Het nulinstrument dient slechts te reageren op de eerste harmonische. Een op die frequentie afgestemde vibratiegalva - nometer werd sterk gestoord door de aanwezigheid van krachtige oneven harmonischen in de spanning tussen A en B, speciaal bij lage bekrachtigingsstromen, waarvoor het anker onregelmatig beweegt. De instelling van het evenwicht wordt tijdrovend en onnauwkeurig.

Als nulindicator kan evenwel met succes een kathodestraal- oscillograaf worden toegepast. Op de volgende wijze kan de afwezigheid van de grondgolf nauwkeurig worden vastgesteld. Speculerend op de sterke derde harmonische in de spanning tussen A en B, wordt de tijdbasis van de oscillograaf niet afgestemd op de grondfrequentie, doch op het drievoud daarvan, zodat op het beeldvlak drie krommen door elkaar zichtbaar worden. Indien nu de grondfrequentie ontbreekt, dus wanneer de brug voor de grondfrequentie in evenwicht is, vallen de drie krommen volkomen samen. Door het over elkaar glijden van de drie beeldlijnen kan dit feit zeer nauwkeurig worden vastgesteld. Bij grove regeling van de weerstanden ziet men onmiddellijk, wanneer de nulinstelling wordt gepasseerd.

Ter verhoging van het effect dient vóór de oscillograaf nog een filter te worden geschakeld, waarvan de samenstelling afhankelijk is van het te meten beltype. Zo heeft de Siemensbel andere ijzereigenschappen dan een bel van B.T.M.C.

Bovenstaande meting kan zelfs bij onrustig bewegend anker tot op 0,5 % nauwkeurig worden uitgevoerd. Bij regelmatig bewegend of stilstaand anker is de meting zelfs tot op ongeveer 0,05 % nauwkeurig. Nu moet hierbij onmiddellijk worden aangetekend, dat dergelijke nauwkeurigheden bij het meten van wisselstroombellens weinig betekenis hebben, omdat bijv. reeds kleine verschuivingen van de belschalen meetbare impedantieverschillen veroorzaken. Vergelijkt men bijv. twee metingen bij verschillende slagwijdten, dan is met het verstellen van de slagwijdte en de daarmee gepaard gaande wijziging van de stand van de belschalen een onzekerheid binnengeslopen.

Zoals wij reeds in Hoofdstuk 2 vermeldde, is de zelfinductie van de bel niet geheel onafhankelijk van de stand van het anker, indien wij dit laatste vastklemmen. Uit de zelfinductiemetingen blijkt echter, dat de reactantie (evenals de reële componenten) in de middenstand van het anker weliswaar het grootst is, doch zelden meer dan 1 % groter is dan in de uiterste standen. Bij de nu volgende metingen werd het anker steeds in een uiterste stand vastgeklemd.

Door middel van een filter wordt de bekrachtigingsstroom van de bel sinusvormig gemaakt; de sterkte ervan kan worden ingesteld met behulp van de regelbare weerstand R_v , die tevens de impedantie in het bekrachtigingscircuit verhoogt, waardoor de terugwerking van de ankerbeweging op de belstroom verwaarloosbaar klein wordt. In verband met het variëren van de weerstanden R_1 en R_2 dient de stroom door de bel in de omgeving van de nulinstelling te worden gecontroleerd, en zo nodig te worden bijgesteld.

De figuren 6.7, 6.8 en 6.9 hebben betrekking op een Siemensbel $2 \times 500 \text{ } \Omega$, $2 \times 8600 \text{ w}$, $h = 0,485 \text{ mm}$, $f = 23 \text{ Hz}$, waarvan de impedantie werd bepaald als functie van de effectieve waarde van de bekrachtigingsstroom.

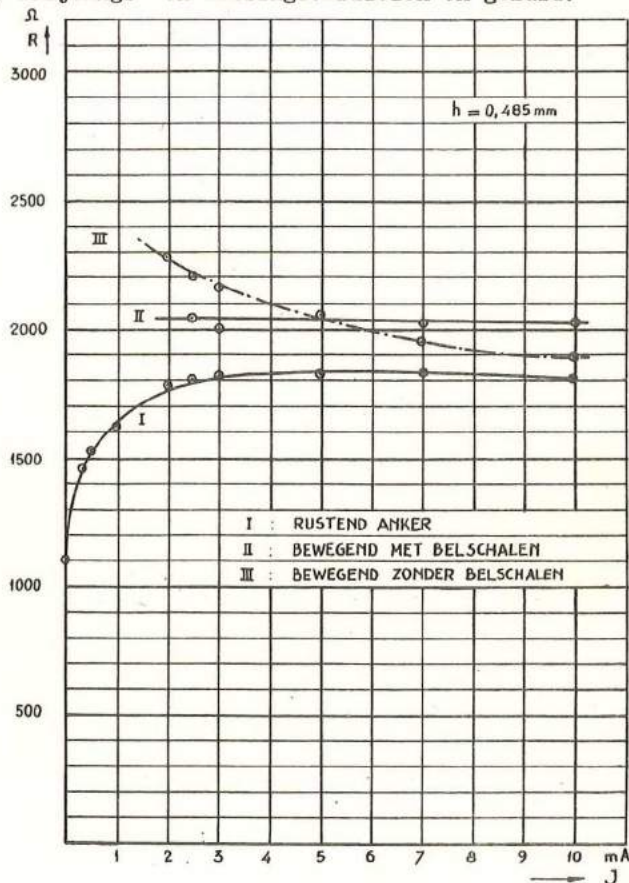
Fig. 6.7 geeft het reële deel van de impedantie.

Bij vastgeklemd anker (kromme I) neemt R toe met de stroomsterkte, tengevolge van de ijzerverliezen, die met de inductie stijgen. Reeds bij 4 mA is een waarde van 1800Ω bereikt, d.w.z. het 1,8 - voudige van de koperweerstand.

Laten wij het anker los, (II), dan stijgt R . Over praktisch het gehele stroombereik is er een weerstandstoename van ongeveer 200Ω . Vergelijken met de vastgeklemd toestand wordt er dus een extra vermogen :

$$200 J^2$$

besteed aan extra ijzerverliezen tengevolge van de ankerbeweging, wrijvings- en botsingsverliezen en geluid.

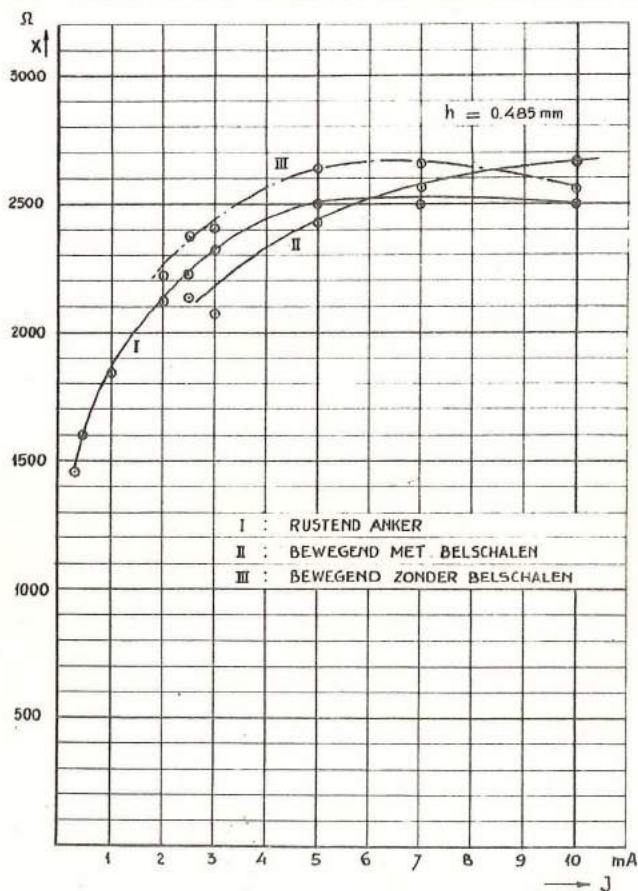


F I G U U R 6.7

Het reële deel van de belimpedantie als functie van de bekrachtigingsstroom.

Fig. 6.8 toont de reactantie als functie van de bekrachtigingsstroom. Kromme I slaat weer op vastgeklemd anker. De permanente magneet verleent het ijzer een vóórmagnetisatie; de bekrachtigingsstroom geeft aanleiding tot reversibele magnetiseringslussen, waarvan de helling met de stroomsterkte toeneemt. Wij zien de reactantie dan ook met de stroomsterkte stijgen.

Bij bewegend anker (II) treedt er bij lage stroom een reactantieverlaging op. De dynamische drempelwaarde is dan laag en het anker komt pas laat in de halve periode in beweging, waardoor e_{b1} in fase achter komt bij i . Het bewegende anker manifesteert zich aan de klemmen van de bel als



F I G U U R 6.8

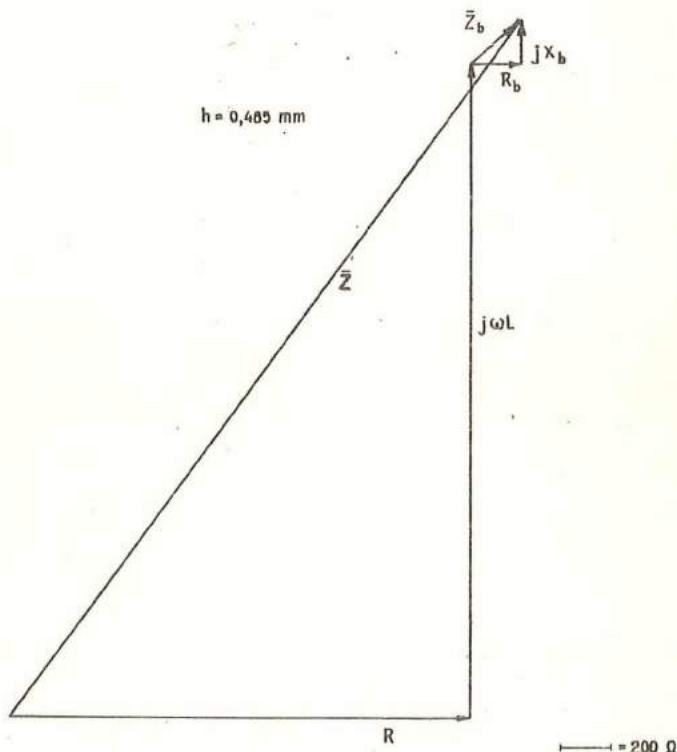
Het imaginaire deel van de belimpedantie als functie van de bekrachtigingsstroom.

de serieschakeling van een condensator en een weerstand. Bijv. bij 5 mA is dit een condensator van $86,5 \mu F$ en een weerstand van 200Ω .

Bij toenemende stroomsterkte krijgt de klepelstang meer spanning, rukt daardoor het anker eerder los van de kern, waardoor de bewegingsimpedantie een meer inductief karakter krijgt. Bij 10 mA doet het bewegende anker zich voor als de serieschakeling van een weerstand van 200Ω en een zelf-inductie van $1,1 H$.

De overgang tussen capacitief en inductief ligt bij 6 mA waar de ankerbeweging als een weerstand van 200Ω kan worden geïnterpreteerd.

De bij 10 mA en 5 mA behorende diagrammen van de bel zijn in de figuren 6.9 en 6.10 op schaal getekend. Het valt op, dat R_b en X_b klein zijn t.o.z. van de totale impedantie, hetgeen het geringe rendement van de wisselstroombel in deze uitvoering accentueert.

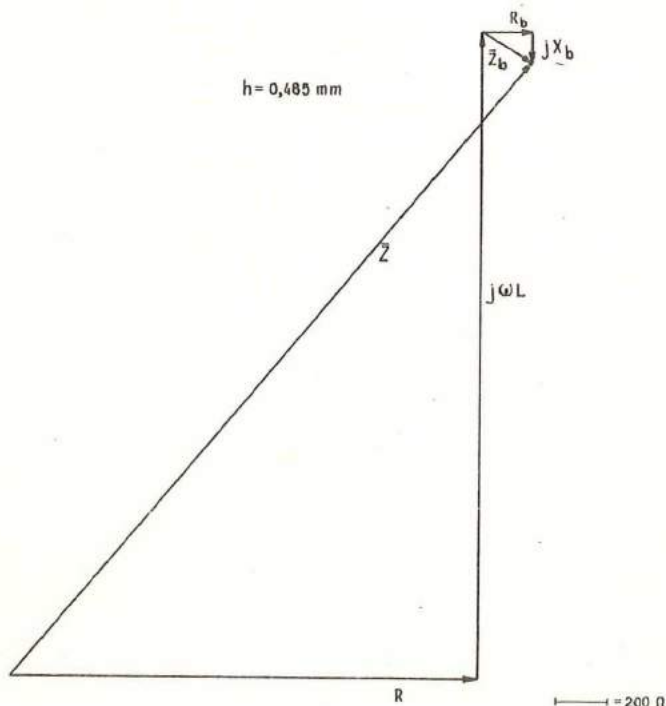


F I G U U R 6.9

Diagram van de bel bij $J = 10 \text{ mA}$

De krommen III in de figuren 6.7 en 6.8 hebben betrekking op een bel zonder belschalen. Het blijkt, dat nog wel degelijk botsings- en wrijvingsverliezen en extra ijzer verliezen aanwezig zijn, die via een weerstandsverhoging moeten worden gevoed.

Voorts merken wij op, dat de dynamische drempelwaarde door het ontbreken van de belschalen laag is, waardoor de reactantieverandering steeds positief uitvalt.



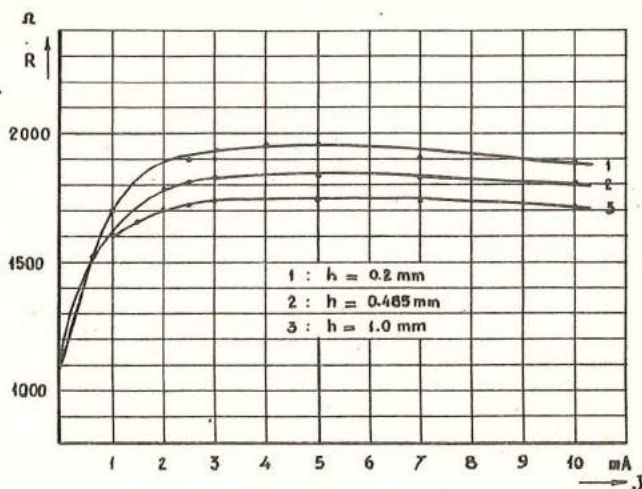
F I G U U R 6.10

Diagram van de bel bij $J = 5 \text{ mA}$

De weerstand en de reactantie van de bel bij vastgeklemd anker zijn van de slagwijdte h afhankelijk.

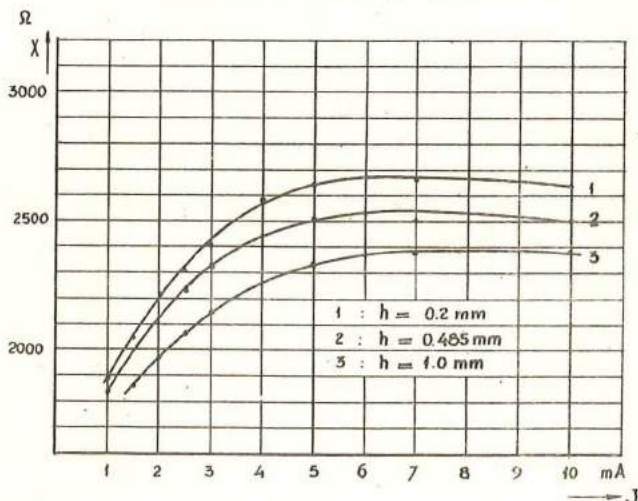
De weerstand R wordt groter naarmate de slagwijdte kleiner wordt omdat daarbij de inductie toeneemt (fig. 6.11).

Ook de reactantie stijgt bij afnemende slagwijdte, omdat daarbij in het magnetische circuit een kleinere luchtweg ontstaat (fig. 6.12).



F I G U U R 6.11

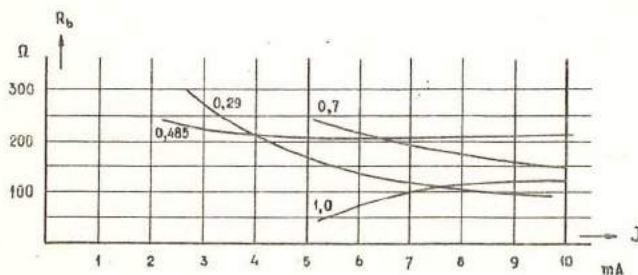
De weerstand van de bel bij vastgeklemd anker als functie van de bekrachtigingsstroom bij verschillende slagwijdten.



F I G U U R 6.12

De reactantie van de bel bij vastgeklemd anker als functie van de bekrachtigingsstroom bij verschillende slagwijdten.

Tenslotte geeft fig. 6.13 een indruk van de wijze, waarop de bewegingsweerstand van de slagwijdte afhangt. Dit type bel wordt afgeregeld op een slagwijdte van 0,5 - 0,7 mm; uit de figuur blijkt, dat in dat gebied R_b het gunstigst is.



F I G U U R 6.13

De bewegingsweerstand als functie van de bekrachtigingsstroom voor verschillende waarden van de slagwijdte; de getallen bij de krommen geven de slagwijdte aan in mm.

Bij de beoordeling van het geluid van belschalen dient men het eens te worden over de maatstaven, die daarbij moeten worden aangelegd.

Nu is het begrip "geluid" tweeledig. Het omvat zowel de (hoorbare) luchtdrukveranderingen, die met objectieve maatstaven kunnen worden gemeten, als de subjectieve gewaarwording, die door deze veranderingen wordt veroorzaakt.

Een normale acoustische gewaarwording wordt ingeluid door de zenuwimpulsen, die het oor afgeeft en via de gehoorszenuw naar de hersenen zendt. De gevarieerdheid van de gewaarwording wordt beperkt door het vermogen van het oor om luchtdrukveranderingen in zenuwimpulsen om te zetten. Wat men dus horen kan hangt af van de technische volmaaktheid van dat transformatieorgaan. De gewaarwording is a.h.w. aangepast aan het technisch mogelijke. Bij het onderzoeken van de gehoorzin stellen wij ons tot taak bij elke gewaarwording het mechanisme te vinden, dat die gewaarwording mogelijk maakt. Dit nuchtere, technische standpunt leidt in vele gevallen tot een bevredigende oplossing.

In de techniek is er speciaal belangstelling voor objectieve geluidsmetingen, omdat die vlotter kunnen worden uitgevoerd dan de tijdrovende subjectieve metingen. Aangezien deze laatste op het gehoor geschieden hangen de resultaten af van de persoonlijke instelling van de onderzoekers.

Bij de research kan men echter de subjectieve metingen niet missen.

Een middenweg is het, de objectieve metingen zo in te richten, dat zij de werking van het oor nabootsen tot en met de gehoorszenuw.

7.1 Objectieve maatstaven.

Een normale acoustische gewaarwording ontstaat, doordat de luchtdruk in de uitwendige gehoorgang van het oor afwijkingen vertoont t.o.z. van het gemiddelde. De geluidsdruk p geeft deze schommelingen om de gemiddelde atmosferische druk weer in dyne/cm². Meestal gebruiken wij de effectieve waarde, die wij in het vervolg steeds met de hoofdletter P zullen aanduiden.

Voor P heeft men nog een logarithmische schaal ingevoerd, n.l. het drukniveau $a = 20 \log \frac{P}{P_0}$ dB (deciBell).

Het nulniveau P_0 wordt vrij algemeen vastgesteld op $2,04 \cdot 10^{-4}$ dyne/cm². Deze waarde stemt n.l. ongeveer overeen met de gemiddelde gehoordrempel.

Een motivering van deze logarithmische schaal is, dat men zodoende het grote drukgebied, dat het oor kan verwerken, kan beschrijven met een aantal betrekkelijk kleine getallen. De volgende tabel geeft een aantal in het dagelijks leven voorkomende drukniveaux weer.

autoclaxon	120 dB
stampmachine	110 dB
trein op viaduct	100 dB
verkeerslawaaï	90 dB
drukpers	80 dB
schrijfmachine	70 dB
gesprek	60 dB
gemiddeld kantoor	50 dB
rustig kantoor	40 dB
landweg	30 dB

Wij wijzen er op, dat deze drukniveaux werden gemeten door een geijkte microfoon in het geluidsveld te plaatsen, die de effectieve waarde P van het geluid weergeeft volgens de logaritmische schaal :

$$a = 20 \log \frac{P}{P_0}$$

Een frequentiemengsel wordt op deze wijze beoordeeld naar de effectieve druk van het geheel. Het oor gaat echter bij de bepaling van de luidheid van een frequentiemengsel op geheel andere wijze te werk, zodat het kan voorkomen, dat twee geluiden het zelfde drukniveau bezitten en toch niet even luid door het oor worden getaxeerd. Dit laatste is zelfs het geval bij zuivere tonen (d.w.z. sinusvormige drukvariaties), doch daarbij is een correctie mogelijk.

Een ander motief voor het gebruik van een logaritmische schaal voor p stamt uit de transmissietechniek, waar spanningsverhoudingen (aansloog met drukverhoudingen) uit de differentiaalvergelijkingen tevoorschijn komen als machten van ε , het grondtal der natuurlijke logaritmen. De exponent van ε , die men gaarne als damping of versterking definieert, is dan de natuurlijke logaritme van de eigenlijke spanningsverhouding. Door vermenigvuldiging met 0,43429 ontstaat de gewone logaritme.

Sommigen motiveren de dB - schaal ten onrechte aan de hand van de fysiologische wet van We b e r en F e c h n e r, die inhoudt, dat de toename van de prikkel P evenredig moet zijn met P om telkens dezelfde toename in de gewaarwording G te veroorzaken :

$$dG = \text{const.} \times \frac{dP}{P}$$

of na integratie : $G = \text{const.} \times \log P + \text{const.}$

Deze wet gaat echter voor de luidheidsgewaarwording niet op.

7.2 Subjectieve maatstaven.

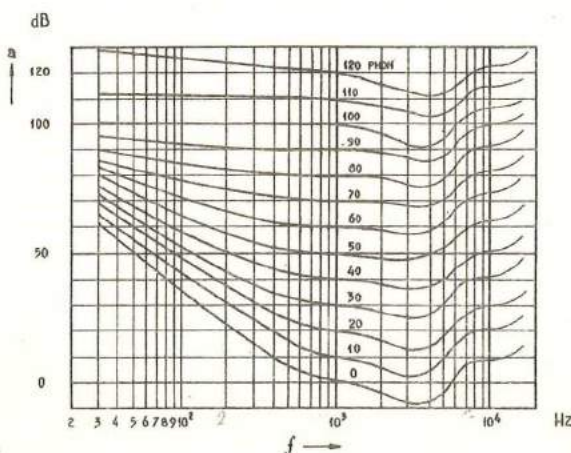
Het oor is niet voor alle frequenties even gevoelig, zodat twee verschillende frequenties van gelijk drukniveau niet even luid behoeven te worden gewaardeerd.

Om dit gedrag in getallen te kunnen uitdrukken, vergelijkt

men de luidheid van een bepaalde frequentie (of van een willekeurig geluid) met die van een vergelijkingstoon van 1000 Hz. Bij definitie kent men aan het te meten geluid een luidheidsniveau L "phon" toe, indien een 1000 Hz toon met een drukniveau van L dB even luid klinkt als het te meten geluid.

Door dergelijke metingen uit te voeren met verschillende frequenties ontstaan lijnen van gelijke luidheid (fig. 7.1) die aangeven, welk drukniveau men aan verschillende frequenties moet verlenen om even luid te klinken, d.w.z. ten einde het zelfde luidheidsniveau L te bezitten.

Zo blijkt bijv., dat de frequentie 200 Hz, drukniveau van $a = 60$ dB even luid klinkt als de frequentie 1000 Hz met $a = 50$ dB of de frequentie 7000 Hz met $a = 60$ dB. Deze drie frequenties hebben echter alle een luidheidsniveau ten bedrage van $L = 50$ phon.



F I G U U R 7.1

Lijnen van gelijke luidheid
(Fletcher en Munson)

Voor de vergelijkingstoon van 1000 Hz is steeds $L = a$.

Het valt op, dat het oor bij toenemend luidheidsniveau steeds minder voorkeur voor bepaalde frequenties gaat vertonen. Bij alle luidheidsniveaux is er echter een deuk tussen 3000 en 4000 Hz, die waarschijnlijk door de uitwendige gehoorgang wordt veroorzaakt.

Ook aan een willekeurig geluid kan een luidheidsniveau worden toegekend, door het te vergelijken met een frequentie van 1000 Hz. Gezien het klankverschil is dit aanvankelijk geen eenvoudige meting.

Hoewel de luidheid van een geluid door het luidheidsniveau volkomen wordt vastgelegd, is de phon-schaal zeer onpractisch, en men kan met behulp daarvan bepaalde verschijnselen niet toelichten.

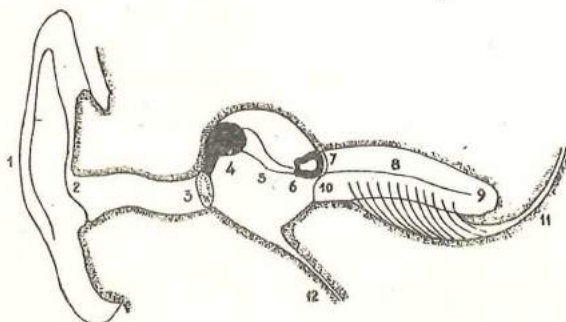
Bestaat een geluid bijv. uit twee componenten, die elk afzonderlijk de luidheidsniveaux L_1 en L_2 bezitten, dan is het totale luidheidsniveau niet gelijk aan $L_1 + L_2$. Het is niet toegestaan luidheidsniveaux op te tellen, evenmin als het geoorloofd is om drukniveaux op te tellen.

Er blijkt behoefte te zijn aan een "ware" luidheidsschaal, waarop men luidheden mag optellen, en waarbij bijv. verdubbeling van het aantal eenheden ook een verdubbeling van de luidheidssensatie oplevert.

Alvorens een dergelijke ware luidheidsschaal te bespreken, komt het ons gewenst voor een korte beschrijving te geven van het menselijke oor.

7.3 De bouw van het menselijke oor.

Figuur 7.2 bevat een schematische voorstelling van het menselijke oor. Voor meer nauwkeurige afbeeldingen verwijzen wij naar anatomische handboeken.



F I G U U R 7.2

Schematische voorstelling van het oor.

De trechtervormige oorschelp (1) vangt het geluid op, en geleidt het via de uitwendige gehoorgang (2) naar het trommelflies (3). Achter het trommelflies bevindt zich een met lucht gevulde ruimte: de trommelholte. Met die holte staat weer een tweede doos in verbinding, n.l. het inwendige oor. Deze doos wordt door een elastisch tussenschot (8) in twee gedeelten gesplitst, die met elkaar in verbinding staan. In werkelijkheid is de doos opgerold in de vorm van een slakkenhuis. De top daarvan heet het helicotrema (9), en dat is juist de plaats, waar de beide helften in elkaar overgaan.

Het slakkenhuis is met een waterachtige vloeistof gevuld; elk van de helften "kijkt" door een venstertje in de trommelholte. Deze openingen zijn met vliezen afgesloten, zodat

de vloeistof niet weg stroomt; de bovenste heet het ovale venster (7), de onderste het ronde venster (10).

De trillingen van het trommelvlies worden op het ovale venster overgebracht door middel van een speciale hefboom. Deze bestaat uit drie beentjes, in volgorde vanaf het trommelvlies gerekend zijn dit: de hamer (4), het aambeeld (5) en de stijgbeugel (6). De steel van de hamer zit in het trommelvlies vastgegroeid, de voetplaat van de stijgbeugel in het ovale venster. Het draaipunt van de hefboom zit in het dak van de trommelholte.

De luchtdruk in de trommelholte wordt automatisch gelijkgehouden aan die van de buitenlucht door het slikmechanisme. Van de trommelholte naar de keelholte leidt n.l. de buis van E U S T A C H I U S (12). Normaal is deze buis gesloten, maar bij het slikken en geeuwen gaat hij open. Men kan zich daarvan overtuigen door te slikken met dichtgeknepen neus. De door het slikken ontstane drukverhoging plant zich via de buis van Eustachius voort naar de trommelholte, waardoor het trommelvlies naar buiten wordt gedrukt. Dit veroorzaakt een typische gevoelssensatie. Soms is een paar maal naslikken nodig om de gecomprimeerde lucht uit de trommelholte te laten ontsnappen.

De bewegingen van het trommelvlies veroorzaken dus bewegingen van de stijgbeugel, die op zijn beurt de vloeistof in het slakkenhuis in beweging brengt. Het ronde venster stelt de vloeistof in staat om uitwijkingen te maken.

Door één en ander komt ook het tussenschot in beweging. In een gedeelte daarvan, het z.g. basilair membraan, bevinden zich de uiteinden van de gehoorschenuw, die prikkels naar de hersenen zendt, wanneer het membraan beweegt. Er ontstaat dan een gewaarwording.

Een principe, dat zowel verband houdt met de luidheidsgewaarwording als de toonhoogtegewaarwording, is het localisatiebeginsel.

7.4 Het localisatiebeginsel.

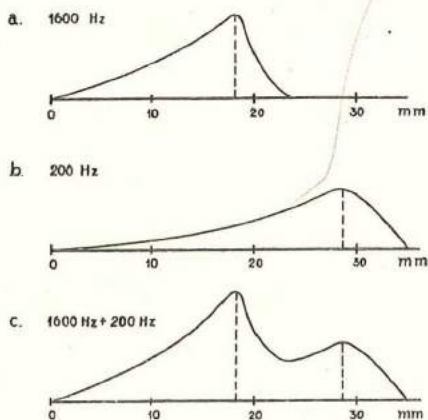
De toonhoogtegewaarwording is o.i. een veel omstreden voorbeeld van het localisatiebeginsel.

Reeds lang vermoedde men, dat verschillende frequenties verschillende plaatsen van het slakkenhuistussenschot in beweging zouden brengen. Door secties op mensen met gehoorsafwijkingen kwam men tot de overtuiging, dat lage frequenties het tussenschot in de omgeving van het helicotrema (de top van het slakkenhuis) doen bewegen, en dat hoge frequenties juist gedeelten in de nabijheid van de stijgbeugel in trilling brengen. Belangrijk werk verrichtte G. v. B é k é s y*, die oren van pas gestorven mensen onderzocht. Hij boorde op verschillende plaatsen openingen in het slakkenhuis, die hij weer met glaasjes afsloot. Met behulp van een microscoop sloeg hij het trillende tussenschot gade en mat de trillingsamplitude als functie van de plaats. De vloeistofkolom werd met behulp van een kunstmatige stijgbeugel in trilling gebracht.

Oorspronkelijk meende men, dat het tussenschot moest worden

* G.v.Békésy : Ueber die Resonanzkurve und die Abklingzeit der verschiedenen Stellen der Schneckentrennwand, A(kustische) Z(eitschrift) Maart 1943 .

opgevat als een verzameling van snaarvormige resonatoren. Ook dacht men wel aan ingeklemde balkjes. Sinds v. B é k é s y ¹⁸ aantoonde, dat het tussenschot spanningsloos is, staat de resonatoropvatting vrij zwak. Tegenwoordig vermoedt men, dat het niet de mechanische eigenschappen van het tussenschot zijn, die een bepaalde verdeling van de trillingsamplitude langs het tussenschot veroorzaken, maar dat deze verdeling het gevolg is van de dimensionering van het slakkenhuis. Het ontstaan van trillingsmaxima wordt zodoende teruggebracht tot een hydrodynamisch probleem, waarin o.i. de vloeistofwrijving een grote rol speelt, doch dat nog verre van opgelost is.



F I G U U R 7.3

Verdeling van de trillingsamplitude langs het basilair membraan.

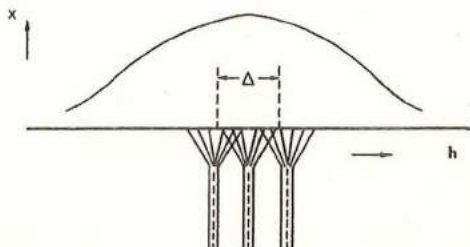
In fig. 7.3 a is de amplitudeverdeling langs het tussenschot geschetst, zoals die door v. B é k é s y werd opgemeten voor de frequentie 1600 Hz. Horizontaal is de afstand in mm vanaf het ovale venster (dus vanaf de stijgbeugel) uitgezet. De top in de amplitude ligt ongeveer bij 17 mm. Fig. 7.3 b geeft de amplitudeverdeling voor de frequentie 200 Hz. De top ligt nu ongeveer bij 29 mm.

Nu ligt het wel voor de hand, om de plaats van de top in de amplitude als de toonhoogte te beschouwen, doch deze opvatting is o.i. niet houdbaar. Er is n.l. het bekende verschijnsel, dat de toonhoogte, die het oor aan een bepaalde frequentie toekent, afhankelijk is van de geluidsdruk, waarmede die frequentie wordt aangeboden. Uit vrij recente metingen van G. v. B é k é s y blijkt, dat de top in de amplitude voor geluidsdrukken beneden de pijngrens niet verschuift, maar de

* G.v.Békésy : Ueber die Elastizität der Schneckentrennwand des Ohres, A. Z. September 1941 .

toonhoogte wel.* Hieruit volgt, dat de plaats van de top niet met de toonhoogte mag worden vereenzelvigd. Schijnbaar wordt door deze conclusie het localisatiebeginsel veroordeeld. Aanhangers van dit beginsel zien immers de toonhoogtegewaarwording als het aanwijzen van een bepaalde plaats van het basilaire membraan.

Het is echter nog wel degelijk mogelijk aan de toonhoogtegewaarwording een plaatsbepaling te verbinden. Het is n.l. niet zo, dat elk plekje van het basilaire membraan slechts met behulp van één zenuwvezel met de hersenen is verbonden. Er is een systematische koppeling tussen naburige gebieden op een wijze, zoals schematisch in fig. 7.4 is aangegeven.



F I G U U R 7.4

Schematische voorstelling van de zenuwuiteinden in het basilaire membraan.

Het is, alsof de gehoorszenuw is opgebouwd uit bundeltjes, die elk in beginsel het membraan "bekijken" over een afstand Δ . Elk dergelijk bundeltje bestaat uit een aantal vezels, die als een trechter op het membraan uitmonden. Eén van die vezels is natuurlijk de middelste van het bundeltje. Wij noemen nu een bundeltje symmetrisch geprikkeld, indien aan de ene zijde van het midden evenveel vezels worden geprikkeld (in het bundeltje) als aan de andere zijde. Het is duidelijk, dat in de omgeving van de top in de amplitude een symmetrisch geprikkeld bundeltje ligt.

Prof. dr. S. T. B. O. k te Leiden wees er op, dat de toonhoogtebepaling met grote scherpte geschiedt, ondanks het feit dat de maxima in de amplitude van het basilaire membraan veelal een flauw verloop hebben. In verband hiermede opperde hij de veronderstelling, dat de toonhoogtegewaarwording zou bestaan in het door de hersenen aanwijzen van een symmetrisch geprikkeld bundeltje. Wij achten deze veronderstelling zeer gelukkig, en wel om de volgende redenen.

De hersenen moeten het aantal vezels kunnen tellen, dat in elke helft van een bundeltje wordt geprikkeld. Het tellen van

* G.v.Békésy : The variation of phase along the basilar membrane with sinusoidal vibrations, JASA Mei 1947

geprikkelde vezels is een verrichting, die goed past in de opvatting over de zg. ware luidheid, waarover straks.

Door de toonhoogtegewaarwording op te vatten als het aanwijzen van een symmetrisch geprikkeld bundeltje wordt de toonhoogte frequentieafhankelijk zonder dat het nodig is, dat de top in de amplitude verschuift. Dit komt doordat het aantal vezels, dat per lengte-eenheid langs het basilaire membraan wordt geprikkeld niet evenredig is met de amplitude van het membraan ter plaatse (zie punt 7.6). Het gevolg is, dat indien de top niet symmetrisch is (hetgeen dikwijls het geval blijkt) het symmetrisch geprikkelde bundeltje niet precies in de top ligt, en dat de grootte van de geluidsdruk bepaalt, in welke mate de toonhoogte naast de top in de amplitude ligt. Wij beschikken op dit ogenblik echter nog over te weinig gegevens om op dit onderwerp dieper in te gaan.

Zoals wij dus vermeldde zien wij de toonhoogtegewaarwording als het aanwijzen van een bepaald bundeltje, dus als een plaatsbepaling, een localisatie. Nu ligt het o.i. voor de hand als maat voor de toonhoogte een lengtemaat langs het basilaire membraan in te voeren, die de plaats van het symmetrisch geprikkelde bundeltje aangeeft. Wij zullen van nu af aan de toonhoogte h uitdrukken in mm. In de literatuur rekent men de afstanden op het basilaire membraan meestal vanaf het ovale venster. Wij sluiten ons hierbij aan.

Men verwarre het begrip : toonhoogte niet met het begrip : frequentie, hoewel tussen beide een (enigszins druk-afhankelijk) verband bestaat. Ook het psychologische begrip : toonhoogte is in feite iets anders.

7.5 Het localiseren van toonhoogten in een frequentiemengsel.

Wij nemen aan, dat een frequentiemengsel aan het tussenschot een trillingstoestand verleent, die de superpositie is van de trillingstoestanden, die de verschillende componenten aan dat tussenschot zouden verschaffen.

Naar uit de figuren 7.3 a en 7.3 b blijkt, vertoont elk punt van het tussenschot bij een zuivere toon een andere amplitude. Ook hebben de punten verschillende fazen. Bij het superponeren van twee zuivere tonen komen wij dus voor het probleem, in elk punt van het tussenschot twee sinusvormige trillingen met verschillende frequenties en betrekkelijk willekeurige faze bij elkaar op te tellen. Wij plaatsen ons op het standpunt, dat voor de prikkeling van de zenuwvezels slechts de amplitude van het membraan ter plaatse bepalend is. Wij kunnen nu gebruik maken van een, grafisch eenvoudig te verdedigen vuistregel, dat bij het superponeren van twee sinusvormige trillingen de amplitude van de som meestal na - genoeg gelijk is aan de som van de amplitudines van de componenten. In fig. 7.5 zijn enkele voorbeelden gegeven.

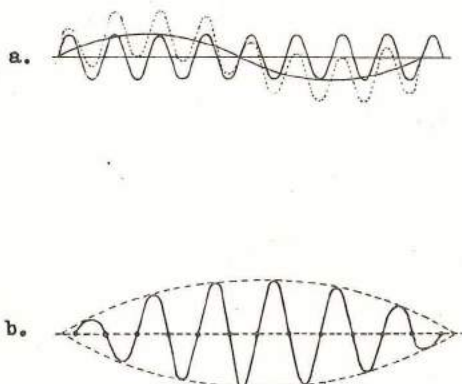
Fig. 7.5 a toont bijv. de superpositie van twee even sterke sinusvormige trillingen met de frequentieverhouding $1 : 8$. Het interval is groter dan het octaaf. Fig. 7.5 b geeft de optelling van twee even sterke trillingen met de frequentieverhouding $1 : 1,17$. Dit interval is kleiner dan het octaaf.

Beide trillingen kunnen worden beschreven met :

$$x = x_m \left(\sin \omega_1 t + \sin (\omega_2 t + \varphi) \right) \quad (7.1)$$

of wel :

$$x = 2 x_m \sin \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t + \frac{\varphi}{2} \right) \cos \left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (7.2)$$



F I G U U R 7.5

Superpositie van twee sinusvormige trillingen

a. interval groter dan een octaaf

b. interval kleiner dan een octaaf

Uit deze formule maken wij op, dat het betrokken frequentiemengsel mag worden opgevat als een sinus met de frequentie $\frac{1}{2} (\omega_1 + \omega_2)$ en de amplitude $2 x_m$, die 100 % wordt gemoduleerd met de frequentie $\frac{1}{2} (\omega_2 - \omega_1)$ bij welk proces de draaggolf is onderdrukt.*

Zijn er meer dan twee frequenties, dan is weer in het algemeen de amplitude van het mengsel practisch gelijk aan de som van de amplitudines van de componenten. Door een bijzondere keuze van de samenstellende frequenties en de fazen daarvan is het echter zeer goed mogelijk de amplitude van het mengsel kleiner te houden dan de som van de amplitudines van de componenten. Dit beginsel is in de transmissietechniek van belang, waar het gaat om de transmissie of de versterking van

* In deze uitspraak mogen natuurlijk $\frac{1}{2} (\omega_1 + \omega_2)$ en $\frac{1}{2} (\omega_2 - \omega_1)$ worden verwisseld.

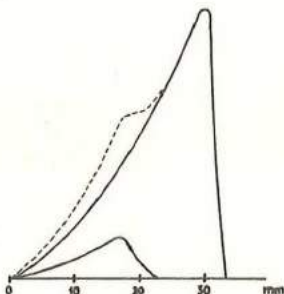
frequentiemengsels, bijv. in meervoudig toonfrequente telegraafsytemen.

Het oor is in het algemeen ongevoelig voor fazedraaiingen van de componenten van een frequentiemengsel. Men kan echter bepaalde critieke mengsels samenstellen, waarbij deze regel niet opgaat.

Door bij het oor de amplitude van een plekje van het basilair membraan verantwoordelijk te stellen voor de plaatselijke bijdrage tot de totale luidheid van een geluid, komen wij bij frequentiemengsels tot de interessante conclusie, dat een mengsel zo luid mogelijk zal klinken, indien in elk punt van het basilair membraan de resulterende amplitude gelijk is aan de som van de amplitudines van de componenten. (Is dit niet zo, dan is er a.h.w. een mathematische maskering).

In fig. 7.3 c is de superpositie uitgevoerd van de in de figuren 7.3 a en 7.3 b weergegeven zuivere tonen van 1600 en 200 Hz. Er is een amplitudeverdeling ontstaan, die twee maxima vertoont. Elk dezer toppen geeft de hersenen aanleiding tot het constateren van een toonhoogte. De linker top is evenwel een weinig naar het helicotrema verschoven. Dergelijke verschijnselen kan men inderdaad bij frequentiemengsels constateren : verschuiving van de toonhoogte van één der componenten als gevolg van de aanwezigheid van een andere component.

Nu is het in fig. 7.3 c getekende geval gunstig : de toppen van de beide componenten liggen (in mm gezien) nogal ver uit elkaar, terwijl de sterkteverhouding zodanig is gekozen, dat beide tonen aan het membraan gelijke maximale amplitude verlenen.



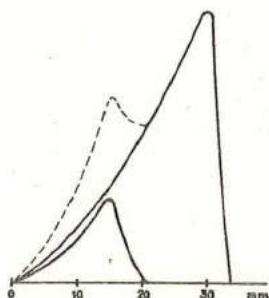
F I G U U R 7.6

Amplitudeverdeling bij sterke 200 Hz en
zwakke 1600 Hz.

* B.P.Hamilton : Peak Voltages in Carrier Telegraphy, Bell Lab.
Record, Augustus 1941, Vol XIX No. 12 .

Kiezen wij echter, zoals in fig. 7.6 is geschied, het niveau van de 200 Hz toon veel hoger dan dat van de 1600 Hz toon, dan vertoont de (gestippeld getekende) resulterende amplitudeverdeling alleen een maximum op de 200 Hz plaats en niet meer op de 1600 Hz plaats. De localisatie van de frequentie 1600 Hz is dus onderdrukt, hoewel de frequentie 1600 Hz wel degelijk bijdraagt tot de totale luidheid en het timbre van het geheel.

Het is mogelijk de toon van 1600 Hz weer tot localisatie te brengen door zijn niveau te verhogen. Dit proces is in fig. 7.7 tot uitvoering gebracht.



F I G U U R 7.7

De 1600 Hz toon kan weer worden gelocaliseerd.

In het algemeen verstaat men onder de maskering M het aantal dB, waarmee de drempelwaarde van een zuivere toon toeneemt ten gevolge van de aanwezigheid van een of ander storend geluid.*

Deze definitie sluit goed aan bij de zoeven aangegeven beschouwingwijze, die de maskering ziet als een onderdrukking van de localisatie. Over het mechanisme van de maskering had men zich in de literatuur tot nu toe, voor zover ons bekend, nog niet of slechts vaag uitgelaten.

Volledigheidshalve vermelden wij, dat de figuren 7.6 en 7.7 die uit metingen van v. Békésy zijn afgeleid, door ons experimenteel werden getoetst. Ondanks het feit, dat de frequenties 200 en 1600 Hz betrekkelijk ver uit elkaar liggen, gelukt het inderdaad gemakkelijk de 1600 Hz toon te maskeren. Bij het gebruik van een telefoon zij men echter bedacht op resonanties in de uitwendige gehoorgang. Om reproduceerbare resultaten te verkrijgen doet men het beste de telefoon zo sterk mogelijk tegen het oor te drukken, of een luidspreker

* H. Fletcher : Loudness, masking and their relation to hearing and noise measurement, J.A.S.A. April 1938 .

te gebruiken.

Wij zullen thans ingaan op de luidheidsgewaarwording.

7.6 De luidheid van een zuivere toon.

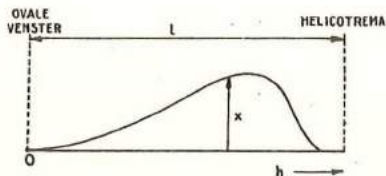
In overeenstemming met de moderne opvattingen op dit gebied stellen wij de luidheidsgewaarwording evenredig met het aantal vezels, dat in de bundel, die het oor met de hersenen verbindt, deelneemt aan het overbrengen van zenuwimpulsen. Voeren wij voor deze hypothetische luidheidsgewaarwording de naam : ware luidheid en de letter G in, dan komt er :

$$G = \alpha \int_0^l g \, dh \quad (7.3)$$

Hierin vertegenwoordigen :

- α een evenredigheidsconstante
- l de lengte van het basilair membraan
- h de afstand van een beschouwd punt tot het ovale venster
- g het aantal vezels, dat per lengte-eenheid langs het membraan in prikkeling komt.

In fig. 7.8 is x de amplitude van het membraan ter plaatse h .



F I G U U R 7.8

Amplitudeverdeling bij een
zuivere toon (400 Hz)

De amplitude van een punt zal afhangen van de plaats, van de geluidsdruk en van de frequentie :

$$x = x (h, P, \omega)$$

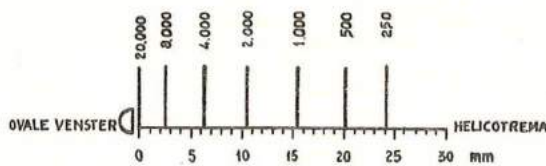
Wij verwachten echter, dat het overbrengende mechanisme zo lineair werkt, dat de amplitude van een bepaald punt evenredig is met de geluidsdruk P :

$$x_s = P \cdot x_I (h, \omega) \quad (7.4)$$

De functie x_I is bepalend voor de toonhoogte. Immers het punt van maximale amplitude, in welks omgeving de toonhoogte wordt gelocaliseerd, ligt bij een waarde van h , die voldoet aan de vergelijking :

$$\frac{dx_I}{dh} = 0$$

Uit experimenten blijkt, dat de toonhoogte op logaritmische wijze samenhangt met de frequentie, althans in het gebied tussen ongeveer 200 en 8000 Hz. In dit gebied liggen ook de muzikale grondtonen.



F I G U U R 7.9

Positie van de maximale amplitude
als functie van de frequentie.

In fig. 7.9 is de toonhoogte voor verschillende frequenties weergegeven (Er is in deze figuur geen rekening gehouden met de toonhoogteverschuivingen tengevolge van drukvariaties). Het toonhoogteverschil tussen twee frequenties f_1 en f_2 bedraagt :

$$h_1 - h_2 = \beta \cdot \log \frac{f_1}{f_2}$$

De constante β kunnen wij als volgt bepalen.

Het octaaf komt overeen met een afstand van gemiddeld 4,5 mm op het membraan. Dit wordt bijv. bevestigd door de metingen, die v.Békésy verrichtte aan lijken-oren. Dus zal :

$$4,5 = \beta \cdot \log 2$$

of :
$$\beta = 1,5 \text{ mm}$$

Het valt op, dat de frequentie 1000 Hz in het midden van het basilair membraan wordt gelocaliseerd.

Wij hebben zojuist de functie x_I onafhankelijk van de geluidsdruk P verklaard. Hiermede hangt samen, dat de top van

de kromme bij variabele P op de zelfde plaats blijft liggen. Inderdaad werd door v. Békésy^{*} aangetoond, dat beneden de pijngrens geen verschuiving van de top meetbaar is.

Het is nu essentieel een verband te leggen tussen de prikkeling per lengte-eenheid g en de amplitude x . Een relatie, die zoals wij straks zullen zien, experimentele achtergrond bezit, is de volgende :

$$g = \gamma \cdot x^k \quad (7.5)$$

Hierin is γ een constante. De exponent k zal in het algemeen weer van x afhangen, doch het zal blijken, dat hij in bepaalde drukgebieden als een constante kan worden beschouwd.

Combineren wij de betrekkingen (7.3), (7.4) en (7.5), dan komt er :

$$G = P^k \cdot \gamma \cdot \alpha \int_0^1 x_I^k (h, \omega) dh$$

Noemen wij nu :

$$c = \gamma \cdot \alpha \int_0^1 x_I^k (h, \omega) dh \quad (7.6)$$

dan komt er eenvoudig :

$$G = c \cdot P^k \quad (7.7)$$

Uitdrukkingen van dit genre komen wij inderdaad tegen bij K. Braun[†] en H. Fletcher[‡].

Braun stelt voor drukniveaux in de omgeving van 70 dB $k = 0,5$. Hij heeft blijkbaar gebruik gemaakt van de eigenschap, dat het oor bij sterke geluiden minder frequentievoorker vertoont (zie fig. 7.1), want hij neemt k voor alle frequenties gelijk.

Fletcher bepaalde experimenteel, dat voor een toon van 1000 Hz bij drukniveaux beneden 20 dB geldt :

$$G = 25 \cdot 10^6 \cdot P^2$$

en voor drukniveaux boven 40 dB :

$$G = 1,35 \cdot 10^4 \cdot P^{2/3}$$

[†]K. Braun : Der Lautstärkegewinn bei zweijährigem Hören und seine Bedeutung, TFT, December 1940

[‡]H. Fletcher : J.A.S.A. April 1938

* G.v.Békésy : The variation of phase along the basilar membrane with sinusoidal variations, J.A.S.A. Mei 1947.

De constante k is niet voor alle oren gelijk. Wellicht is $k = 2/3$ het Amerikaanse gemiddelde, terwijl $k = 0,5$ het Duitse gemiddelde voorstelt.

Wij hebben de grootheid k bepaald voor een aantal Nederlandse oren en gevonden, dat $k = 0,5$ voor deze oren een gemiddelde is. Er zijn echter afwijkingen. Voor de schrijver is bijv. $k = 2/3$. Op het meten van k zullen wij nog terugkomen.

7.7 De luidheid van een frequentiemengsel.

Het maskeringsverschijnsel uit zich, behalve als een beïnvloeding van de toonhoogtebepaling, ook in het feit, dat de gezamenlijke luidheid van een mengsel dikwijls kleiner is dan de som van de luidheden, die de componenten afzonderlijk zouden veroorzaken.

Beschouwen wij twee elkaar maskerende frequenties f_1 en f_2 met de afzonderlijke luidheden G_1 en G_2 , die te zamen de luidheid G opleveren, dan blijkt bij maskering, dat :

$$G < G_1 + G_2$$

Het mechanisme van deze verkleining kunnen wij ons als volgt voorstellen. Wij beschouwen een bepaald punt van het basilair membraan. De frequentie f_1 verleent daaraan, afzonderlijk klinkende, de amplitude x_1 , terwijl de afzonderlijk klinkende frequentie f_2 de amplitude x_2 zou opdrukken. Zoals in 7.5 werd besproken, is de resulterende amplitude in den regel gelijk aan de som van x_1 en x_2 :

$$x = x_1 + x_2$$

Voor de afzonderlijk klinkende frequentie f_1 is de plaatselijke luidheidsbijdrage per lengte-eenheid gelijk aan :

$$g_1 = \gamma \cdot x_1^k$$

Evenzo is voor de afzonderlijk klinkende frequentie f_2 :

$$g_2 = \gamma \cdot x_2^k$$

De resulterende bijdrage is evenwel :

$$g = \gamma \cdot (x_1 + x_2)^k$$

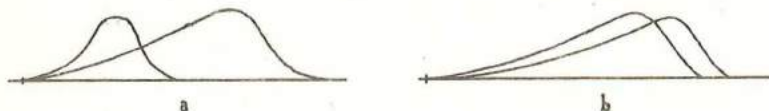
Nu zal :	$g > g_1 + g_2$	indien	$k > 1$
	$g = g_1 + g_2$	indien	$k = 1$

$$g < g_1 + g_2 \quad \text{indien} \quad k < 1$$

Met het laatste geval hebben wij in de praktijk het meest te maken. Nu is de maskering duidelijk geworden : bij gelijktijdig klinkende tonen moeten de amplitudines eerst worden opgeteld, en de som daarna tot de macht k worden verheven. Dit resultaat is (omdat $k < 1$) kleiner dan in het geval de amplitudines afzonderlijk tot de macht k worden verheven en daarna worden opgeteld.

De maskering treedt natuurlijk voornamelijk op in die gedeelten van het basilaire membraan, waar de excitatiekrommen van de twee (of meer tonen) elkaar overlappen. Liggen deze toppen van die krommen dicht bij elkaar, dan is het maskeringsgebied groot.

Ter illustratie geeft fig. 7.10 twee voorbeelden.



F I G U U R 7.10

- a. geringe maskering
- b. sterke maskering

In fig. 7.10 a is het overlappende gebied klein, terwijl de amplitudines van de lage toon daar gering zijn. Er zijn plaatsen, waar beide tonen kleine amplitudines bezitten. Daar moeten wij dus rekening houden met een grotere k . Uit de tabel blijkt, dat het maskeringseffect bij toenemende k afneemt en zelfs in een versterkingseffect verandert bij $k > 1$. Het is dus niet onmogelijk, dat het maskerende effect van een plaats van het basilaire membraan waar $k < 1$ wordt opgeheven door het versterkende effect van een gedeelte waar $k > 1$.

In fig. 10 b bedekken de excitatiekrommen elkaar over een breed gebied, ook daar, waar beide krommen een grote amplitude bezitten. De maskering zal groot zijn, omdat wij in het beschouwde gebied met een kleine k moeten rekenen.

H. F l e t c h e r geeft aan, dat er geen maskering optreedt, indien twee tonen meer dan 500 Hz in frequentie verschillen. Dit wekt misschien enige bevreemding, omdat een verschil van 500 Hz op het basilaire membraan geen vaste afstand vormt. Deze afstand (in mm) neemt n.l. voor de hoge frequenties steeds af. Maar tevens worden de excitatiekrommen voor de hoge frequenties steeds smaller, zodat het overlappende effect vrijwel constant blijft.

Wij hebben echter gezien, dat een toon van 200 Hz een toon van 1600 Hz zodanig kan maskeren, dat de toonhoogtegevaar-

wording van de 1600 Hz achterwege blijft. Wij zullen daarom onderscheid moeten maken tussen l u i d h e i d s maskering, die aan het verschil van 500 Hz gebonden is, en t o o n - h o o g t e maskering, die zich over grotere frequentiever- schillen uitstrekt.

Uit de vorm van de amplitudeverdeling over het basilaire membraan blijkt tevens het interessante, en experimenteel bevestigde feit, dat de lage frequenties de hoge frequenties gemakkelijker maskeren dan omgekeerd. Vandaar, dat men bij een gehoorapparaat dikwijls verstandig doet de lage frequenties te onderdrukken (bij perceptieve doofheid).

Voor een frequentiemengsel is er dus de volgende conclusie: de totale luidheid is gelijk aan de som van de afzonderlijke luidheden, indien de componenten minstens 500 Hz in frequentie verschillen.

Of wel :

$$G = \sum c \cdot P^k \quad (7.8)$$

Deze uitdrukking is voor de keuze van de belschalen van een wisselstroombel van veel belang.

7.8 Nadere bespreking van de ware luidheidsschaal.

Wij hebben aangenomen, dat de ware luidheid G van een geluid evenredig zou zijn met het aantal zenuwvezels, dat in de bundel, die de hersenen met de oren verbindt, deelneemt aan het overbrengen van zenuwimpulsen van de oren naar de hersenen (aantal - hypothese).

Men kan zich, met F l e e t c h e r , ook op een vermogensstandpunt stellen. Elke zenuwimpuls vertegenwoordigt n.l. een bepaalde hoeveelheid energie, die naar de hersenen wordt gezonden, en men neemt wel aan, dat die hoeveelheid voor alle elementaire impulsen dezelfde is. Het is mogelijk, de ware luidheid evenredig te stellen met het totaal door de hersenen ontvangen vermogen (vermogens - hypothese).

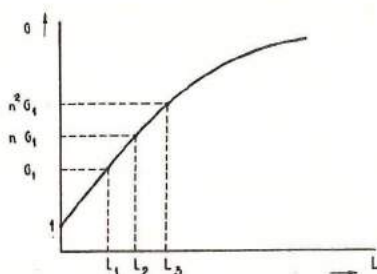
Ogenscheinlijk is er weinig verschil tussen beide hypothesen : zij hebben n.l. de volgende gemeenschappelijke consequenties.

Ten eerste is de door twee oren ondervonden luidheid twee maal zo groot als de met één oor geconstateerde luidheid. Luisterend met twee oren heeft men immers twee zenuwbundels ter beschikking, d.w.z. dubbel aantal geprikkelde vezels of dubbel vermogen. Hierbij is stilzwijgend aangenomen, dat de oren gelijk zijn.

Ten tweede ontstaat de luidheid van een frequentiemengsel, dat verschillende gedeelten van het basilaire membraan in beweging brengt (waarin dus geen luidheidsmaskering optreedt) als de som van de bijdragen van die verschillende gedeelten. Er worden dan aantallen of vermogens opgeteld.

Voor hetgeen nu zal worden afgeleid is het onverschillig of de aantal - of de vermogenshypothese wordt aangehangen. Wij zullen echter in 7.15 zien, dat de aantalhypothese beter in het raam van onze beschouwingen past.

Zoals wij reeds eerder vermeldde is het luidheidsniveau L voldoende om de luidheid van een geluid vast te leggen, maar het is een onpractische grootheid. Wij zullen daarom eerst het verband bepalen tussen ware luidheid en luidheidsniveau (fig. 7.11).



F I G U U R 7.11

Het verband tussen ware luidheid en luidheidsniveau.

Wij beluisteren een zuivere toon (d.w.z. een sinusvormige geluidsdruck) met het luidheidsniveau L_1 . Daarbij past een zekere ware luidheid G_1 . Vervolgens voegen wij $n - 1$ andere tonen bij, die elk afzonderlijk een luidheidsniveau L_1 zouden veroorzaken. De componenten liggen minstens 500 Hz uit elkaar teneinde maskering te vermijden. De totale ware luidheid bedraagt nu $n \cdot G_1$. Daarbij past een luidheidsniveau L_2 , dat wij kunnen bepalen door vergelijking met de 1000 Hz vergelijkingstonen.

Nu nemen wij weer de oorspronkelijke toon maar verlenen daaraan het luidheidsniveau L_2 (dat is dus de gezamenlijke luidheid van het eerste stel tonen). Wij voegen weer $n - 1$ even luid klinkende tonen (elk L_2) bij, en overwegen, dat wij nu een ware luidheid $n \cdot n \cdot G_1 = n^2 \cdot G_1$ hebben verkregen met bijpassende L_3 . Zo doorgaande ontstaat de in fig. 7.11 getekende kromme.

Bij $L = 0$ ligt de gehoordrempel, en daarbij plaatsen wij gemakshalve $G = 1$, hetgeen natuurlijk altijd mogelijk is door geschikte keuze van een constante in G .

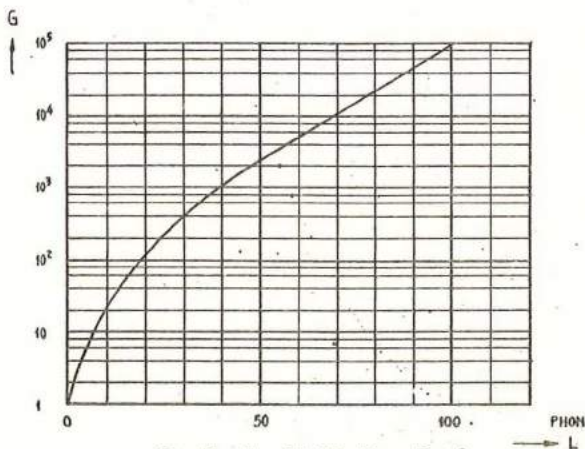
Tussen de resultaten van verschillende onderzoekers, die met verschillende waarden van n (zelfs tot $n = 10$ toe) hebben gewerkt, bestaat goede overeenstemming, ondanks het feit, dat de onderzoeken onafhankelijk van elkaar geschieden.

Men kan een dergelijke kromme als in fig. 7.11 ook bepalen door naar een willekeurig geluid te luisteren met twee oren, en dan te overwegen, dat men nu de dubbele luidheid waarneemt t.o.z. van het luisteren met één oor. Feitelijk is dan $n = 2$, terwijl het tweede oor de rol van tweede toon vervult. Ook

dan is de overeenstemming met fig. 7.11 goed.

Wij merken nog op, dat fig. 7.11 van toepassing is op elk willekeurig geluid, hoewel zij met behulp van zuivere tonen kan worden afgeleid.

Met het invoeren van de ware luidheid hebben wij het voordeel van de kleine getallen verloren. Dit blijkt uit fig. 7.12, waarin nogmaals, doch nu met getallen, de ware luidheid is getekend als functie van het luidheidsniveau.



F I G U U R 7.12

Het verband tussen ware luidheid en luidheidsniveau.

Een in het dagelijks leven veel voorkomend luidheidsniveau van 70 phon stemt overeen met een ware luidheid van 10.000.

De kromme van fig. 7.12 geldt natuurlijk voor een zuivere toon van 1000 Hz, en daarbij is zelfs het luidheidsniveau L gelijk aan het drukniveau a . Voor drukniveaux < 20 dB is bij benadering :

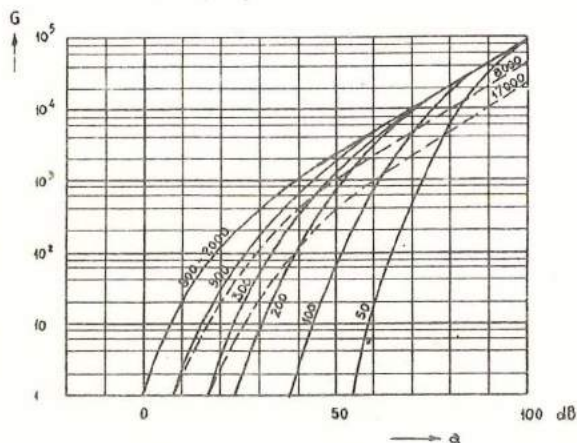
$$G = 25 \cdot 10^6 \cdot P^2$$

terwijl voor niveaux > 40 dB bij benadering geldt :

$$G = 1,35 \cdot 10^4 \cdot P^{2/3} \quad (7.9)$$

Ook voor andere frequenties dan 1000 Hz heeft Fletcher het verband tussen ware luidheid (in het vervolg kortweg luidheid genoemd) en drukniveau bepaald (fig. 7.13).

Het blijkt, dat alle frequenties tussen 800 en 2000 Hz dezelfde kromme bezitten, terwijl voor de hogere niveaux ook andere frequenties maar weinig van die kromme afwijken. Dit betekent dus, dat vergelijking (7.9) voor al die frequenties



F I G U U R 7.13

Het verband tussen luidheid en drukniveau
voor zuivere tonen .

van toepassing is. De in algemene termen vervatte uitdrukking (7.8) kunnen wij dus als volgt schrijven :

$$G = c \sum p^k \quad (7.10)$$

Deze formule zal ons tot rechtsnoer dienen bij de bepaling van de exponent k op de volgende wijze.

7.9 Het meten van k door middel van de " index biauricularis " .

Beluistert men een frequentiemengsel met één oor, dan ondervindt men bijv. de luidheid :

$$G_1 = c \sum p^k .$$

Verkleint men alle componenten in de verhouding y , en luistert men met twee oren naar dit mengsel, dan constateert men de luidheid :

$$G_2 = 2 \cdot c \cdot y^{-k} \sum p^k$$

Nu kan y zo worden gekozen, dat $G_1 = G_2$. In dat geval is

$$y^k = 2 .$$

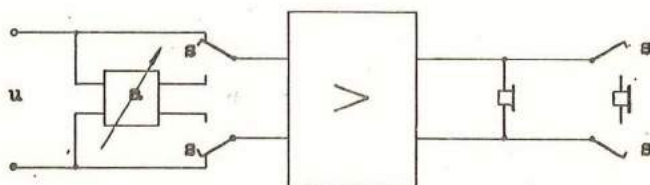
Definiëren wij nu de " index biauricularis " als :

$$a_b = 20 \log y$$

dan komt er eenvoudig :

$$k = \frac{6}{a_b} \quad (7.11)$$

Met behulp van de in fig. 7.14 geschetste schakeling is het mogelijk a_b te meten.



(u is constant)

F I G U U R 7.14

Schakeling voor het meten van de index biauricularis.

In de getekende stand van de met elkaar gekoppelde schakelaars S beluistert men, via een versterker, de spanning u door middel van één telefoon. Legt men de schakelaars S om, dan luistert men met twee telefoons, maar dan over de voorgeschakelde damping a. Men heeft steeds beide telefoons tegen de oren. Het is nu mogelijk de damping a zo te regelen dat men in beide standen van S dezelfde luidheid ondervindt. Men leest dan op de regelbare damping direct a_b af.

De ingangsimpedantie van de versterker moet gelijk zijn aan de karakteristieke impedantie van de dampingsschakelaar. De uitgang van de versterker is zo laagohmig gekozen, dat de uitgangsspanning niet verandert, indien een tweede telefoon wordt bijgeschakeld.

Bij het inschakelen van twee telefoons in plaats van één telefoon verplaatst het geluid zich van de zijkant naar het midden van het hoofd. Dit quasi-stereofonische effect bemoeilijkt aanvankelijk de meting, doch men geraakt er vrij spoedig aan gewend. Toch blijft het moeilijk a_b tot op 1 dB nauwkeurig te bepalen, en de gemiddelde waarnemer is daartoe niet in staat.

Het is interessant om na te gaan, welke invloed de maskering heeft op de index biauricularis. Men kan verwachten, dat er beïnvloeding zal zijn, omdat de vergelijkingen (7.10) en (7.11) bij luidheidsmaskering niet meer opgaan. Formeel is het mogelijk bij maskering de volgende nieuwe constanten

c_m en k_m in te voeren, zodat voor de luidheid van een frequentiemengsel, waarvan de componenten elkaar maskeren formeel kan worden geschreven :

$$G_m = c_m \sum P^k_m$$

Het is duidelijk, dat :

$$c_m \sum P^k_m < c \sum P^k$$

Het is op de volgende wijze mogelijk aan deze ongelijkheid te voldoen :

$c_m > c$	$k_m < k$
$c_m = c$	$k_m < k$
$c_m < c$	$k_m = k$
$c_m < c$	$k_m < k$
$c_m < c$	$k_m > k$

Uit metingen blijkt, dat bij maskering steeds a_p afneemt, d.w.z. k toeneemt. Alleen de laatste mogelijkheid heeft dus bestaansrecht : schijnbare verkleining van c en schijnbare vergroting van k .

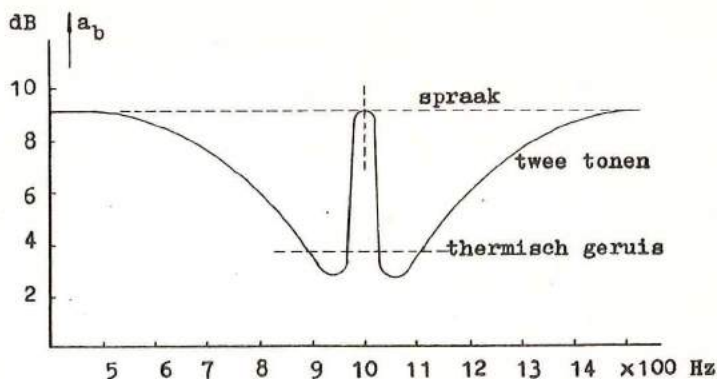
Geluiden, waarbij de invloed van de maskering niet merkbaar is, en waarvoor a_p maximaal is, zijn bijv. : zuivere tonen, combinaties van zuivere tonen, die minstens 500 Hz uit elkander liggen, spraak, muziek in solopassages.

Een kleine a_p bezitten echter de volgende geluiden : thermisch geruis (dat immers een continu spectrum heeft van even sterke componenten), combinaties van zuivere tonen die minder dan 500 Hz in frequentie verschillen, orkest in volle bezetting.

In fig. 7.15 is, met behulp van de getrokken kromme, de a_p van een mengsel van twee even luide tonen weergegeven, waarvan de ene constant op 1000 Hz wordt gehouden, en de andere in frequentie wordt gevarieerd. Duidelijk blijkt, dat a_p tengevolge van de luidheidsmaskering gaat afnemen, zodra het frequentieverschil kleiner dan 500 Hz bedraagt, en dat a_p onverkleind is voor een bandje van ongeveer 100 Hz breed in de omgeving van 1000 Hz, zulks in overeenstemming met hetgeen door Fletcher¹⁸ werd aangegeven.

Ter illustratie zijn in dezelfde figuur met stippellijnen de indices voor spraak en thermisch geruis getekend. De normale spraak bevat weinig elkaar maskerende elementen, daarentegen is de maskering in een thermisch geruis zeer groot.

Fig. 7.15 geldt voor het oor van een bepaalde waarnemer. Voor de constante van dat oor vinden wij :



F I G U U R 7.15

De invloed van de maskering op de index binauricularis.

$$k = \frac{2}{3}$$

Gemiddeld is echter voor het personeel van het Transmissie-laboratorium PTT te 's - Gravenhage :

$$a_b = 12,9 \quad \text{en} \quad k = 0,46$$

7.10 Het gewaarworden van subjectieve tonen.

Wij hebben reeds de amplitude van het basilaire membraan maatgevend verondersteld voor de plaatselijke bijdrage tot de totale luidheid. Beweging van een bepaald punt van het basilaire membraan heeft echter geen s z i n s aanleiding te geven tot een met dat punt corresponderende toonhoogte : slechts een relatief maximum in de amplitude wordt als toonhoogte herkend. Er is in het oor geen scherpe resonantie, doch de plaats van een relatief maximum in de amplitude wordt met voldoende scherpheid en volgens een bepaalde techniek vastgesteld.

Nu doen zich gevallen voor, waarin toonhoogten worden geconstateerd waarvan de bijbehorende frequentie in het objectieve spectrum (vóór het trommelvlies) ontbreekt. Dit verschijnsel treedt bijv. op bij zeer hoge drukniveaux. Laat men n.l. twee zeer sterke tonen gelijktijdig klinken, dan werkt het overbrengende mechanisme in het middenoor niet meer lineair, waardoor verschil - en somtonen ontstaan, naar men aanneemt voornamelijk in de voetplaat van de stijgbeugel. Daardoor worden er aan de slakkenhuisvloei stof frequenties aangeboden, die in de uitwendige gehoorgang niet aanwezig zijn. Wij noemen de met die frequenties corresponderende toonhoogten subjectief.

Zij worden echter op de normale wijze op het basilaire membraan gelocaliseerd : er kunnen relatieve maxima worden aangewezen. Dergelijke subjectieve tonen hebben de eigenschap zwevingen op te wekken met een onderzoekingstoon van nagenoeg gelijke frequentie, een bewijs, dat zij werkelijk als " frequentie " in de slakkenhuisvloei stof aanwezig zijn.

Wij zullen ons echter thans bezighouden met subjectieve tonen, die laatstgenoemde eigenschap niet bezitten. Dergelijke tonen, door Schouten¹ residuen genoemd, hebben betekenis bij anharmonische trillers, waartoe ook de belschalen van de wisselstroombel behoren.

Een anharmonische triller is een trillingslichaam, waarvan de eigenfrequenties zich niet verhouden als gehele getallen. De voortgebrachte trilling is dientengevolge geen zuiver periodiek verschijnsel (of de zuivere periode ligt zeer laag).

Jan Arts² constateerde, dat de slagtoon van een kerkklok meestal niet onder de eigenfrequenties te vinden is, en dus niet met behulp van een stemvork kan worden aangetoond. De slagtoon is een typisch residu, omdat hij niet met een verschildtoon overeenstemt.

Schouten stelde de regel op, dat een klok, of in het algemeen een slagwerk, een duidelijke slagtoon geeft, indien in het frequentiespectrum toevallig een aantal sterke componenten aanwezig is, waarvan de frequenties zich nagenoeg verhouden als 2 : 3 : 4 . De slagtoon correspondeert dan met de frequentie, die bij het verhoudingsgetal 1 past. Feitelijk brengt hij dus het probleem van de slagtoon terug tot dat van de ontbrekende grondtoon, waarover straks.

Wij willen de voorwaarde voor het optreden van een residu als volgt formuleren : een klank levert een residu op, indien de trillingsvorm (d.w.z. de omhullende) duidelijk een zekere periodiciteit vertoont. De toonhoogte van het residu stemt dan met die periodiciteit overeen. Wij voegen hieraan toe, dat het bij een anharmonische klank slechts een grove periodieke herhaling van een globaal patroon is. Het valt echter op, dat in vele gevallen een anharmonische klank pieken vertoont, die elkaar vrij regelmatig opvolgen, ook al zijn deze niet alle even hoog en al is de onderlinge tijdsafstand niet steeds precies even groot. Deze pieken worden veroorzaakt door de min of meer toevallige aanwezigheid van een aantal sterke componenten waarvan de frequenties zich verhouden als kleine gehele getallen. De gemeenschappelijke grondtoon van die componenten is dan het residu. Ten overvloede wijzen wij er op, dat die grondtoon niet als sinusvormige componenten in het mengsel behoeft voor te komen, en zulks ook meestal niet doet.

Resumerende kunnen wij dus zeggen, dat het waarnemen van een residu neerkomt op het vastleggen van het feit, dat in het frequentiemengsel een harmonische reeks domineert. Zulks blijkt uit de omhullende. Wij achten de hersenen in staat de periodiciteit van de omhullende te bepalen.

Het probleem van de ontbrekende grondtoon zullen wij thans nader toelichten.

7.11 Het probleem van de ontbrekende grondtoon.

¹J.F.Schouten : De toonhoogtegewaarwording, Philips Technisch Tijdschrift October 1940 .

²J.Arts : The Sound of Bells, J.A.S.A. April 1938 .

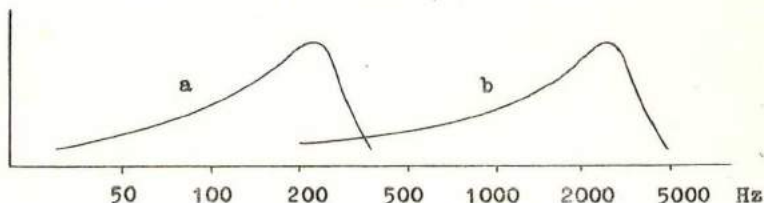
Schouten onderzocht nauwkeurig een frequentiemengsel met de componenten :

200, 400, 600, 800, 1000, 1200, 1400,4000 Hz

In dit mengsel nam hij als scherpe klank de toonhoogte 200 Hz waar. Indien hij de componenten 200 Hz volkomen onderdrukte, bleef die scherpe 200 Hz klank hoorbaar, n.l. het residu. Door het wederom bijvoegen van de 200 Hz componenten was het zelfs mogelijk om op de zelfde toonhoogte de zuivere 200 Hz componenten waar te nemen n a a s t het scherpe residu. Indien de hoogste componenten uit het mengsel werden verwijderd, verdween het residu.

Schouten concludeerde nu, dat het residu door de hogere harmonischen wordt veroorzaakt, en wees op het feit, dat de excitatiekrommen van de met de hogere frequenties corresponderende punten van het basilair membraan elkaar steeds meer overlappen, naarmate zij dichterbij de stijgbeugel zijn gelegen. Het gevolg is, dat die punten niet alleen in hun eigenfrequentie trillen, doch eveneens op naburige frequenties reageren. Dientengevolge kunnen die trillende punten in hun trillingsvorm een periodiciteit vertonen, waarvan de frequentie lager is dan de eigenfrequentie. Aan de zenuwen, die de hoge punten van het membraan met de hersenen verbinden kent Schouten nu het vermogen toe, deze laagfrequentie periodiciteit naar de hersenen over te brengen, zonder zich evenwel over het mechanisme van die overbrenging uit te laten.

In het volgende willen wij nu een mechanisme voor het tot stand komen van het residu voorstellen, dat een aanvulling betekent van het localisatiebeginsel, en bovendien consequenties heeft ten aanzien van het richtingshooren en de diatonische toonschaal.



F I G U U R 7.16

Resonantiekrommen van twee punten van het basilair membraan
(naar v. B é k é s y)

Fig. 7.16 toont de resonantiekrommen van twee punten van het basilair membraan (ontleend aan v. Békésy). De linker kromme past bij een punt, waar ongeveer de frequentie 200 Hz wordt gelocaliseerd, terwijl de rechter kromme behoort bij het plekje, waar de frequentie 2400 Hz haar toonhoogte heeft. De frequentieschaal is een logarithmische, en daarom schijnen

de krommen even breed. Zijn wij evenwel op kromme b bijv. 200 Hz buiten de afstemming, dan is de amplitude maar zeer weinig afgenomen, terwijl dezelfde verstemming op kromme a de amplitude zeer sterk doet dalen.

Nu betekent een verstemming van 200 Hz in het frequentiemengsel van Schouten eenvoudig het overgaan op een naastgelegen harmonische, en het is dus duidelijk, dat het als resonator opgevatte punt b niet alleen sterk reageert op de boventoon 2400 Hz, doch eveneens op een groot aantal naburige, d.w.z. hogere en lagere boventonen. (Dit is niet het geval met het punt a). Het resultaat is, dat de trillingsvorm van het punt b duidelijk een 200 Hz periodiciteit vertoont.

Ter illustratie dienen de figuren 7.17 a, b, c en d op bladzijde 7.27.

De periodiciteit van een frequentiemengsel is gelijk aan de grootste gemene deler van de samenstellende frequenties. Kiezen wij eens, in afwijking tot het door Schouten gebruikte mengsel als aandrijvend geluid een kanteelkromme (fig. 7.17 a). Een weinig scherpe resonator reageert hierop, zoals fig. 7.17 b aangeeft: de grondperiode is duidelijk zichtbaar als de afstand tussen twee op elkaar volgende pieken van gelijke polariteit. Nu verwijderen wij op rigoreuze wijze de grondfrequentie ω uit de aandrijvende geluidsdruk (fig. 7.17 c), die daardoor een typisch frequentiemengsel met ontbrekende grondtoon is geworden. De bijbehorende trillingsvorm van de resonator (fig. 7.17 d) vertoont nog steeds de grondperiode:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

als afstand tussen twee op elkaar volgende pieken van gelijke polariteit. Wiskundig is dit een eenvoudig verklaarbaar resultaat. De kanteelkromme is de som van een aantal sinusvormige trillingen, die oneven veelvouden vormen van de grondfrequentie ω . Maar ook al verwijderen wij de grondfrequentie, de grootste gemene deler van het restant is nog steeds gelijk aan ω .

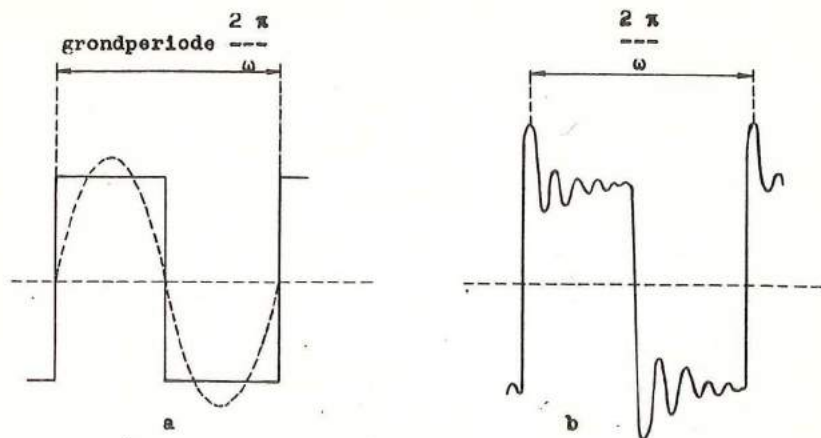
Ter verklaring van het residu nemen wij nu verder aan, dat de periode T van fig. 7.17 d door de hersenen wordt gemeten als het tijdsverschil tussen twee op elkaar volgende pieken van gelijke polariteit, en dat dergelijke pieken worden gekenmerkt door het uitzenden van een zenuwimpuls naar het gehoorcentrum.

Wij wijzen er in dit verband op, dat het richtingshoren gedeeltelijk berust op het interpreteren van looptijdsverschillen tussen de beide geluidsgolven, die resp. het linker en het rechter oor treffen. Het gehoorcentrum moet dus wel in het bezit zijn van een mechanisme, dat zeer kleine tijdsverschillen kan meten. De aard van dit mechanisme valt nog buiten onze beschouwingen, doch wij zullen van het bestaan ervan gebruik maken.

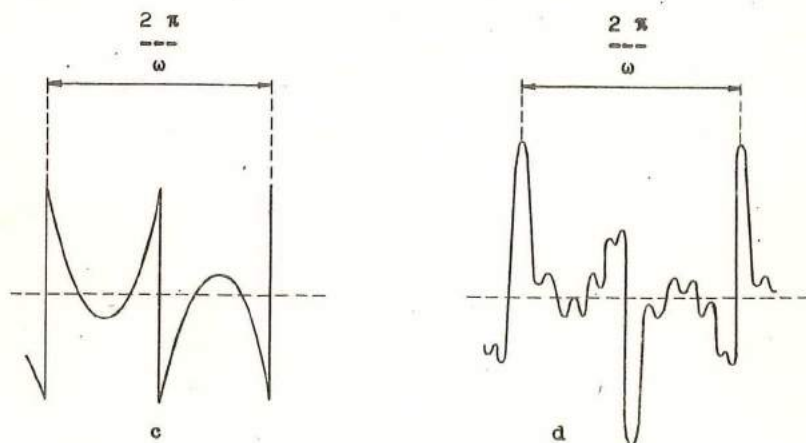
7.12 Over de gesynchroniseerde zenuwimpulsen.

Het basilair membraan houdt de hersenen van zijn bewegingen op de hoogte door middel van zenuwimpulsen.

Een elementaire zenuwimpuls vertegenwoordigt een bepaalde hoeveelheid energie, die aan het begin van een zenuwvezel op-



$$\frac{4}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \dots \right)$$



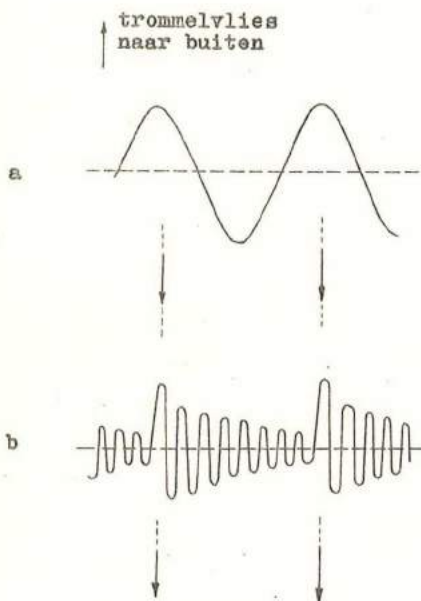
$$\frac{4}{\pi} \left(\frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right)$$

F I G U U R 7.17

Trillingsvorm van een als resonator opgevat
punt van het basilair membraan

gewekt wordt en zich daarna naar het andere einde voortplant. Na het overbrengen van een impuls heeft een zenuwvezel enige tijd nodig om zich te herstellen, de z.g. refractietijd. Dien-
tengevolge is het aantal impulsen, dat per seconde door één
vezel kan worden overgebracht, beperkt. H a l l o w e l l
D a v i s * geeft voor de maximale impulsfrequentie van een
zenuwvezel een bedrag van 1000 Hz op. Dit correspondeert met
een refractietijd van 1 msec. Hoewel één vezel slechts 1000
impulsen per seconde kan overbrengen kan een bundel vezels
een veel hogere frequentie volgen. Immers, terwijl de ene vezel
in refractie is, kan de andere een impuls overbrengen. Het re-
sultaat is, dat uit een zenuwbundeltje meer dan 1000 zenuw-
impulsen per seconde kunnen komen. Davis constateerde verder,
dat voor sinusvormige tonen de impulsfrequentie gesynchroni-
seerd is met de toonfrequentie. Hij noemt dit een toevallig-
heid, omdat de stimulatie uiteraard intermitterend is. Deze
laatste mening kunnen wij niet delen, hetgeen uit het volgende
moge blijken.

Door Davis wordt aangegeven, dat een zenuwimpuls wordt
uitgezonden gedurende het naar buiten bewegen van het trom-
melvlies, en voorts, dat de synchronisatie pas volledig is na
een korte inschakeltijd.



Twee trillingen met gelijke impulsfrequenties.

* Hallowel Davis : The electrical phenomena of the cochlea and
the auditory nerve, J.A.S.A. April 1935

Wij concluderen hieruit, dat die inschakeltijd nodig is, om de topwaarde van die trilling (bijv. de sinusvormige trilling in fig. 7.18 a) vast te stellen. Is dit geschied, dan wordt in elke (éénzijdige) piek een zenuwimpuls uitgezonden. In fig. 7.18 correspondeert de positieve ordinaat met het naar buiten bewegen van het trommelvlies.

Is de trilling niet zuiver sinusvormig, zoals bijv. in fig. 7.18 b, dan levert toch elke piek een zenuwimpuls. De impulsfrequentie is dus laagfrequent, terwijl het de trilling betreft van een op een veel hogere frequentie afgestemde resonator. Het is zelfs heel goed mogelijk, dat de impulsfrequentie in het geheel niet als sinusvormige componenten in de trilling van de resonator voorkomt. Dit is juist de sleutel tot het op deze wijze verklaren van het residu.

Wij veronderstellen nu, dat de hersenen op de hoogte zijn van het verband tussen toonhoogte h en periode T van de bijbehorende frequentie. Wij doen het dus voorkomen, alsof het basilaire membraan (beter gezegd de groep daarmee corresponderende hersencellen) behalve voor de toonhoogte ook voor de periode van een (ruwe) schaalverdeling is voorzien.

Nu is het bekend, dat een bepaalde frequentie niet altijd precies op dezelfde plaats van het membraan wordt gelocaliseerd.* Bij hoge drukniveaux treedt er n.l. een verschuiving van de toonhoogte op, die in het dagelijks leven zo onopvallend is, dat de meeste musici dit verschijnsel niet eens kennen. Toch is het daarom niet minder belangrijk, want het vormt een aanleiding tot een andere definitie van de toonhoogte. Davis constateerde, dat de impulsfrequentie ook bij hoog drukniveau met de toonfrequentie bleef gesynchroniseerd. Met de zenuwimpulsen kunnen de toonhoogteverschuivingen dus niet worden verklaard, wel met de in 7.4 gegeven definitie van de toonhoogte.

Bij het hierna te beschrijven associatieproces nemen wij aan, dat het gehoorcentrum gebruik maakt van zijn kennis van het verband tussen h en T , dat bij normale drukniveaux geldig is. Deze kennis achten wij aangeboren, zulks in analogie met het richtingshoor, waarbij toch de hoek, waaruit wij menen, dat een geluid komt, wordt bepaald uit de sterkte- en tijdsverschillen tussen beide oren. Het is opvallend, dat kinderen kort na de geboorte reeds stereofonische effecten vertonen.

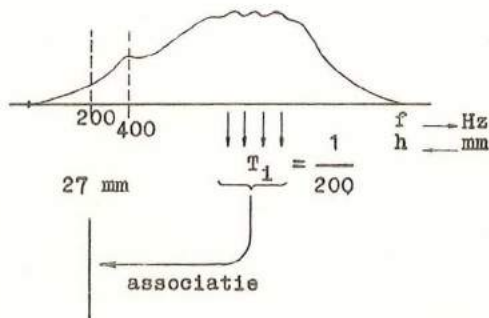
Kiezen wij als voorbeeld de gewaarwording van een zuivere toon van 200 Hz. Het gehoorcentrum constateert een plaats van maximale amplitude op 27 mm afstand van het ovale venster. Bovendien vertonen de aan de hersenen aangeboden zenuwimpulsen een periode van $T_1 = 5$ msec. Deze toonhoogte en deze periode passen bij elkaar. Wij veronderstellen nu, dat het gehoorcentrum, gebruikmakende van zijn kennis omtrent het verband tussen T_1 en h aan elke serie zenuwimpulsen, die de periode 5 msec vertoont, de toonhoogte 27 mm toekent, zelfs indien op 27 mm afstand van het ovale venster geen relatief maximum in de membraanamplitude valt aan te wijzen. Dit laatste is immers het geval bij een mengsel met ontbrekende grondtoon (fig. 7.17 d).

Het residu zien wij dus als een indirecte localisatie.

* S.S.Stevens : The relation of pitch to intensity, J.A.S.A. Januari 1935 .

In plaats van residu kunnen wij ook spreken van associatietoon.

De periode van de zenuwimpulsen suggereert een toonhoogte (het residu of de associatietoon) die gewoonlijk bij zuivere tonen in gezelschap van die periode optreedt (secundaire reflex) . Deze associatie is psychologisch niet onaannemelijk. Het is zelfs goed denkbaar, dat ook zij past in de nog zo onbekende physiologie van de hogere hersencentra zoals de hersenschors.



F I G U U R 7.19

Schematische voorstelling van het tot stand komen van een associatietoon (residu)

Fig. 7.19 demonstreert op schematische manier deze ontstaanswijze van een residu. Voornamelijk het hoge gebied van weinig scherp afgestemde resonatoren levert de impulsfrequentie 200 imp/sec, die het gehoorcentrum uit gewoonte verbonden "denkt" met een localisatie op het plekje 200 Hz, 27 mm verwijderd van het ovale venster. Het betreft een frequentiemengsel met de componenten :

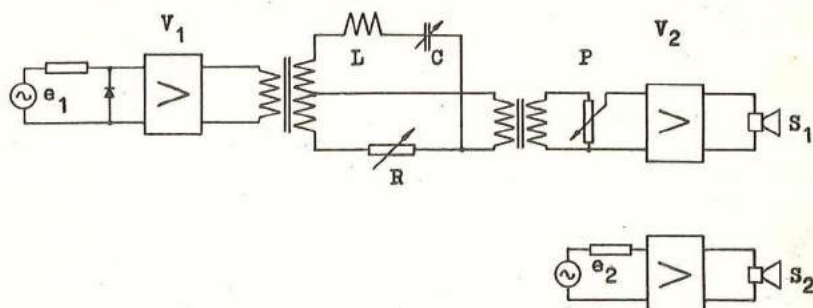
400, 600, 800, 1000, 1200 enz Hz

waarin dus de component 200 Hz totaal ontbreekt. Ter plaatse 27 mm is geen relatief maximum in de membraanamplitude aanwezig, wel bijv. op het plekje, dat met de frequentie 400 Hz correspondeert.

7.13 Een eenvoudige opstelling voor het opwekken van een associatietoon van bijv. 300 Hz.

Met zeer eenvoudige middelen kan een associatietoon (residu) worden opgewekt (zie fig. 7.20) .*

* Wij hebben er ons persoonlijk van overtuigd, dat het met deze installatie opgewekte residu identiek is met de door Schouten opgewekte residuen.



F I G U U R 7.20

Eenvoudige schakeling voor het opwekken van een residu.

De generator e_1 levert een toon van 300 Hz aan de versterker V_1 . Over de ingang van die versterker staat een gelijkrichtcel geschakeld, terwijl e_1 bovendien zodanig is gekozen, dat de versterker zwaar is overbelast. Het resultaat is, dat de versterkeruitgang het volgende frequentiemengsel levert :

300, 600, 900, 1200, 1500, 1800, enz Hz

Dit mengsel wordt toegevoerd aan een brugfilter, dat bestaat uit een transformator met middenaftakking, een zelfinductie L , een variabele condensator C en een variabele weerstand R . C en R kunnen zo worden ingesteld, dat de frequentie 300 Hz volkomen wordt onderdrukt. Op de potentiometer P staat dan het frequentiemengsel :

600, 900, 1200, 1500, 1800, enz Hz

Dit mengsel wordt door de versterker V_2 op de luidspreker S_2 weergegeven. Het geluid blijkt een scherpe klank te hebben met een toonhoogte, die correspondeert met 300 Hz. Door C te verstemmen kan de grondfrequentie weer worden bijgevoegd. Duidelijk hoort men naast het ruwe residu een zuivere, volle toon op praktisch dezelfde toonhoogte.

Het volgende effect is zeer frappant.

Het brugfilter wordt zo ingesteld, dat de frequentie 300 Hz volkomen wordt onderdrukt. Met behulp van een tweede luidspreker S_2 laten wij nu een tweede geluid weerklinken, en wel een zuivere toon, waarvan de frequentie kan worden gevarieerd. Stellen wij deze frequentie even n a a s t 300 Hz in, dan horen wij, z o n d e r zwevingen, twee componenten met een fre-

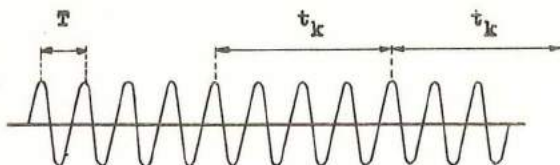
quentieverschil van enkele Hz. Normaal is een dergelijke gewaarwording nooit mogelijk, omdat er tussen twee zuivere tonen zwevingen optreden, die het constateren van een klein toonhoogteverschil vertroebelen.

Verstemmen wij weer C, d.w.z. wordt er weer grondtoon bijgevoegd, dan horen wij duidelijk de toon van S_2 zweven tegen de uit S_1 komende grondtoon.

7.14 Over zwevingen.

Bij het beluisteren van een belschaal constateren wij zwevingen. Deze zijn het gevolg van de aanwezigheid van twee componenten, waarvan de frequenties zeer weinig verschillen. Wij zullen op de aard van het zwevingsverschijnsel nader ingaan.

In fig. 7.21 is de trillingsvorm van een punt van het basilair membraan getekend, zoals die wordt veroorzaakt door een sinusvormige geluidsdruk.

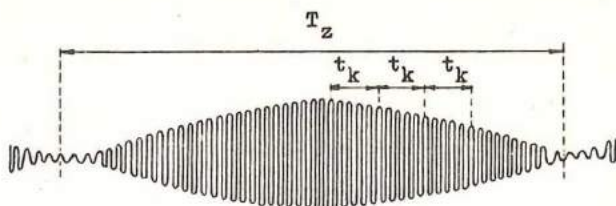


F I G U U R 7.21

Sinusvormige trilling van een punt van het basilair membraan.

De amplitude van deze trilling bepaalt de bijdrage, die het beschouwde punt levert tot de totale luidheid. Feitelijk bestaat de trilling uit stoten. Het oor kan deze echter niet afzonderlijk constateren, en het lijkt, alsof het zich er mede tevreden stelt van tijd tot tijd de maximale uitwijking van het membraan ter plaatse, te controleren. Is deze niet aan variatie onderhevig, dan wordt aan de toon een constante luidheid toegekend, alles volgens het door ons ontworpen beeld.

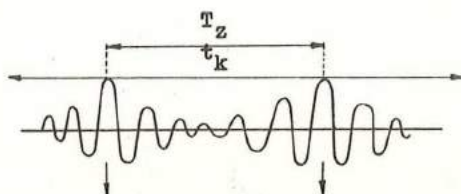
Omdat het oor geen scherpe resonanties kent, zal een punt van het basilair membraan twee nagenoeg gelijke frequenties niet kunnen scheiden. Het resultaat is, dat het de in fig. 7.22 weergegeven trillingsvorm vertoont, indien gelijktijdig twee tonen van bijna gelijke frequenties weerklinken. Het gehoorcentrum reageert hierop door het constateren van een langzame variatie in de luidheid. Naarmate men echter het frequentieverschil groter maakt worden deze variaties sneller, zo snel zelfs, dat zij door de hersenen niet meer kunnen worden gevolgd. Aan de trilling wordt weer een constante luid-



F I G U U R 7.22

Typische langzame zweving in de trilling van een punt van het basilair membraan.

heid toegekend, doch bovendien wordt men zich bewust van een onwelluidende toonhoogtegebaarwording, een z.g. zwevingstoon. Bij langzame zwevingen is er dus een luidheidsvariatie, bij snelle zwevingen een toonhoogtegebaarwording.



F I G U U R 7.23

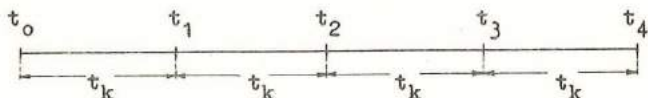
Typische snelle zweving, aanleiding tot een residu.

Fig. 7.23 demonstreert een trilling met typische snelle zwevingen. De daarmee verbonden toonhoogtegebaarwording kunnen wij weer verklaren met het in 7.12 beschreven associatie proces: in elke piek wordt een zenuwimpuls gegeven, en de hersenen associëren bij de periode van deze impulsen een toonhoogte. Daarmede hebben wij dus snelle zwevingen teruggebracht tot residu. De zwevingsperiode T_z is dan gelijk aan de periode van dat residu.

Het verschil tussen langzame en snelle zwevingen kunnen wij nog als volgt toelichten.

Wij veronderstellen n.l., dat er bij de luidheidsbepaling sprake is van een zekere kritische tijd t_k , en wel in die

zin, dat er telkens aan het eind van een tijdsinterval ter lengte t_k wordt bepaald, welke maximale uitwijking in dat interval voorkwam. Deze maximale uitwijking stellen wij bepalend voor de op dat ogenblik geconstateerde luidheid (fig. 7.24).



F I G U U R 7.24

Tijdbasis van de luidheidsbepaling. Op de tijdstippen t_0 , t_1 , t_2 enz. zou de luidheid worden opgemaakt.

Bij de normale sinusvormige trillingen, en daarmee bedoelen wij die trillingen, waarvan de frequentie zo hoog is, dat zij niet meer als afzonderlijke stoten worden waargenomen, is $t_k > T$ (fig. 7.21). De luidheid is dus constant, omdat steeds dezelfde maximale uitwijking in een tijdsinterval t_k wordt geconstateerd.

Ook bij de snelle zwevingen is $t_k > T_z$ (fig. 7.23), zodat voor deze trillingen eveneens een constante luidheid wordt waargenomen.

Bij langzame zwevingen (fig. 7.22) is evenwel $t_k < T_z$, zodat aan het eind van een interval t_k telkens een andere luidheid wordt geconstateerd. Dit zelfde is het geval bij een sinusvormige trilling met zodanig lage frequentie, dat $t_k < T$.

Wij schatten t_k op ongeveer 30 msec.

7.15 Enkele consequenties van de hypothese van de gesynchroniseerde zenuwimpulsen.

Reeds eerder veronderstelden wij, dat de ware luidheid evenredig zou zijn met het totale aantal vezels, dat in de gehoorzenuw wordt geprikkeld. Volgens deze beschouwingswijze zijn twee zuivere tonen dus even luid, indien zij beide evenveel vezels in de gehoorzenuw in actie brengen. Nemen wij nu aan, dat elke zenuwimpuls een constante hoeveelheid energie vertegenwoordigt, en tevens, dat de impulsfrequentie is gesynchroniseerd met de toonfrequentie, dan zal de hoogste frequentie meer vermogen naar de hersenen zenden. Aangezien de tonen even luid klinken, past het dus niet in onze gedachtengang de luidheid evenredig te stellen met het naar de hersenen gezonden vermogen.

De diatonische toonschaal kan worden afgeleid uit de voorkeur, die het oor vertoont voor frequentiemengsels, waarvan de frequenties der componenten zich verhouden als kleine ge-

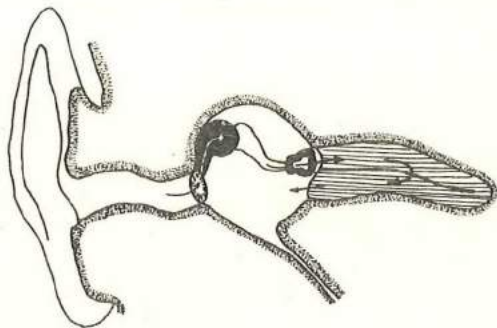
hele getallen, bijv. als :

4 : 5 : 6 .

Dergelijke " zuivere " mengsels hebben de eigenschap strikt periodiek te zijn. Zij vertonen pieken, die elkaar met nauwkeurig constante tijdsintervallen opvolgen. Door aan te nemen, dat in die pieken een zenuwimpuls wordt afgezonden, schrijven wij aan " zuivere " mengsels de eigenschap toe, dat de door deze veroorzaakte zenuwimpulsen volkomen regelmatig in het gehoorcentrum binnenkomen. Dit zou dan het technische hulpmiddel kunnen zijn, waarmede de hersenen een zuiver mengsel herkennen. Is één van de frequenties " er naast " , dan ontstaan " hinkende " impulsen.

In Amerika werd gedurende de jongste wereldoorlog door L e m p e r t een operatietechniek ontwikkeld, die genezing kan brengen in sommige gevallen van doofheid. Het betreft hier gevallen, waarin de bewegelijkheid van de gehoorbeentjes is verdwenen (otosclerose) .

Bij het normale oor, nogmaals schematisch voorgesteld in fig. 7.25, brengt de lucht het trommelvlies in beweging, dat weer via de hamer, het aambeeld en de stijgbeugel de vloeistof in het slakkenhuis in trilling brengt. De stijgbeugel bevindt zich immers in het ovale venster, terwijl de uitwijkingen van de vloeistof worden mogelijk gemaakt door het daaronder gelegen ronde venster.



F I G U U R 7.25

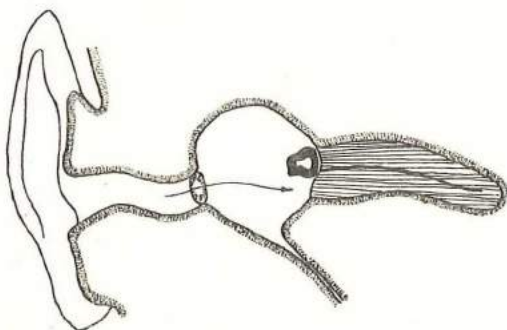
Beweging van de vloeistof in een normaal oor.

Een drukverhoging in de uitwendige gehoorgang zal de gehoorbeentjes, en dus ook de stijgbeugel, naar binnen drukken. De vloeistof wijkt dus uit in de richting van het ronde venster, dat wordt gespannen naar de trommelholte toe (zie de pijlen in fig. 7.25) .

Is de stijgbeugel vastgegroeid in het ovale venster (otosclerose) dan is het met de bewegelijkheid van de gehoorbeentjes

tjes gedaan. De vloeistof kan dan evenmin bewegingen uitvoeren, waardoor het slakkenhuistussenschot (waarin immers de gehoorzenuw eindigt) in rust blijft met doofheid als gevolg.

In het eerste stadium van de operatie van L e m p e r t worden aambeeld en hamer verwijderd * (fig. 7.26) .



F I G U U R 7.26

Hamer en aambeeld verwijderd, stijgbeugel
vastgegroeid, vloeistofbeweging nog niet
goed mogelijk.

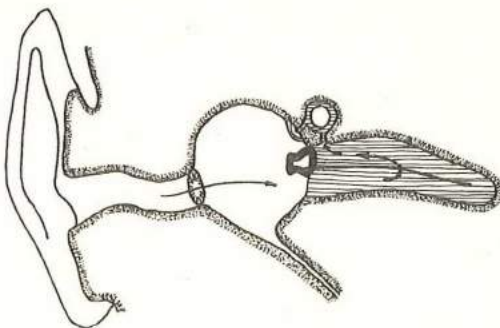
De trommelholte doet nu, electrisch geïnterpreteerd, dienst als condensator. Een drukverhoging in de gehoorgang wil nu het ronde venster naar binnen drukken. Wegens de stijfheid van het ovale venster kan de opgesloten vloeistof niet, althans zeer moeilijk verschuiven en blijft daarom nog praktisch in rust.

Het is dus noodzakelijk de vloeistof een uitwijkmogelijkheid te verlenen. Hoe dit bij deze operatie geschiedt, is in fig. 7.27 schematisch aangegeven.

Bij het ovale venster staat de cochlea (slakkenhuis) n.l. in verbinding met het evenwichtsorgaan, dat o.a. drie onderling loodrecht staande, halve cirkelvormige kanalen bevat. Eén van die kanalen kan uit de trommelholte worden aangeboord en het aldus ontstane gat heet het nieuwe ovale venster, hoewel deze benaming misleidend is. Het wordt met een lap van kraakbeen afgedekt om dichtgroeien te verhinderen. Maar tevens voorkomt deze lap, dat geluid uit de trommelholte op het nieuwe venster valt.

Zoals uit fig. 7.27 blijkt, is de bedoeling van het nieuwe venster niet om de taak van het oude ovale venster over te nemen, doch om de rol van nieuw rond venster te gaan spelen. Immers het oorspronkelijke ronde venster doet na de operatie dienst als ovaal venster. Het verdient o.i. aanbeveling om voor het nieuwe venster de benaming " uitwijkvenster " in te voeren. Het nieuwe venster verschaft de vloeistof immers een

*Eigenlijk blijft er nog een stukje van de hamersteel zitten.



F I G U U R 7.27

Beweging van de vloeistof na de operatie
van L e m p e r t .

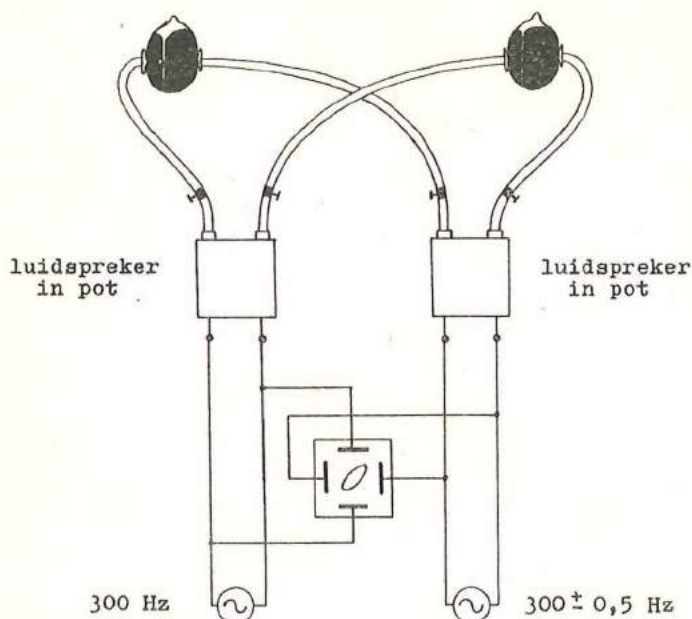
nieuwe uitwijkmogelijkheid. De vloeistof beweegt zich na de operatie van L e m p e r t dus juist a n d e r s o m dan normaal.

Aangezien deze laatste opvatting nog niet algemeen gedeeld wordt, zal een experiment, dat de voorspelde fazeomkering kan aantonen, verhelderend werken.

In het algemeen is de herkenbaarheid van een klank weinig gevoelig voor fazedraaiingen van de componenten van die klank. Dit komt, doordat de amplitudeverdeling langs het basilaire membraan door die fazevariatie zeer weinig wordt beïnvloed, waardoor het aan de hersenen aangeboden prikkelingspatroon praktisch invariant is.

Er zijn echter wel degelijk verschijnselen, die voor fazeomkeringen gevoelig zijn, bijv. kunstmatig opgewekte richtingsgewaarwordingen. Een dergelijke kunstmatige gewaarwording komt voor bij het door ons uitgevoerde experiment met de draaiende toon, waarvan de beschrijving hier volgt.

Twee luidsprekers zijn elk in een pot gebouwd en kunnen door middel van gummislangetjes worden beluisterd (fig. 7.28). De éne levert een frequentie van 300 Hz, de andere een frequentie van $300 \pm 0,5$ Hz. De waarnemer luistert met behulp van twee even lange gummislangen met het linker oor naar de éne, en met het rechter oor naar de andere luidspreker en gaat na, welke gewaarwording hij ondergaat bij dit kleine frequentieverschil. Om te beginnen moet hij de op de slangen aanwezige klemmetjes zo instellen, dat beide oren even luid klinken. Dit geschiedt door de slangen één voor één dicht te knijpen. Het is verder belangrijk zuiver sinusvormige geluidstrillingen te gebruiken. Ter controle en instelling van het kleine frequentieverschil is een kathodestraaloscillograaf met de horizontale platen op de éne, en met de verticale platen op de andere luidspreker aangesloten. Op het beeldvlak ontstaat dan een schommelende ellips, die bij gering frequentiever-



F I G U U R 7.28

Opstelling voor het gewaarworden van
het draaiende effect .

schil bijna stil staat.

Een geoefend proefpersoon komt tot de overtuiging, dat er eigenlijk t w e e toestanden zijn :

- Toestand A Indien aan het rechter oor de laagste frequentie wordt toegevoerd, hoort men een toon, die zich snel en duidelijk verplaatst van rechts via midden naar links, en zich betrekkelijk langzaam en vaag terugbeweegt van links naar rechts.
- Toestand B Wordt de laagste frequentie aan het linker oor toegevoerd, dan beweegt de toon zich snel en duidelijk via het midden naar rechts en loopt langzaam en vaag terug van rechts naar links.

Merkwaardig is, dat men aan beide toestanden een draaiing verbindt. De omlooprichting is rechtoom (van boven gezien) zowel voor toestand A als voor toestand B . Omdat de generatoren gemakkelijk onderdelen van 1 Hz . kunnen verlopen, kunnen A en B betrekkelijk ongemerkt in elkaar overgaan, hetgeen soms enige verwarring geeft.

Is men vrij in het instellen van A of B , dan geeft men in de regel de voorkeur aan A als zijnde " duidelijker " . De gewaarwording is feitelijk drieledig.

Om te beginnen constateert men zowel links als rechts de-

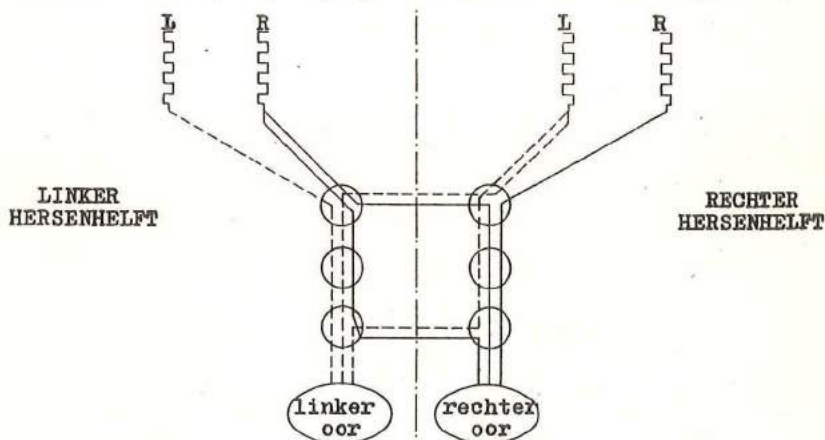
zelfde luidheid. Daarop gesuperponeerd is een d e r d e sensatie : een richtingsgewaarwording. Een onbevooroordeelde proefpersoon sprak van een " derde " geluid, dat van plaats wisselde. Aanvankelijk wordt dit derde geluid overstemd door de twee constante luidheden aan resp. het linker en het rechter oor. Proefpersonen met enige aanleg tot introspectie merken na enige tijd en meestal plotseling het " derde " geluid op. Door zich daarop te concentreren slagen zij er in, de constante luidheden dermate op de achtergrond te dringen, dat de derde sensatie zeer duidelijk wordt.

Behalve de plaats varieëert ook de toonhoogte van het derde geluid. Wordt het aan een bepaalde zijde gehoord, dan correspondeert de toonhoogte met de frequentie, die aan het betrokken oor wordt toegevoerd.

In de richtingsgewaarwording kunnen zowel sterkte- als tijdsverschillen tussen de beide oren een rol spelen, met dien verstande evenwel, dat tijdsverschillen slechts bij lage frequenties tot duidelijke richtingsensaties zullen leiden.

Het is bekend, dat een richtingsgewaarwording ontstaat, wanneer aan elk oor een aparte toon wordt toegevoerd, en deze tonen weliswaar even luid zijn en de zelfde frequentie bezitten, doch in fase verschillen. Het geluid schijnt nu te komen van de zijde van het oor, dat in fase leidt.

Bij het door ons beschreven experiment kan men, omdat de frequenties verschillen, niet meer van faseverschillen spreken. Het is daarom veiliger nu te spreken over tijdsverschillen tussen toppen van gelijke polariteit. Reeds eerder veronderstelden wij, dat de zenuwimpulsen, die het oor naar de hersenen zendt, zijn gesynchroneerd met de frequentie, en



F I G U U R 7.29

Verloop van de zenuwen tussen
oren en hersenen.

dat zij worden afgegeven in de (éénzijdige) uiterste standen van het tussenschot van het slakkenhuis. De impulsfrequentie is dus gelijk aan de frequentie van de waargenomen trilling. De zojuist genoemde fazeregels kunnen wij zodoende toepasselijk maken op verschijnselen met variabele frequenties door haar als volgt te lezen : het geluid schijnt te komen van de zijde van het oor, waarvan de zenuwimpulsen het eerst in de hersenen arriveren.

Zoals uit fig. 7.29** blijkt, levert elk oor in elke hersen helft een patroon. Deze patronen zijn aangeduid met L (linker oor) en R (rechter oor). In de linker hersen-helft is er dus zowel een patroon van het linker oor als van het rechter oor. Het zelfde is het geval in de rechter hersen-helft. Er is dus een duplicatuur, waarvan het niet zeker is, of zij volledig is.

Beschouwen wij nu eens, wat er in één hersenhelft gebeurt.

Wij nemen aan, dat het in die helft mogelijk is patroon L en patroon R met elkaar te vergelijken.

Wij interpreteren de richtingsgewaarwording nu verder als volgt. De richting is naar links, indien patroon L er in slaagt de aandacht op zich te vestigen. Evenzo schijnt het geluid van rechts te komen, indien patroon R de meeste aandacht trekt.

Als middelen om de aandacht te trekken hebben de patronen o.i. tot hun beschikking :

- a. de ware luidheid (p.m. evenredig met het aantal zenuwvezels, dat in de bundel, die het betrokken patroon met de hersenen verbindt, deelneemt aan het overbrengen van zenuwimpulsen)
- b. de aankomsttijd van de zenuwimpulsen in de hersenen
- c. de vorm van het patroon.

Gewoonlijk hebben a. en b. de meeste betekenis, zeker bij zuivere tonen. Omtrent het samenwerken van intensiteits- en tijdsverschillen is reeds gepubliceerd.¹ Voor zover ons bekend heeft men echter nog niet op de mogelijkheid gewezen, dat het gewaarworden van een richting zou kunnen bestaan in het aanwijzen van een bepaalde plaats in de hersenen.

De hoek, waaronder men bijv. een geluid van links hoort komen, is niet altijd even groot. Het is dus, alsof de op het linker patroon geconcentreerde aandacht zich nog over dat patroon kan verschuiven.

Men kan experimenteel vaststellen, dat een links - gewaarwording, veroorzaakt door het feit, dat de zenuwimpulsen van het linker oor eerder binnenkomen, wordt teniet gedaan door een sterke luidheid van het andere oor. Bij onze draaioproef zijn de luidheden aan beide oren echter nauwkeurig aan elkaar gelijk gemaakt, zodat richtingseffecten slechts kunnen worden veroorzaakt door verschillen in aankomsttijd tussen de zenuwimpulsen, die door beide oren naar de hersenen worden gezonden. Na enige oefening blijkt men het gelijkmaken van de luidheden goed te kunnen beheersen : bij kleine ongelijkheid verplaatst het draaiende effect zich een weinig naar links of

**C.G.Barker : Auris Hominis, Journal of the Institution of Electrical Engineers, Vol. 91, Part 1, 1944.

* bijv. K.de Boer : Stereofonische Geluidsweergave, Philips Technisch Tijdschrift, April 1940 .

naar rechts.

Omdat de afstand tussen de oren ongeveer 20 cm bedraagt, kan het tijdsverschil hoogstens ongeveer 0,8 msec worden. De ervaring leert dan ook, dat het draaiende effect zich alleen bij de lagere frequenties voordoet, zeer duidelijk bijv. bij 300 Hz. Het looptijdsverschil ligt dan ongeveer binnen een kwart van de periode. Evenwel bij 1000 Hz blijft het draaiende effect achterwege. Blijkbaar is de periode dan niet meer groot t.o.z. van de te meten tijdsverschillen.

Wij beweren nu, dat kleine verschillen in aankomsttijd tussen de door beide oren uitgezonden zenuwimpulsen aanleiding geven tot een duidelijke, natuurlijke richtingsgewaarwording. Onder klein verstaan wij daarbij kleiner dan ongeveer een kwart periode van de beluisterde trilling. Tijdsverschillen groter dan ongeveer 0,8 msec geven aanleiding tot een onnatuurlijke, soms vage richtingsgewaarwording.

Voor de "natuurlijke" tijdsverschillen geldt, dat de richting wordt aangegeven door het oor, waarvan de impuls het eerst binnenkomt. Voor de "onnatuurlijke" tijdsverschillen is deze regel niet zeker. In dit verband is het interessant de proeven in herinnering te brengen, die reeds in 1929 door ir. J.L.v. Soest* werden verricht.

Een lange rubber slang werd op een geluiddempende bodem gelegd, en een waarnemer stak de beide einden in de oren. Op verschillende plaatsen drukte een helper een trillende stemvork op de slang, waardoor de waarnemer een richtingsensatie onderging. Wordt de stemvork in het midden geplaatst, dan kwam het geluid ook uit het midden. Een verplaatsing naar links deed het waargenomen geluid naar links verschuiven. Evenzo bewoog het geluid zich naar rechts, indien de vork uit het midden naar rechts werd verplaatst. Deze verschuivingen van het geluidsbeeld verliepen duidelijk en snel.

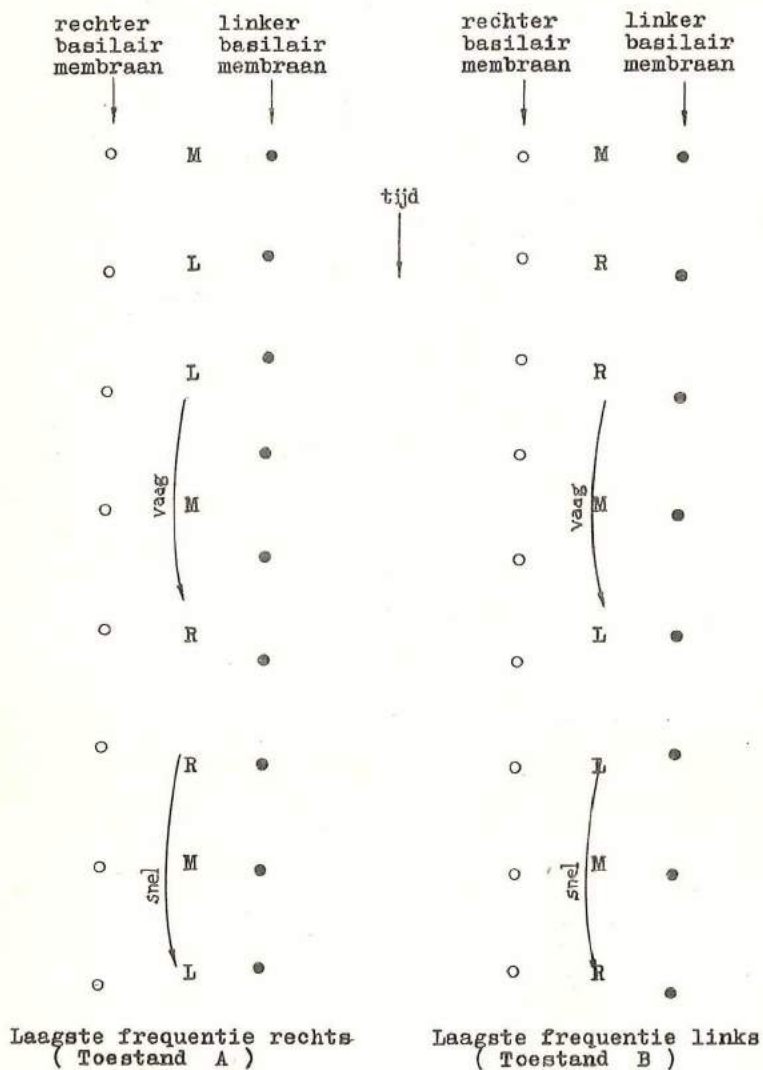
In het algemeen zijn er bij deze proef twee factoren in het spel, n.l. luidheidsverschillen en looptijdsverschillen. Het bleek echter mogelijk deze invloeden van elkaar te scheiden. Het nu volgende heeft alleen betrekking op het aandeel, dat de looptijdsverschillen hadden in de richtingsgewaarwording.

Behalve in het midden van de slang bleken er ook duidelijke middens hoorbaar indien de stemvork werd geplaatst op punten, die een geheel veelvoud van de halve golflengte verwijderd waren van het midden. Bezien in het licht van de hypothese van de gesynchroniseerde zenuwimpulsen is dit volkomen logisch. Immers, indien de stemvork over een afstand gelijk aan de halve golflengte wordt verplaatst, neemt het wegverschil toe met de gehele golflengte. Het tijdsverschil is dus toegenomen met één periode, dus twee zenuwimpulsen, die eerst samenvielen, vallen wederom samen.

Nu zou men verwachten, dat er tussen twee duidelijke middens één, zij het ook vaag, midden zou liggen, dat overeenkomt met een onnatuurlijk groot wegverschil. Door v. Soest (en niet door hem alleen) werden echter drie vage middens geconstateerd tussen twee duidelijke middens. In plaats dat de onnatuurlijke richting van de ene uiterste zijde regelrecht terug loopt naar de andere uiterste zijde, slingert zij nog een keer om het midden heen. Normaal merkt men in de natuur niets van dit effect.

Onze draaiproef stemt goed overeen met de proef van de rub-

*J.L.v. Soest : Richtingshoren bij sinusvormige geluidstrillingen, Physica, 9e Jaargang, No. 7 .



F I G U U R 7.30

De door de beide basilaire membranen afgegeven zenuwimpulsen.

berslang. Er is natuurlijk het verschil, dat het bij de ruberslang ging om constante tijdsverschillen tussen de zenuwimpulsen, waardoor men alle tijd heeft zich een bepaalde richting te realiseren, terwijl bij de draaiproef het tijdsverschil tussen de oren steeds verloopt, vandaar het variabele richtingseffect.

De kleine tijdsverschillen uiteten zich weer als een snelle middendoorgang, die een natuurlijke ondergrond heeft. De grote tijdsverschillen geven aanleiding tot een vaag teruglopen. Feitelijk zou in deze vage terugloop nog een slingering moeten worden waargenomen in overeenstemming met de proef van v. S o e s t, doch zelfs een geoefend proefpersoon is niet in staat deze slingering met zekerheid vast te stellen, waarschijnlijk wegens de korte tijd, die hem tot concentratie ter beschikking staat.

Ter verduidelijking zijn in fig. 7.30 nog de zenuwimpulsen getekend, zoals die door de beide basilaire membranen worden afgegeven, indien aan elk oor een verschillende frequentie wordt toegevoerd. Telkens worden er twee impulsen van links en rechts vergeleken. Is er geen tijdsverschil, dan is er een duidelijk midden. Een duidelijke rechts (links) gewaarwording ontstaat, indien de rechter (linker) impuls het eerst binnenkomt. Het tijdsverschil mag echter niet veel groter zijn dan ongeveer een kwart periode (omdat de frequenties nagenoeg gelijk zijn, hebben zij ook ongeveer gelijke perioden). De grotere tijdsverschillen veroorzaken vage, onnatuurlijke richtingseffecten. Met verwaarlozing van de door v. S o e s t signaleerde slingering is er weer een vaag midden, indien het tijdsverschil een halve periode bedraagt.

Er zijn natuurlijk weer de twee toestanden :

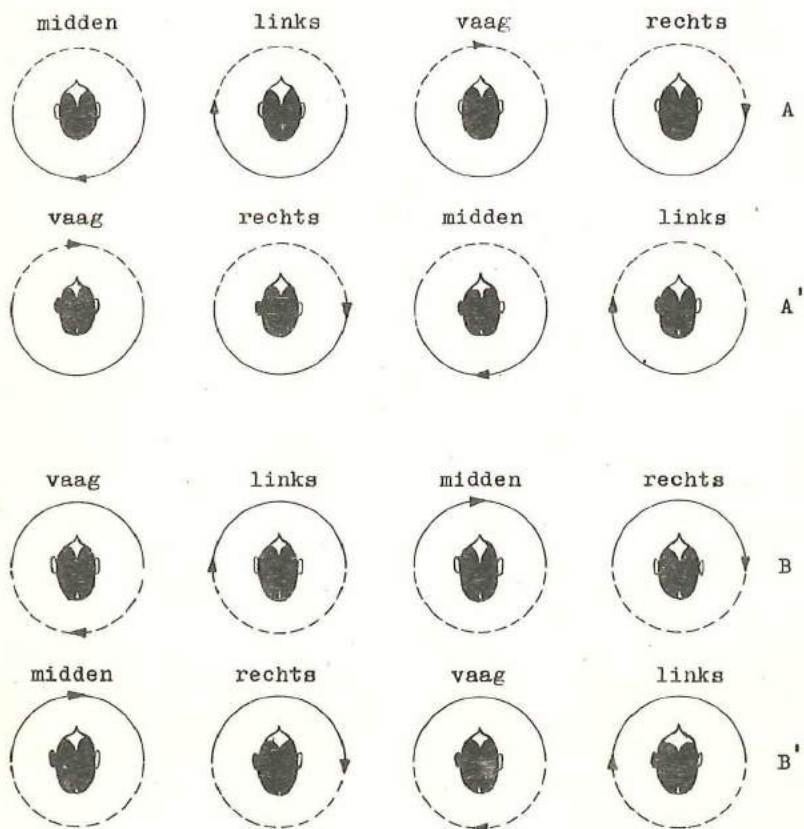
A : laagste frequentie rechts

B : laagste frequentie links

Deze toestanden corresponderen met de gevallen A en B, die in fig. 7.31 zijn weergegeven op de rijen 1 en 3 van boven.

Wij vermeldten reeds, dat steeds één van beide patronen tracht de aandacht op zich te vestigen en dat de geconstateerde toonhoogte bij de draaiproef correspondeert met de frequentie, die aan die zijde wordt toegevoerd, waarvan men denkt, dat het geluid komt. De toonhoogte wordt blijkbaar bepaald op dat patroon, waarop de aandacht valt. Feitelijk is dit weer een localisatiebeginsel : het beginsel van de gelocaliseerde aandacht. Er is nog een interessante consequentie voert men n.l. aan beide oren afzonderlijk een toon toe, zodanig, dat deze tonen even luid zijn, gelijke frequenties doch verschillende fazen bezitten, dan ondergaat men, zoals gezegd, een constante richtingsgewaarwording. Nu hebben het linker en het rechter oor zelden precies gelijke eigenschappen : dikwijls kennen zij aan dezelfde frequentie een iets verschillende toonhoogte toe. Bij nauwkeurig waarnemen kan men met zekerheid vaststellen, dat ook bij deze constante richtingsgewaarwording de toonhoogte correspondeert met die van het oor, waar het geluid vandaan schijnt te komen.

Veronderstel, dat een waarnemer is geopereerd aan het linker oor. Dit betekent dan, dat de in fig. 7.30 voorkomende zenuwimpulsen van het linker basilair membraan een h a l v e periode in tijd worden verschoven. Een beschouwing van de figuur leert, dat de geopereerde waarnemer een duidelijk midden



F I G U U R 7.31

Het verschil in waarneming tussen een proefpersoon met twee normale oren en een proefpersoon met één normaal en één omgepooold oor. (Het omgepooelde oor is zwart getekend) .

hoort op het ogenblik, dat de normale waarnemer een vaag midden constateert. Voorts zal de geopereerde waarnemer de gewaarwording rechts noemen als de normale waarnemer deze links noemt, en omgekeerd. In fig. 7.31 zijn de gewaarwordingen van beide waarnemers weergegeven. Regel 2 (A') en regel 4 (B') hebben betrekking op de geopereerde waarnemer. Laat men beide waarnemers de toon met de vinger volgen, dan heeft het experiment een positief resultaat, indien de vingers in t e g e n f a z e bewegen.

Het is ons bij enkele patienten, die op succesvolle wijze de operatie van L e m p e r t hadden ondergaan, gelukt om met zekerheid de fazeomkering vast te stellen. Wij conclude- ren hieruit, dat bij goed geslaagde operaties het ronde venster de functie van het oorspronkelijke ovale venster heeft overgenomen.

Ook een proefpersoon, die weliswaar niet de operatie van L e m p e r t had ondergaan, doch bij wie aan één oor het trommelvlies, de hamer en het aanbeeld waren weggenomen, ver- toonde deze fazeomkering.

H O O F D S T U K 8

O V E R D E B E L S C H A L E N

8.1 De verhouding van de eigenfrequenties.

De belschaal is een anharmonische straler, d.w.z. de frequenties van de deeltonen zijn geen gehele veelvouden van een bepaalde grondfrequentie.

De in Nederland zeer verbreide Siemens - belschaal is in fig. 8.1 geschetst. Bij benadering kan de schaal worden opgevat als een gedeelte van een dunwandige bol.

R a y l e i g h* berekende o.a. de eigenfrequenties van dunne, bolvormig gebogen platen. Hij vond voor de verhouding tussen de laagste twee eigenfrequenties f_1 en f_2 van een halve bol :

$$\frac{f_2}{f_1} = 2,8102 \quad (8.1)$$

Voor een bolsegment, waarvan de hoogte gelijk is aan de halve straal vindt R a y l e i g h :

$$\frac{f_2}{f_1} = 2,6102 \quad (8.2)$$



F I G U U R 8.1

Doorsnede van de schaal
van een Siemensbel

Wij bepaalden de eigenfrequenties van enkele tientallen Siemensbelschalen. Deze bezaten verschillende dikten, en waren vervaardigd van staal, messing of brons. De meting ge-

*Lord Rayleigh : Theory of Sound, Vol I , pag. 395 e.v.

schiedde met behulp van een microfoon met daarop aangesloten wave - analyser, die ter plaatse van een eigenfrequentie een grote uitslag vertoonde.

Voor het gemiddelde van de verhouding tussen de laagste twee eigenfrequenties vonden wij :

$$\frac{f_2}{f_1} = 2,6 \quad (8.3)$$

Vergelijking met (8.2) leert, dat dit nagenoeg dezelfde uitkomst is, die R a y l e i g h berekende voor een bolsegment met een hoogte gelijk aan de halve straal.

Volledigheidshalve geven wij hieronder eveneens de frequentieverhoudingen van de eerste vijf deeltonen t.o.z. van de laagste eigenfrequentie :

$$1 : 2,6 : 4,6 : 7 : 9,4$$

$$(4\%) \quad (4,3\%) \quad (9\%) \quad (9,6\%)$$

De getallen tussen haakjes geven de grootste procentuele afwijkingen t.o.z. van het gemiddelde weer. Deze afwijkingen ontstaan o.a. door kleine vormverschillen onderling.

Onderstaande tabel bevat de eigenfrequenties van een aantal stalen Siemensschalen van verschillende dikten.

Dikte in mm	E i g e n f r e q u e n t i e s in Hz				
1	800	2000	3500	5300	7400
1,1	1000	2600	4600	7100	9900
1,2	1200	3100	5400	8300	10850
1,7	1500	3800	6750	10100	13300

Volgens R a y l e i g h zijn de eigenfrequenties evenredig met de dikte en omgekeerd evenredig met het kwadraat van de straal van de bol. Uit de tabel blijkt, dat de eigenfrequenties inderdaad ongeveer evenredig met de dikte toenemen. Wij kunnen nog opmerken, dat de laagste frequenties beduidend hoger worden, indien de belschaal veel kleiner dan een halve bol wordt gemaakt.

8.2 Over zwevingen.

Zelfs bij het beluisteren van één belschaal worden zwevingen geconstateerd, die de aanwezigheid verraden van twee componenten met nagenoeg gelijke frequenties.

In het algemeen komen zwevingen bij alle trillende platen voor. Beschouwen wij bijv. het geval van een cirkelvormige, in het midden ingeklemde plaat, die volkomen symmetrisch is. De daarbij behorende trillingsfiguren werden reeds vroeg bestudeerd door C h l a d n i. Bij elke wijze van trillen kunnen bepaalde lijnen worden aangewezen, die in rust verkeren. Dit zijn de knopenlijnen. De knopenlijnen van de cirkelvormige plaat bestaan uit middellijnen en cirkels. Noemen wij nu het aantal knopenmiddellijnen m en het aantal knopencirkels c.

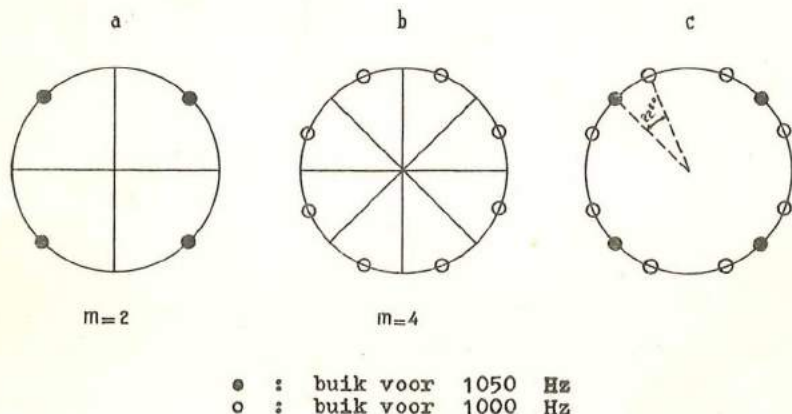
Volgens R a y l e i g h is de bijbehorende frequentie evenredig met :

$$(m + 2c)^2 \quad (8.4)$$

Hieruit volgt, dat een trillingstoestand A ,gekaracteriseerd door $m=2$, $c=2$ dezelfde frequentie bezit als de trillingstoestand B , gekenmerkt door $m=4$, $c=1$. De superpositie van de toestanden A en B levert weer een harmonische trilling.

De trillingstoestanden A en B hebben echter slechts dan volkomen gelijke frequenties, indien de schaal ook volkomen symmetrisch is. Zo niet, dan ontstaan er zwevingen.

Wij hebben onderzocht, in hoeverre het beginsel van (8.4) kan worden toegepast op een belschaal, die tenslotte een omgebogen cirkelvormige plaat van uniforme dikte is. De knopenlijnen worden meridianen en parallelcirkels. Het onderzoek geschiedde aan een schaal, waarin duidelijk de frequenties 1000 en 1050 Hz te herkennen waren. Teneinde deze componenten te scheiden neemt men eenvoudig een dun, soepel buisje en steekt dat met het ene eind in het oor. Het andere eind brengt men in de onmiddellijke nabijheid van de belschaalrand en zoekt daarmee de buiken van de componenten op.



F I G U U R 8.2

De ontleding van het zwevingsverschijnsel
bij een belschaal

De in fig. 8.2 c geschetste resulterende buikenverdeling is in de figuren 8.2 a en 8.2 b ontleed in de trillingstoestand A met $m=2$ en de toestand B met $m=4$. Bij A behoort de frequentie 1050 Hz. De buiken zijn aan de rand van de belschaal met zwarte cirkeltjes aangegeven.

De trillingstoestand B heeft de frequentie 1000 Hz. De bijbehorende buiken zijn met open cirkeltjes aangeduid. De resulterende trillingstoestand heeft het kenmerk, dat een plaats, waar de frequentie 1050 Hz zeer sterk wordt ge-

hoord, aan weerszijden op een afstand van $22,5^{\circ}$ wordt geflankeerd door een plaats, waar de frequentie 1000 Hz sterk waarneembaar is. Dit verschijnsel kan duidelijk worden geconstateerd, ook aan andere belschalen. Het frequentie-interval bedraagt meestal ongeveer een halve toon.

Zwevingen van een ander karakter ontstaan, indien een (stalen) belschaal op magnetische wijze wordt aangedreven. Dit kan zeer eenvoudig als volgt geschieden. Van een telefoon wordt het membraan verwijderd. Daarna wordt de belschaalrand zeer dicht bij de kernen gebracht. De schaal fungeert zodoende als trilplaat, die evenwel zeer scherpe resonanties vertoont. Bekrachtigen wij nu de telefoon met een langzaam gevarieerde frequentie, dan geeft de schaal bij de resonantiefrequenties plotseling een zeer sterk geluid.

Kiezen wij weer de schaal met de 50 Hz uit elkaar liggende laagste eigenfrequenties 1000 en 1050 Hz. Bij magnetische aandrijving ontdekken wij weer twee dicht bij elkaar liggende resonantiefrequenties, die practisch met die eigenfrequenties samenvallen. Wij kunnen de schaal echter dwingen de frequentie 1048 Hz te produceren, zij het ook met veel geringere geluidsterkte.

Brengen wij de schaal eerst volkomen in rust, en schakelen wij dan de frequentie 1048 Hz op het aandrijfspoeltje, dan ontstaat er een overgangverschijnsel, waarin de eigenfrequenties 1000 en 1050 Hz zich aanvankelijk tegen de opgedrukte frequentie 1048 Hz verzetten. Omdat de componenten 1048 en 1050 Hz zeer dicht bij elkaar liggen, nemen wij daartussen zeer duidelijke zwevingen waar, die uitsterven wanneer de eigentrillingen zijn uitgestorven.

Heeft de schaal de opgedrukte frequentie 1048 Hz aangenomen, dan is het interessant om na te gaan, wat er geschiedt indien wij nu de bekrachtiging plotseling onderbreken. De schaal zal natuurlijk uittrillen, maar niet in de frequentie 1048 Hz, doch in de eigenfrequenties 1000 en 1050 Hz. Het is natuurlijk gevaarlijk om te beweren, dat men in de uittrillende belschaal een frequentiesprong van 2 Hz naar boven met zekerheid hoort. Doorslaggevend is echter het feit, dat de eigenfrequentie 1050 Hz van de uittrillende schaal duidelijke zwevingen vertoont met een via een luidspreker toegevoerde hulpton van 1048 Hz.

8.3 De keuze van twee bij elkaar passende belschalen.

Het geniet in de techniek van de wisselstroombel reeds bekendheid, dat de telefoongebruikers bij voorkeur een bel met twee schalen van ongelijke toonhoogte willen hebben. Men stelt het voorts op prijs, dat het toonhoogteverschil een muzikaal interval vormt. Wij kunnen dus bijv. combineren als grondtonen :

800	en	1000 Hz	grote terts
800	en	1200 Hz	quint
1000	en	1200 Hz	kleine terts
1200	en	1500 Hz	grote terts
1000	en	1500 Hz	quint
800	en	1500 Hz	majeur septime

Wij willen nu aantonen, dat deze voorkeur niet slechts een muzikale, doch tevens een luidheidskwestie is.

Veronderstel, dat één schaal een frequentiespectrum levert,

dat is opgebouwd uit componenten met de effectieve drukwaarden P_1 , P_2 , P_3 enz. De ware luidheid van dat mengsel is volgens (7.10) gelijk aan :

$$G_1 = c (P_1^{\frac{1}{2}} + P_2^{\frac{1}{2}} + \dots) \quad (8.5)$$

Kiest men nu twee volkomen gelijke belschalen, dan nemen de geluidsdrukken van alle componenten toe in de verhouding $\sqrt{2}$. De ware luidheid wordt dan :

$$G_{2x1} = c \sqrt{2} (P_1^{\frac{1}{2}} + P_2^{\frac{1}{2}} + \dots) = 1,19 G_1 \quad (8.6)$$

De ware luidheid is dus slechts toegenomen in de verhouding 1,19. Het afgegeven drukniveau is gestegen met een bedrag van $20 \log 2 = 3 \text{ dB}$.

Beschouwen wij nu het geval van twee schalen met verschillende grondtonen. Stel de éne schaal bevat een reeks frequenties met de drukken P_{11} , P_{21} , P_{31} enz, dan veroorzaakt deze, afzonderlijk klinkende, de luidheid :

$$G_1 = c (P_{11}^{\frac{1}{2}} + P_{21}^{\frac{1}{2}} + \dots) \quad (8.7)$$

De tweede schaal geeft de luidheid (afzonderlijk klinkende) :

$$G_2 = c (P_{12}^{\frac{1}{2}} + P_{22}^{\frac{1}{2}} + \dots) \quad (8.8)$$

Nemen wij aan, dat de frequentiecomponenten onderling minstens 500 Hz verschillen, dan treedt er geen luidheidsmaskering op. De totale ware luidheid van de belschalen wordt dus :

$$G = G_1 + G_2 \quad (8.9)$$

Is $G_1 = G_2$, dan is de ware luidheid dus met een factor 2 toegenomen. Ter vergelijking diene, dat dit dezelfde luidheidswinst is, die optreedt bij het horen met twee oren in plaats van met één oor. Het afgegeven drukniveau is weer met 3 dB toegenomen. Dit onderstreept weer eens de ongeschiktheid van een drukniveaumeter als luidheidsmeter.

Het is interessant om na te gaan, hoe hoog men het drukniveau van een bel met twee volkomen gelijke schalen zou moeten opvoeren, teneinde deze bel even luid te doen klinken als een bel met twee ongelijke schalen. Veronderstel, dat men daartoe alle componenten met een factor x zou moeten vermenigvuldigen. Wij krijgen dan de volgende vergelijking :

$$c \sqrt{2} \sqrt{x} G_1 = c (G_1 + G_2) \quad (8.10)$$

Nemen wij weer $G_1 = G_2$, dan komt er voor x :

$$x = 2^{3/2} \quad (8.11)$$

Dit komt neer op een drukverhoging van : $20 \log x = 9 \text{ dB}$.

Het blijkt dus, dat het wel degelijk van belang is een bel te voorzien van twee schalen van verschillende toonhoogte, ondanks de nadelen, die een dergelijke constructie voor de massafabricage biedt.

In verband met de luidheidsmaskering is het gewenst, de grondtonen zo te kiezen, dat zij minstens 500 Hz verschillen. De combinatie 800 en 1000 Hz is daarom minder gelukkig dan de combinatie 1000 en 1500 Hz, hoewel het beide muzikale intervallen voorstellen.

In het algemeen mag de grondtoon niet te laag worden gekozen, omdat het oor voor zwakke lage frequenties minder gevoelig is (fig. 7.1). Dit betekent, dat die lage frequenties op grote afstand moeilijk zullen kunnen worden waargenomen. Daarbij komt, dat bijv. muren in het algemeen de hoge tonen niet doorlaten, terwijl de grondtoon van de belschaal de zwakste component is. Wij zullen nu nagaan, met welke middelen het mogelijk is, het niveau van de grondtoon op te voeren.

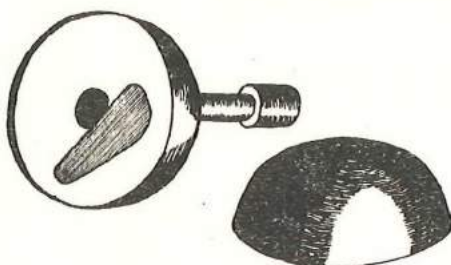
8.4 Het afstemmen van belschalen.

Onderzoeken wij met behulp van een microfoon met daarop aangesloten wave-analyser de sterkten van de verschillende frequentiecomponenten in het geluid van een met een klepel in trilling gebrachte belschaal, dan blijkt de 3e deeltone het sterkst te zijn. In onderstaande tabel is een voorbeeld gegeven voor een belschaal met de grondfrequentie 1550 Hz.

	frequentie (Hz)	sterkte t.o.z. van grondtoon (dB)	winst door afstemming (dB)
grondtoon	1550	0	11
2e deeltone	3900	15	6
3e deeltone	6900	23	0,1
4e deeltone	10000	10	0
5e deeltone	13800	9,5	- 3,5
	kolom 1	kolom 2	kolom 3

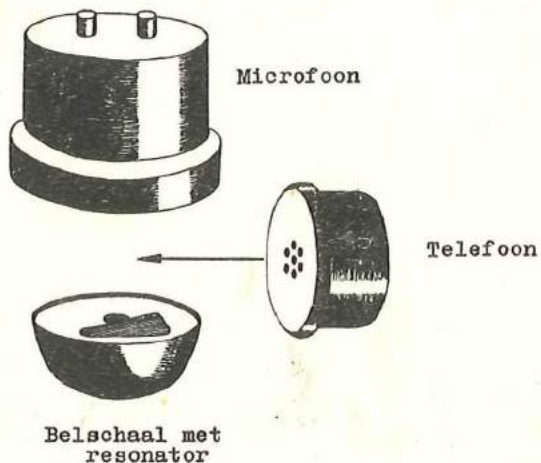
Uit kolom 2 blijkt, dat het drukniveau van de 3e deeltone zelfs 23 dB boven dat van de grondtoon ligt. Het ligt voor de hand, te trachten het niveau van de grondtoon met behulp van een resonator op te voeren. In Amerika* heeft men reeds in deze richting gewerkt, toen het nodig bleek het drukniveau van de grondtoon van een kleine belschaal te verhogen in telefoontestellen voor slechthorenden. Een dergelijke resonator is zeer eenvoudig : de holte van de schaal wordt afgesloten met een ronde plaat, die de schaal natuurlijk niet mag raken, en in het midden een gat heeft. In fig. 8.3 ziet

* Small Ringer for Combined Subscriber's Set, Bell Lab Record Mei 1942.



F I G U U R 8.3

Experimentele uitvoering van een
afgestemde belschaal



F I G U U R 8.4

Methode voor het bepalen van de
juiste afstemming

men een door ons vervaardigde, experimentele uitvoering, waarbij de grootte van het gat kan worden ingesteld. Hierdoor is juiste afstemming op de grondtoon gemakkelijk te verkrijgen. Dit laatste geschiedt door middel van de eenvoudige, in fig. 8.4 geschetste opstelling.

Moet de resonator bijv. worden afgestemd op 1550 Hz, dan voeren wij met een telefoon een toon van 1550 Hz toe. Boven de belschaal (die zelf niet trilt) bevindt zich een microfoon. De opening van de resonator wordt nu zodanig ingesteld, dat de microfoonspanning een minimum vertoont. In de resonantie treedt de resonator n.l. als een kortsluiting op. Ook door het oor kan het minimum duidelijk worden waargenomen.

Uit kolom 3 van de tabel blijkt, dat het niveau van de grondtoon met 11 dB is verhoogd. Zelfs het niveau van de 2e deeltone is 6 dB gestegen, omdat de afstemming van de resonator niet scherp is. De overige componenten worden nagehoeg niet versterkt, of zelfs verzwakt.

Met behulp van vergelijking (8.5) kunnen wij berekenen (aan de hand van de gegevens van de tabel) met welke factor de ware luidheid van het mengsel eigenlijk is toegenomen ten gevolge van de aangebrachte resonator. Het resultaat is, dat de ware luidheid slechts 1,12 maal zo groot is geworden. Dit wil zeggen, dat wij dezelfde luidheidswinst hadden kunnen krijgen door het geluid van de bel met behulp van een versterker 2 dB te versterken. Deze winst is het aanbrengen van resonatoren zeker niet waard. De resonatoren moeten dan ook worden beschouwd als middel om de grondtoon te versterken indien de boventonen door een muur zijn afgesneden. De niveauwinst is dan inderdaad 11 dB, overeenkomende met een toename in de ware luidheid met een factor 1,89 .

Wij zullen tenslotte uiteenzetten, op welke beginselen de werking van een resonator eigenlijk berust. Een resonator kan natuurlijk nooit als energieversterker optreden, wel als frequentieafhankelijke transformator. Door het invoeren van de volgende elektrische analogieën wordt een beter inzicht verkregen :

acoustische grootheid

analoge elektrische grootheid

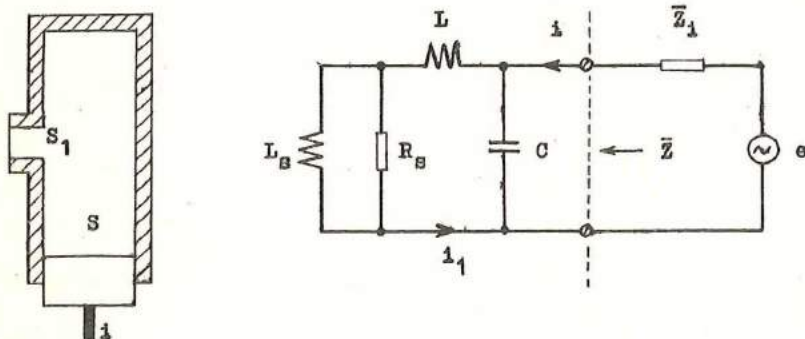
geluidsdruk
volumesnelheid
luchtmasa
compliantie

spanning
stroom
zelfinductie
capaciteit

Indien een belschaal door een stoot van de klepel een hoeveelheid energie ontvangt, zal de schaal een gedempte trilling uitvoeren, waarbij die energie voor het grootste gedeelte in inwendige wrijvingswarmte en maar voor een klein gedeelte in geluid wordt omgezet. Dit wijst er op, dat er geen goede aanpassing bestaat tussen de belschaal en de omringende lucht. De belschaal mag immers worden opgevat als een generator met inwendige impedantie, die wordt belast met de stralingsimpedantie van de schaalrand. Deze generator geeft het optimale vermogen af, indien deze wordt afgesloten met de geconjungeerde impedantie van de inwendige impedantie. Meestal is de stralingsimpedantie te klein, zodat door de lucht te weinig vermogen wordt opgenomen. Een resonator verhoogt de impedantie van de belschaalrand voor een bepaald frequentie-

gebied.

In fig. 8.5 is de afgestemde belschaal schematisch weergegeven, evenals het daarbij behorende elektrische vervangingschema.



F I G U U R 8.5

Het elektrische vervangingschema
van de resonator.

De bewegende belschaalrand is geïnterpreteerd als zuiger, die zich met de volumesnelheid i beweegt. Wij veronderstellen, zoals te doen gebruikelijk, dat in de resonantieholte de druk overal even groot is. Voor kleine, adiabatische drukvariatiën in die holte geldt dan :

$$\bar{p} = \frac{1}{j\omega} \cdot \frac{qc^2}{V} \cdot (\bar{i} - \bar{i}_1) \quad (8.12)$$

Hierin stellen voor :

- $\bar{p}$: de geluids(over)druk in de holte
- ω : de hoekfrequentie
- V : het volume van de holte
- q : de dichtheid van de lucht
- c : de voortplantingssnelheid van geluid in lucht
- $\bar{i}$: de volumesnelheid van de belschaalrand
- $\bar{i}_1$: de volumesnelheid van de lucht in het gat van de resonator

Blijkens (8.12) kan het volume V dus worden geïnterpreteerd als een condensator met de capaciteit :

$$C = \frac{V}{qc^2} \quad (8.13)$$

Voor de als zelfinductie geïnterpreteerde luchtmassa in het

gat kan worden geschreven :

$$L = \frac{q d}{s} \quad (8.14)$$

waarin d de diepte en S_1 de oppervlakte van het gat voorstelt.

De stralingsimpedantie van het gat heeft het karakter van de parallelschakeling van een weerstand R_B en een zelfinductie L_B . Voor een rond gat met de straal a in een oneindig grote plaat geldt *:

$$R_B = \frac{q c}{2\pi a^2} \quad (8.15)$$

$$L_B = \frac{q}{2\pi a} \quad (8.16)$$

Het door de resonator uitgestraalde acoustische vermogen komt overeen met de in R_B ontwikkelde warmte. Voor één frequentie is dit vermogen zo groot mogelijk. Strikt genomen zouden wij Z_1 moeten kennen om de resonantiefrequentie te kunnen berekenen. De belschaalrand blijkt echter het karakter van een generator met hoge inwendige impedantie Z_1 te bezitten. Practisch wordt de resonantiefrequentie bepaald door L en C ; het afstemmen van de resonator op de grondtoon kan geschieden met behulp van de op pag. 8.8 beschreven methode, waarbij de grootte van het gat wordt ingesteld.

De eigenlijke versterkende werking van de resonator berust op het feit, dat de belschaal in de impedantie Z meer vermogen levert dan rechtstreeks aan de lucht.

In wezen is het probleem gecompliceerder dan de gegeven schematische voorstelling omdat de schaal een dipoolstraler is, waarvan wij slechts de binnenzijde van een resonator hebben voorzien.

8.5 Het residu bij belschalen.

Wij vermeldden reeds, in punt 7.10, dat het mogelijk is dat slagwerken aanleiding geven tot een toonhoogtegewaarwording, waarvan de bijbehorende frequentie niet in het spectrum aanwezig is.

Beschouwen wij nu een belschaal met het volgende spectrum :

1000	2600	4700	7300	10300	Hz
------	------	------	------	-------	----

Deze frequenties kunnen wij met redelijke benadering opvatten als gehele veelvouden van een ontbrekende grondtoon met de frequentie 520 Hz, aldus :

*bijv. Prof.Dr.C.Zwicker : Vacantie-leergang Acoustiek 1937, uitgave van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs.

(520)	1000	2600	4700	7300	10300	Hz
-------	------	------	------	------	-------	----

1	:	1,92	:	5	:	9,04	:	14,04	:	19,83
---	---	------	---	---	---	------	---	-------	---	-------

Wij mogen dus verwachten, dat het mengsel de periodiciteit 520 Hz vertoont, en wel des te beter wanneer de enigszins buiten het kader vallende frequentie 1000 Hz is verwijderd. Beluisteren wij de belschaal via een microfoon, en laten wij door middel van een filter slechts alle frequenties boven 2150 Hz door, dan nemen wij inderdaad nog steeds een korte slagtoon ter hoogte van ongeveer 520 Hz waar.

Ook in het volgende voorbeeld vormen de componenten bij goede benadering gehele veelvouden van een ontbrekende grondfrequentie 765 Hz :

(765)	1550	3800	6900	10600	13800	Hz
-------	------	------	------	-------	-------	----

1	:	2,03	:	4,98	:	9,02	:	13,8	:	18,05
---	---	------	---	------	---	------	---	------	---	-------

In veel gevallen kan echter een dergelijk verband niet worden ontdekt. Een duidelijk residu ontbreekt dan.

H O O F D S T U K 9

HET RENDEMENT VAN DE WISSELSTROOMBEL

9.1 Inleiding.

Het rendement van de wisselstroombel, waaronder te verstaan de verhouding tussen het uitgestraalde acoustische vermogen en het toegevoerde elektrische vermogen, is evenals dat van de andere acoustische stralers, zeer gering. Het rendement van goede luidsprekers bedraagt enkele procenten %, terwijl J e a n s in zijn boek " Science and music " opgeeft, dat een kerkorgel slechts 0,13 % van het bij het aanblazen toegevoerde vermogen in geluid omzet. Bij een piano zou het rendement ongeveer 0,2 % bedragen.

Voor het rendement van wisselstroombellen vindt men, bij normale bekrachtigingsstromen, slechts enkele honderdste %. In de sterkstroomtechniek werkt men met veel grotere rendementen, bijv. van 90 % en hoger. Het menselijke oor stelt zich echter met dermate kleine vermogens tevreden, dat de economische toepassing van de wisselstroombel door het lage rendement niet in gevaar wordt gebracht.

Hoewel verhoging van het rendement van de wisselstroombel met het oogmerk daardoor een grotere geluidsterkte te verkrijgen in het algemeen niet noodzakelijk is, moet toch worden onderzocht, of het wellicht voordelen biedt de constructie van de bel zodanig te wijzigen, dat het toegevoerde elektrische vermogen bij gelijkblijvende geluidsterkte kan worden vermindert.

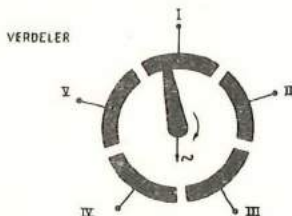
Het voor het bellen benodigde vermogen wordt meestal geleverd door een omvormer, die op de batterij van de telefooncentrale loopt, en het is gewenst het verbruik van deze omvormer zo klein mogelijk te houden.

Omdat men de telefoontoestellen niet continu belstroom toezendt, doch meestal elke 5 sec een stroomstoot van 1 sec is het op elegante wijze mogelijk het vermogen van de omvormer laag te houden. Men verdeelt dan de lijnkiesers van de centrale (of in het algemeen de belstroombehoevende circuits) in 5 groepen, en stuurt aldus aan de ene groep belstroom in de rustpauze van de andere groepen. Dit betekent een vermogensbesparing met een factor 5. Een en ander is in fig. 9.1 verduidelijkt.

De schematisch getekende verdeler kan worden aangedreven door de as van de omvormer. Bij de kleinere omvormers moet men evenwel het voor de aandrijving van de verdeler benodigde vermogen afwegen tegen het door de verdeler geïntroduceerde vermogen.

Bij moderne telefooncentrales zendt men aan een opgeroepen aansluiting een z.g. eerste oproep toe, d.w.z. onmiddellijk na het testen op de gekozen aansluiting gaat een belstroomstoot uit, daarna gevolgd door een onderbroken signaal in 5 sec rythme. Omdat de eerste oproep op elk ogenblik moet kunnen worden uitgezonden, kan daarvoor geen verdeler worden toege-

*J. de Boer : Het rendement van luidsprekers, Philips Technisch Tijdschrift, October 1939, No. 10 .



F I G U U R 9.1

Verdeling van de belstroom.

past. De eerste oproep kan echter voor de belgenerator geen grote belasting vormen, omdat het onwaarschijnlijk is, dat aan een groot aantal aansluitingen gelijktijdig het eerste oproepsignaal wordt toegezonden.

Uit de waarschijnlijkheidsrekening is de formule van Bernoulli* bekend :

$$f(x) = \frac{c!}{x! (c-x)!} a^x (1-a)^{c-x} \quad (9.1)$$

welke de waarschijnlijkheid weergeeft, dat van een groep van c telefoonabonné's, die in niets worden gehinderd bij hun verkeer met andere abonné's, er x gelijktijdig spreken. Gemiddeld worden er door iedere abonné per h uur a gesprekken gevoerd, waarbij h de gemiddelde gespreksduur voorstelt.

Deze formule kan op het geval van de eerste oproep toepasselijk worden gemaakt, door haar als volgt te lezen :

$f(x)$: de waarschijnlijkheid, dat op x lijnkiesers gelijktijdig het eerste oproepsignaal wordt uitgezonden
 c : aantal lijnkiesers van de centrale
 h : lengte van de eerste oproep
 a : aantal malen, dat een lijnkieser in h uur de eerste oproep uitzendt

Gemiddeld wordt er dus aan :

* Prof.dr.ir.W.Th.Böhler : Collegedictaat Automatische Telef.

$$\bar{x} = \sum_{x=0}^{x=c} x f(x) \quad (9.2)$$

abonné's gelijktijdig het eerste oproepsignaal toegezonden.

De toepassing van de formules (9.1) en (9.2) is voor uitbreiding vatbaar. Veronderstelt men, dat een telefoonoproep in het algemeen na 3 belstroomstoten wordt beantwoord, dan kan een centrale met eerste oproep en onderbroken bellen worden berekend door h driemaal zo groot te kiezen.

Voor kleine, drukke centrales vindt men in het algemeen, dat $f(0)$ het grootst is, terwijl x dichter bij 0 ligt dan bij 1.

Neemt men bijv. per lijnkiezer 2 geslaagde gesprekken per minuut, terwijl $h = 3 \times \frac{1}{60}$ minuut en $c = 4$, dan verkrijgt men :

$$\begin{aligned} f(0) &= 0,6561 \\ f(1) &= 0,2916 \\ f(2) &= 0,0486 \\ f(3) &= 0,0036 \\ f(4) &= 0,0001 \\ \bar{x} &= 0,4 \end{aligned}$$

Naar boven afgerond wordt er dus gemiddeld 1 telefoontoestel gelijktijdig gebeld.

Een Siemens-bel werkt goed bij een vermogen van 0,1 - 0,5 W. Het is nu duidelijk, dat kleine telefooncentrales, zelfs zonder verdeler, kunnen worden voorzien van belstroomgeneratoren van 1 W of kleiner.

Zowel de grote als de kleine telefooncentrales blijken in het algemeen met te grote machines te zijn uitgerust.

Uit het bovenstaande is wel gebleken, dat het niet noodzakelijk is, te trachten het door een bel gevraagde vermogen te verminderen.

Immers door het invoeren van een verdeler verkrijgt men reeds een ongeveer 5 - voudige besparing, terwijl de kleine centrales al met zeer kleine vermogens uitkomen zonder verdeler.

9.2 Bepaling van het rendement.

Het is nu noodzakelijk het acoustische vermogen te meten, dat door de bel wordt uitgestraald. Dit geschiedt het eenvoudigst in een z.g. harde kamer, d.w.z. in een vertrek, waarvan de wanden zoveel geluid reflecteren, dat er geluidsdrukken ontstaan, die aanzienlijk groter zijn dan die, welke bij straling in de vrije ruimte optreden. De geluidsdruk is in alle punten van een dergelijke ruimte dezelfde, zodat met één meting kan worden volstaan. *

Het uitgestraalde vermogen wordt door de volgende uitdrukking bepaald :

* Harry F. Olson en Frank Massa : Applied Acoustics 1934

$$W_a = 0,97 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{P^2 \cdot V}{T} \quad (9.4)^{**}$$

Hierin stellen voor :

- W_a het uitgestraalde acoustische vermogen (in Watt)
 P de geluidsdruk (in dyne/cm²)
 V het volume van de harde kamer (in m³)
 T de nagalmtijd (in sec)

Onder de nagalmtijd wordt de tijd verstaan, die verloopt na het stopzetten van de geluidsbron al eer deze laatste 60 dB beneden het oorspronkelijke niveau is gedaald. Het naklinken van een belschaal moet niet worden verward met de nagalm. Het naklinken is het geluid, dat wordt waargenomen zolang de belschaal nog trilt, terwijl de nagalm door de ruimtelijke begrenzing wordt veroorzaakt nadat de belschaal plotseling geheel is afgedempt.

Door P , V en T te meten, kan men dus W_a berekenen.

Bij in een echokelder van de Nederlandse Omroep te Hilversum verrichte metingen bleek de geluidsdruk inderdaad in alle punten practisch dezelfde te zijn, onafhankelijk van de plaats van de bel of van de gekijkte microfoon. Het volume van de kelder bedroeg 144 m³, en de nagalmtijd 2 sec. De meetresultaten zijn in de volgende tabel weergegeven.

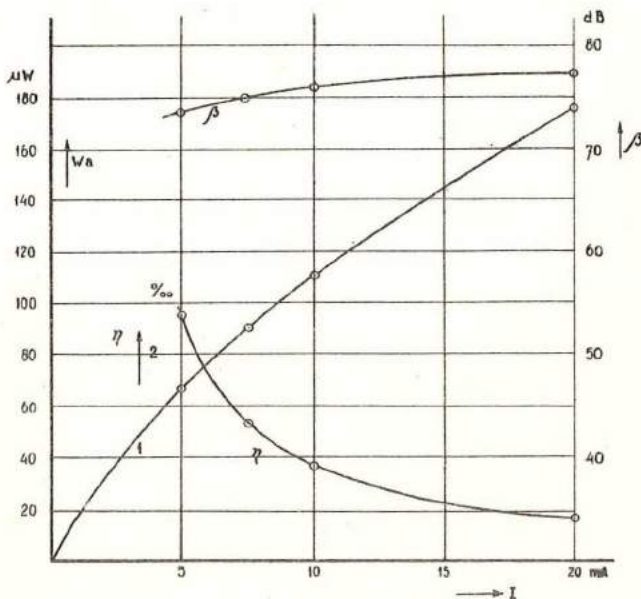
J	P	W_a	W	η
mA	dyne/cm ²	W	mW	%
5	1,00	69,8	29	0,24
7,5	1,12	87,6	67,1	0,13
10	1,26	110,6	117,4	0,09
20	1,58	174,5	440	0,04

Hierin is J de effectieve waarde van de sinusvormige bekrachtigingsstroom (frequentie 25 Hz). Voorts is W het uit impedantiemetingen bepaalde, toegevoerde elektrische vermogen. Tenslotte is het rendement η de verhouding tussen W_a en W .

Fig. 9.2 illustreert het verloop van de verschillende berekende grootheden. Daarin is tevens het drukniveau β weergegeven, berekend aan de hand van de volgende uitdrukking (P in dyne/cm²) :

$$\beta = 20 \log \frac{P}{0,000204}$$

** G.H.Domsch : Archiv für Technisches Messen, V 50 - 2, Febr. 1937.



F I G U U R 9.2

De grootheden W_a , β en η als functie van J .

De gebruikelijke geluidsmeters registreren het drukniveau. Deze objectieve grootheid mag evenwel niet met de subjectieve geluidswaarneming worden vereenzelvigd. Desondanks kan men vaststellen, welke variatie van de objectieve grootheid nog door het oor kan worden waargenomen. In dit verband moet worden opgemerkt, dat de in fig. 9.2 optredende variatie van 5 dB door het ongeoefende oor nauwelijks wordt vastgesteld.

Het rendement verschaft in betrekking tot de geluidswaarneming geen inzicht.

9.3 Discussie van het tot stand komen van het rendement.

Uit impedantiemetingen verkrijgt men enig inzicht in de wijze, waarop het toegevoerde vermogen over de verschillende onderdelen van de bel wordt gedistribueerd.

In het onderhavige geval bedroeg de gelijkstroomweerstand van de wikkeling 600Ω . Bekrachtigt men de bel, bij vastgeklemd anker met 10 mA, 25 Hz, dan meet men 1066Ω , een toename dus van 466Ω , te wijten aan ijzerverliezen. Dit is een groot bedrag, dat evenwel kan worden verminderd door het magnetische circuit te lamelleren.

Bij bewegend anker wordt 1174Ω gemeten, een toename van 108Ω , die blijkbaar moet worden toegeschreven aan mechanische verliezen, extra - ijzerverliezen en straling van geluid.

De mechanische verliezen zijn de volgende :

1. wrijvingsverliezen van anker en klepel
2. wrijvingsverliezen van de klepelstang (inwendig zowel als uitwendig)
3. botsingsverlies bij de ankerbotsing
4. botsingsverlies bij de botsing tussen klepel en belschalen
5. wrijvingsverliezen in de trillende belschalen

Teneinde verlies No. 3 klein te houden, moet het anker zo licht als constructief mogelijk is, worden gemaakt. De kinetische energie komt dan, mits de klepelstang niet te slap is, in de klepel terecht, die haar tenslotte op de belschaal moet overdragen.

Bij de botsing tussen klepel en belschaal is niet alleen de kinetische energie van de klepel van belang, doch tevens de impuls. Immers, het dient vermeden te worden, dat de klepel te sterk wordt gereflecteerd, en daardoor te weinig energie zou afgeven aan de belschaal. Materiaal en afmetingen van de klepel kunnen eerst na zorgvuldige experimenten worden gekozen in overeenstemming met de eigenschappen van de belschalen.

De extra-ijzerverliezen ontstaan in het anker en in de andere delen van het magnetische circuit ten gevolge van de ankerbeweging. Het lijkt niet mogelijk deze verliezen van de mechanische te scheiden.

Dat het rendement van de wisselstroombel laag uitvalt is begrijpelijk, indien men bedenkt, dat slechts gedurende de overslagtijden van het anker mechanische arbeid kan worden geleverd, en dat is meestal slechts gedurende ongeveer het vijfde gedeelte van de periode het geval.

Verlenging van de overslagtijd zou dus onder bepaalde omstandigheden moeten leiden tot vergroting van het rendement en verhoging van het drukniveau. Dit laatste is in de praktijk inderdaad gebleken. *

* F. Pfeleiderer en F. Seide : Ueber Auswahl und Beurteilung von Elektrischen Weckern in der Fernsprechtechnik, Siemens Technische Mitteilungen des Fernmeldewerks, Oktober 1937 , Band Fg 2 .

S U M M A R Y

The study of the polarized ringer gives rise to a series of problems, the solution of which is simplified by approximations.

The motion of the armature manifests itself in the circuit of the ringer as an electromotoric force. The results of the conventional calculations may be verified by an experimental method.

The armature is driven by a mechanical couple of electromagnetic origin, which is characterized by a static threshold value. This threshold determines the minimum operating current of the system.

The equations of motion of the armature and the clapper give rise to free oscillations. At least one of these vibrations has the tendency to grow infinite as time increases, thus characterizing the instability of the system.

If the voltage across the terminals of the ringer is periodic, one can investigate whether the current becomes periodic too. The proof of this is given for the simplified case, where the clapper is supposed to be very stiff and the voltage is thought to consist of reversals.

The influence of the motion of the armature on the impedance is measured and shown in a diagram.

As it is the function of the ringer to create an acoustic sensation it is necessary to investigate several properties of the ear. This helps to strengthen the link between technique and medicine, which link is of great importance to the hard of hearing.

The choice of the bells of a ringer should be inspired by the study of the hearing mechanism. It appears to be possible to tune a bell to its fundamental frequency by means of a resonator.

Though the ratio between the radiated acoustic power and the required electric power is very low, there are no difficulties at all in generating the necessary power to operate the ringers.

The study of the polarized ringer leads to the conclusion, that there is no need for trying to improve the conventional ringer. In most cases it may be replaced by a buzzer, if necessary accompanied by an extension ringer.

I N H O U D

Hoofdstuk 1 Inleiding.

Hoofdstuk 2 Het magnetische netwerk van de wisselstroombel.

- 2.1 Inleiding.
- 2.2 De electriche vergelijking.
- 2.3 De bepaling van $\frac{\delta\phi}{\delta\alpha}$.
- 2.4 Berekening van $\frac{\delta\phi}{\delta\alpha}$ met behulp van de rekenwijze van H o p k i n s o n .
- 2.5 Discussie van de verschillen tussen de gemeten- en de berekende uitdrukking voor $\frac{\delta\phi}{\delta\alpha}$.
- 2.6 De magnetomotorische kracht van de permanente magneet.
- 2.7 De meest gunstige vorm van de permanente magneet.

Hoofdstuk 3 Het aandrijvende koppel.

- 3.1 Ponderomotorische krachten in het magnetische netwerk.
- 3.2 Berekening van het koppel onder verwaarlozing van het effect van de spreiding, de wervelstromen en de verzadiging.
- 3.3 De invloed van de spreiding op het koppel.
- 3.4 Over de drempel- en grendelwaarden van het magnetische
- 3.5 Benaderingen voor het koppel en de electriche vergelijking.
- 3.6 De definitie van de gevoeligheid van een polair systeem.
- 3.7 Slotopmerking.

Hoofdstuk 4 De bewegingsvergelijkingen.

- 4.1 Inleiding.
- 4.2 De kenmerken van de kippende instelling.
- 4.3 Het bepalen van de integratieconstanten.
- 4.4 De electriche analogieën van het anker-klepelsysteem.
- 4.5 Een nader inzicht in de kippende werking van het magneetsysteem.
- 4.6 De beweging van de klepel na de ankerbotsing.
- 4.7 Het volledige electriche vervangingsschema met inbegrip van het bekrachtigingscircuit, tijdens de ankerbeweging.

Hoofdstuk 5 Het karakter van de bekrachtigingsstroom.

- 5.1 Probleemstelling.
- 5.2 De klemspanning is een kanteelkromme.
- 5.3 Grafische voorstelling van de wijze, waarop de eindwaarde y_{∞} wordt bereikt, uitgaande van een waarde y_0 .
- 5.4 Het verband met de theorie van de herhaalde functies.

Hoofdstuk 6 Diagrammen van de wisselstroombel.

- 6.1 Inleiding.
- 6.2 Toepassing op de wisselstroombel.
- 6.3 Bekrachtiging van de bel met een sinusvormige stroom.
- 6.4 Impedantiemetingen bij rustend en bewegend anker.

Hoofdstuk 7 Over de theorie van het geluid.

- 7.1 Objectieve maatstaven.
- 7.2 Subjectieve maatstaven.
- 7.3 De bouw van het menselijke oor.
- 7.4 Het localisatiebeginsel.
- 7.5 Het localiseren van toonhoogten in een frequentiemengsel.
- 7.6 De luidheid van zuivere tonen.
- 7.7 De luidheid van een frequentiemengsel.
- 7.8 Nadere bespreking van de ware luidheidsschaal.
- 7.9 Het meten van k door middel van de "index binauricularis".
- 7.10 Het gewaarworden van subjectieve tonen.
- 7.11 Het probleem van de ontbrekende grondtoon.
- 7.12 Over de gesynchroniseerde zenuwimpulsen.
- 7.13 Een eenvoudige opstelling voor het opwekken van een associatietoon van bijv. 300 Hz.
- 7.14 Over zwevingen.
- 7.15 Enkele consequenties van de hypothese van de gesynchroniseerde zenuwimpulsen.

Hoofdstuk 8 Over de belschalen.

- 8.1 De verhouding van de eigenfrequenties.
- 8.2 Over zwevingen.
- 8.3 De keuze van twee bij elkaar passende belschalen.
- 8.4 Het afstemmen van belschalen.
- 8.5 Het residu bij belschalen.

Hoofdstuk 9 Het rendement van de wisselstroombel.

- 9.1 Inleiding.
- 9.2 Bepaling van het rendement.
- 9.3 Discussie van het tot stand komen van het rendement.

Summary.

STELLINGEN

I

De wisselstroombel is nog slechts voor constructieve verbeteringen vatbaar. Aangezien de eis, dat de bel in een telefoontoestel zo luid moet zijn, dat deze in het gehele huis hoorbaar is, als onredelijk moet worden beschouwd, verdient het aanbeveling de bel in de tafeloestellen te vervangen door een zoemer, die bovendien kleiner en goedkoper is. Indien noodzakelijk moet op een centraal punt van het huis een extra bel worden aangebracht. In de wandtoestellen, die typisch bestemd zijn voor gangen, magazijnen e.d. kan de bel blijven gehandhaafd.

II

Indien een telefoontoestel wordt voorzien van een zoemer, moet deze zodanig worden gedimensioneerd, dat het mogelijk is een extra bel in serie te schakelen onder de garantie, dat zowel de bel als de zoemer naar behoren functioneren.

III

Het gewaarworden van een ontbrekende grondtoon behoeft niet in strijd te zijn met het localisatiebeginsel.

IV

Het is niet waarschijnlijk, dat de rol van de gehoorbeentjes in het menselijke oor in hoofdzaak een transformerende is.

V

Het verschijnsel, dat de sensatie van gefluisterde klinkers binnen wijde grenzen ongevoelig is voor een harmonische verschuiving van de frequentiecomponenten, is een belangrijke aanwijzing bij het onderzoeken van de wijze, waarop in de hersenen de spraak wordt beoordeeld.

VI

Een toenadering tussen medici en technici is in het belang van de slechthorenden.

VII

Bij het construeren van automatische telefooncentrales dient meer aandacht dan tot nu toe het geval was, te worden besteed aan de storingsvrijheid van de bedrading en aan de opstelling van de relais en de kiezers. Veel klikstoringen worden niet

veroorzaakt door kiezergeruis, doch zijn afkomstig van electromagnetische inductie zowel in relaisspoelen als in -contactverencombinaties. Er moet speciale aandacht worden gewijd aan het bestrijden van strooivelden, welke worden omvat door contactveren, die zich in het spreekcircuit bevinden.

VIII

Een automatisch telefoonstelsel met een bedrijfsspanning van 24 V heeft nòch in schakeltechnisch-, nòch in transmissietechnisch opzicht onder te doen voor een systeem met hogere bedrijfsspanning.

IX

Bij het dimensioneren van telefoontoestellen met koolmicrofonen dient men zich te laten leiden door het beginsel, dat de door een bepaalde uitwijking van de trilplaat veroorzaakte procentuële weerstandsvariatie onafhankelijk is van de microfoonweerstand.

X

De niet-lineaire vervorming van een koolmicrofoon wordt voor een belangrijk deel veroorzaakt door een „hysterese” verschijnsel in het verband tussen weerstand van de microfoon en de uitwijking van de trilplaat.

XI

De gebruikelijke methode, waarbij de door de telefoon van een telefoontoestel afgegeven geluidsdruk als functie van de frequentie wordt gemeten door de telefoon rechtstreeks op een constante spanning aan te sluiten, dient in dier voege te worden gewijzigd, dat in serie met de telefoon een weerstand wordt opgenomen, waarvan de waarde gelijk is aan de modulus van de telefoonimpedantie bij 1000 Hz.

XII

Het ideaal van een Nederlands telefoonnet, waarin alle gesprekken even luid zijn, kan in de overgangstoestand worden benaderd door de telefoontoestellen te voorzien van een tweede telefoon, welke naar behoefte kan worden ingeschakeld.

XIII

Indien tussen twee punten van een netwerk, dat is opgebouwd uit serie- en parallelschakelingen van relaiscontacten, bij een bepaalde combinatie van het op of af zijn van de relais geleidend contact bestaat, zal bij diezelfde combinatie isolatie tussen die twee punten zijn, indien alle maakcontacten in verbreekcontacten worden gewijzigd en omgekeerd, en alle serieschakelingen van contacten worden veranderd in parallelschakelingen en omgekeerd.

